Кисилицина Юлия

гр. 0362

Вариант 7

Задание	Ответ
1	$C_{20}^{16} = 4845$
2	C_{454}^{64}
3	444
4	1099
5	23
6	5426731
7	1) $N = 8$ или 10 2) $C_{16}^{8} - 9C_{14}^{8} + C_{9}^{2} \cdot C_{12}^{8}$
8	$\frac{247}{253}$

Задание 1: $x < 2^{22}$, $x \not\vdots 2$

$x = \underbrace{\sqcup\ \sqcup \ldots}_{20}\ \boxed{1}$

C_{20}^{16} - чисел $\quad C_{20}^{16} = \frac{20!}{16!\,4!} = 4845$

Ответ: $C_{20}^{16} = 4845$

Задание 2: $x_1 + x_2 + \ldots + x_{65} = 195$, где $x_i \geq -3$

$y_i = x_i + 4 \Rightarrow y_1 + \ldots + y_{65} = 195 + 4 \cdot 65$

$y_1 + \ldots + y_{65} = 455$

C_{454}^{64}

Ответ: C_{454}^{64}

Задание 3: (не все разные) = (все вар-ты) - (все разные)

$x = 12 \cdot 13 \cdot 13 - 12 \cdot 12 \cdot 11 = 12(169 - 132) = 444$

Ответ: 444

Задание 4 $A = \{a, b, c, d, e\}$, где $a=0, b=1, c=2, d=3, e=4$

$abdded = 013343_5 \rightarrow X_{10}$

$X_{10} = 3 + 20 + 3 \cdot 25 + 3 \cdot 125 + 5^4 = 1098$

$1098 + 1 = 1099$ (т.к. первое слово: $aaaaaa = 000000_5$)

Ответ: 1099

Задание 8: $1 - \frac{4}{23} \cdot \frac{3}{22} = 1 - \frac{6}{23 \cdot 11} =$

$= 1 - \frac{6}{253} = \frac{247}{253}$

Ответ: $\frac{247}{253}$

Задание 5:

$\{A\} - 24$
$\{3\} - 6$
$\{11\} - 16$
$\{9\} - 2$
$\{33\} - 2$
$\{99\} - 1$

$\{9\}$ или $\{11\} = 24 - 2 + 1 = 23$

Ответ: 23

Задание 6: $3282 - 1 = 3281$

$3281 = 1640 \cdot 2 + 1$
$1640 = 546 \cdot 3 + 2$
$546 = 136 \cdot 4 + 2$
$136 = 27 \cdot 5 + 1$
$27 = 4 \cdot 6 + 3$
$4 = 0 \cdot 7 + 4$

4	7 6 5 4 3 2 1	5
3	7 6 4 3 2 1	4
1	7 6 ~~4~~ 3 2 1	2
2	7 6 3 1	6
2	7 3 1	7
1	3 1	3
~~0~~	1	1

Ответ: 5426731

Задание 7

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2 = x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9$

$x_i \in [0;2]$

I (1) $\begin{cases} x_i = a_i, & i \le 4 \\ x_i = 2 - a_i, & i > 4 \end{cases}$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2 = 2 - a_5 + 2 - a_6 + 2 - a_7 + 2 - a_8 + 2 - a_9$

$a_1 + \ldots + a_9 = 10 - 2$

$a_1 + \ldots + a_9 = 8$

(2) $\begin{cases} x_i = 2 - a_i, & i \le 4 \\ x_i = a_i, & i > 4 \end{cases}$

$2 - a_1 + 2 - a_2 + 2 - a_3 + 2 - a_4 + 2 = a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9$

$10 = a_1 + \ldots + a_9$

Ответ: $N=8$ или $N=10$

II ① $a_1+\ldots+a_9=8$, где $a_i\in[0;2]$

1.1. $a_i\geq 0 \Rightarrow C^8_{8+9-1}=C^8_{16}$

1.2. $a_1>2$

$a_1'=a_1-2$

$a_1'+a_2+\ldots+a_9=6 \Rightarrow C^8_{6+9-1}=C^8_{14}$ (девять вар-тов)

1.3 $a_1,a_2>2$

$a_{1,2}'=a_{1,2}-2 \Rightarrow a_1'+a_2'+a_3+\ldots+a_9=8-2-2$

$a_1'+a_2'+\ldots+a_9=4$

$\Downarrow$

$C^8_{4+9-1}=C^8_{12}$ (C_9^2 вар-тов)

1.4. Больше двух „плохих" переменных быть не может, т.к. $a_{1,2,3}\geq 3$, то $3\cdot 3=9>8$

Ответ: $C^8_{16}-9\cdot C^8_{14}+C_9^2\cdot C^8_{12}$

② $(1+x+x^2)^9=\ldots+b_8x^8+\ldots$

$S=1+x+x^2\ /\cdot(x)$

$xS=x+x^2+x^3$

$xS-S=(x+x^2+x^3)-(1+x+x^2)=x^3-1$

$S(x-1)=x^3-1 \Rightarrow S=\frac{x^3-1}{x-1}=\frac{1-x^3}{1-x}$

$f=\left(\frac{1-x^3}{1-x}\right)^9=(1-x^3)^9(1+x+x^2+\ldots+x^n+\ldots)^9$

$(1-x^3)^9=(1-9x^3+C_9^2x^6\ldots)$

$(1+x+\ldots+x^n+\ldots)^9=(C^8_{16}x^8+x^5\cdot C^8_{14}+x^2\cdot C^8_{12}+\ldots)$

Ответ: $(C^8_{16}-9\cdot C^8_{14}+C_9^2\cdot C^8_{12})x^8$