17 вариант.

Синкевич Мария
гр. 0362

1	C_{10}^{7}
2	C_{224}^{29}
3	55
4	bbaccaa
5	327
6	5163427
7	а) $N=5$ или $N=10$ б) $C_9^4 - 5 \cdot C_6^4$
8	$\frac{1969}{2109}$

①

$$\underbrace{1}_{\text{т.к. ровно 12 цифр}}\ \overbrace{0\ 1\ \ldots\ldots\ 1\ 0}^{10\text{ цифр}}\ \underbrace{1}_{\text{т.к. число нечётное}}$$

12 цифр

$\left.\begin{array}{l}7\ \text{"0"}\\ 10\text{ цифр}\end{array}\right| \Rightarrow C_{10}^{7}$

Ответ: C_{10}^{7}.

② $x_1 + x_2 + \ldots + x_{30} = 165 \qquad x_i \geq -1$

$y_i = x_i + 1, \quad i \in \overline{1,30}$

$\sum_{i=1}^{30} y_i = 165 + 1\cdot 30 = 195$

$C_{195+30-1}^{30-1} = C_{224}^{29}$

Ответ: C_{224}^{29}.

③ есть две одинак. подряд идущие цифры $=$ всё $-$ нет двух одинаков. подряд идущих цифр

6 СС
0 1 2 3 4 5

C $= A - B$

$A = |\,\underline{5}\ \underline{6}\ \underline{6}\,| = 5\ 6\ 6 = 180$

$B = |\,\underline{5}\ \underline{5}\ \underline{5}\,| = 5^3 = 125$

$C = A - B = 180 - 125 = 55$

Ответ: 55.

④
a b c
0 1 2 $\Rightarrow$ 3 СС

$1045 - 1 = 1044$

$1044_{10} = 1102200_3$

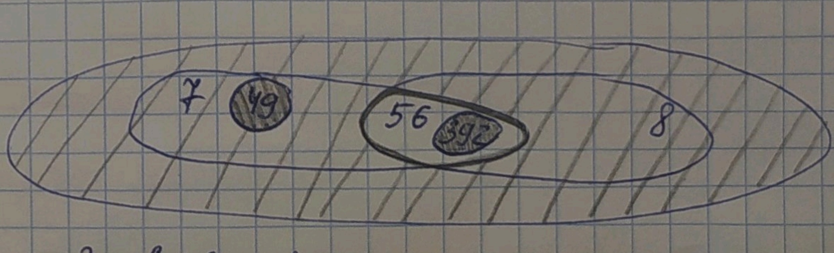
$1044 : 3 = 348$ (ост. 0)
$348 : 3 = 116$ (ост. 0)
$116 : 3 = 38$ (ост. 2)
$38 : 3 = 12$ (ост. 2)
$12 : 3 = 4$ (ост. 0)
$4 : 3 = 1$ (ост. 1)

1 1 0 2 2 0 0
b b a c c a a

Ответ: bbaccaa.

⑤
$\{A\} = 369$
$\{7\} = 163$
$\{8\} = 85$
$\{49\} = 42$
$\{56\} = 81$
$\{392\} = 39$

$\{\overline{56}\}$ или $\{49\}$



$\{\overline{56}\} = \{A\} - \{56\} = 369 - 81 = 288$

$\{\overline{56}\} + \{392\} = 288 + 39 = 327$

Ответ 327.

⑥ $2961-1=2960$

$$2960 = 1480\cdot 2 + 0$$
$$1480 = 493\cdot 3 + 1$$
$$493 = 123\cdot 4 + 1$$
$$123 = 24\cdot 5 + 3$$
$$24 = 4\cdot 6 + 0$$
$$4 = 0\cdot 7 + 4$$

4	7654321	5
0	764321	1
3	76432	6
1	7432	3
1	742	4
0	72	2
$\varnothing$	7	7

5163427

$$2960_{10} = (403110)!$$

Ответ: 5163427.

⑦ $x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5$ $\qquad x_i \in [0;3]$

а) $x_1+x_2+x_3+1 = x_4+x_5$

$$\begin{cases} x_i = a_i, & i\le 3 \\ x_i = 3-a_i, & i>3 \end{cases}$$

$$a_1+a_2+a_3+1 = 3-a_4+3-a_5$$

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5 = 5$$

$$N=5$$

$$\begin{cases} x_i = 3-a_i, & i\le 3 \\ x_i = a_i, & i>3 \end{cases}$$

$$3-a_1+3-a_2+3-a_3+1 = a_4+a_5$$

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5 = 10$$

$$N=10$$

$$\boxed{N=5 \text{ или } N=10}$$

б) I способ

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=5$$

1. $a_i \ge 0 \Rightarrow C_{5+5-1}^{5-1} = C_9^4$

2. $a_i > 3$

$$a_1' = a_1 - 3$$

$$a_1-3+a_2+a_3+a_4+a_5 = 5-3$$

$$a_1'+a_2+a_3+a_4+a_5 = 2$$

$$C_{5+2-1}^{5-1} = C_6^4$$

$$\boxed{C_9^4 - 5\cdot C_6^4}$$

II способ

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=5, \quad a_i\in[0;3]$$

$$(1+x+x^2+x^3)^5 = \ldots + (k_5)x^5 + \ldots$$

$$x^5 = x^{y_1}x^{y_2}x^{y_3}x^{y_4}x^{y_5} = x^{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1+y_2+y_3+y_4+y_5 = 5$$

$$f = (1+x+x^2+x^3)^5 = \left(\frac{1-x^4}{1-x}\right)^5 = \frac{(1-x^4)^5}{(1-x)^5}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1+x+x^2+\ldots+x^n+\ldots \Rightarrow$$

$$f = (1-x^4)^5\cdot\left(\frac{1}{1-x}\right)^5$$

$$\Rightarrow f = (1-x^4)^5\cdot(1+x+x^2+\ldots+x^n+\ldots)^5$$

$$(1-x^4)^5 = 1-5x^4+\ldots$$

$$(1+x+x^2+\ldots+x^n+\ldots)^5 = C_9^4x^5 + C_6^4x$$

$$(1-5x^4)(\ldots+C_9^4x^5+C_6^4x) = (C_9^4-5C_6^4)x^5$$

Ответ: $C_9^4-5C_6^4$, $N=5$ или $N=10$.

(8)

$$\left[\begin{array}{ll} ФОФ & p_1 \\ ООО & \\ ФОО & p_n \end{array}\right.$$

$-ФФФ \quad p_i$

$p_1 + \ldots + p_n = 1 - p_i$

$$p_i = \frac{16}{22+16} \cdot \frac{15}{22+15} \cdot \frac{14}{22+14} = \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \cdot \overset{5}{\cancel{15}} \cdot 14}{\underset{19}{\cancel{38}} \cdot 37 \cdot \underset{12}{\cancel{36}}} = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \cdot 5 \cdot 14}{19 \cdot 37 \cdot \underset{3}{\cancel{12}}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 5 \cdot 14}{19 \cdot 3 \cdot 37} = \frac{140}{2109}$$

$$p_1 + \ldots + p_n = 1 - \frac{140}{2109} = \frac{2109 - 140}{2109} = \frac{1969}{2109}$$

Ответ: $\frac{1969}{2109}$