ИДЗ 2 Стеценко Дарья

Вариант 22

N	Ответы
1	C_{14}^{9}
2	C_{194}^{4}
3	$8 \cdot \frac{8!}{3!} = 53760$
4	141
5	196
6	3765412
7	а) $N = 5$ или 13; б) $= C_{10}^{5} - 6C_{6}^{5} = 216$
8	$\frac{205}{273}$

№1

знаков ≤ 14

$1_{\text{ых}} = 9$

$\underbrace{\overbrace{\boxed{1} \; . \; \boxed{1}}^{9} \; \boxed{}}_{14}$ $\Rightarrow C_{14}^{9}$ числа могут быть в любом порядке, главное, чтобы среди них было 9 единиц

Ответ: C_{14}^{9}

№2.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 200$ $\quad x_i \geq 2$

$y_i = x_i - 1$

$y_i \geq 1 \Rightarrow y_1 + y_2 + \ldots + y_5 = 200 + (-1)\cdot 5 = 195$

Ответ: C_{194}^{4}

№3

9 система счисления; 6 знаков
все цифры разные кол-во?

т.к. на 1ом месте не может стоять 0, то на всех позициях 8

$\underline{8} \; \underline{8} \; \underline{7} \; \underline{6} \; \underline{5} \; \underline{4} = 8 \cdot \frac{8!}{3!} = 53\,760$

Ответ: $8\,\frac{8!}{3!} = 53\,760$

№4

$l = 8$; $A = \{a, b, c, d\}$; № aadbdaca - ?

$a = 0 \quad b = 1 \quad c = 2 \quad d = 3$

aadbdaca $\rightarrow$ 00313020_4

$\overset{7}{0}\overset{6}{0}\overset{5}{3}\overset{4}{1}\overset{3}{3}\overset{2}{0}\overset{1}{2}\overset{0}{0}{}_4 = 3\cdot 2^5 + 2^4 + 3\cdot 2^3 + 2\cdot 2 = 96 + 16 + 24 + 4 =$

$= 140_{10}$

$\Rightarrow$ № aadbdaca $= 140 + 1 = 141$

Ответ: 141

№5

$\{A\} = 313$

$\{7\} = 165$

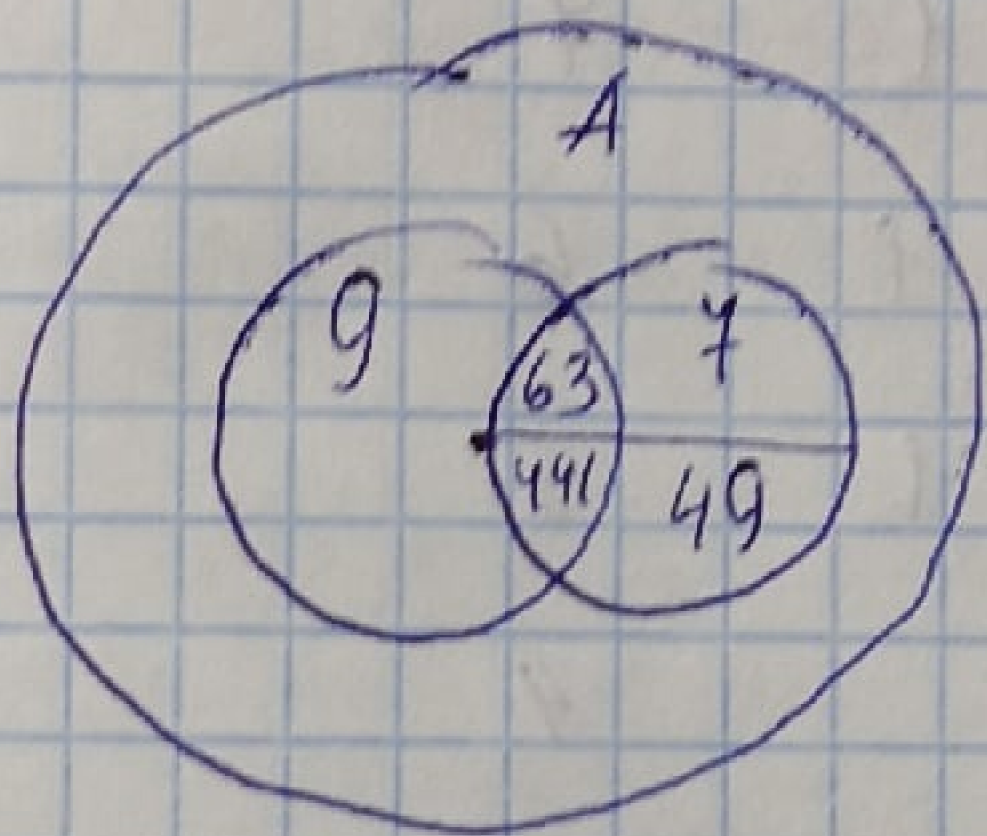
$\{9\} = 110$

$\{49\} = 39$

$\{63\} = 48$

$\{441\} = 30$

$\{\overline{7}\}$ или $\{9\}$



$\{\overline{7}\}$ или $\{9\}$ =

$= \{A\} - \{7\} + \{63\} =$

$= 313 - 165 + 48 =$

$= 196$

Ответ: 196

№6

$(1; 2; 3; 4; 5; 6; 7)$ перестановка под номером 2159 - ?

1) $2159 - 1 = 2158$

2) $2158 = 2 \cdot 1079 + 0$

$1079 = 3 \cdot 359 + 2$

$359 = 4 \cdot 89 + 3$

$89 = 5 \cdot 17 + 4$

$17 = 6 \cdot 2 + 5$

$2 = 7 \cdot 0 + 2$ $\Rightarrow (254320)!$

3)

2	7 6 5 4 3 2 1	3
5	7 6 5 4 2 1	7
4	6 5 4 2 1	6
3	5 4 2 1	5
2	4 2 1	4
0	2 1	1
0	2	2

Ответ: 3765412

№7

6 знаков; 4-ая система $abcdef$

A – множ-во $(a+b+c+d)-(e+f) = 7$

B – множ-во сумма фиксирована и равна N.

а) Док-ть $A=B$ при N - ?

б) найти A - ?

а) $x_1+x_2+x_3+x_4-7=x_5+x_6$ $\qquad x_i [0;3]$

$y_{5,6}=3-x_{5,6} \Rightarrow x_{5,6}=3-y_{5,6}$

$x_1+x_2+x_3+x_4-7=3-y_5+3-y_6$

$x_1+x_2+x_3+x_4+y_5+y_6=13 \Rightarrow N=13$

или

$y_{1,2,3,4}=3-x_{1,2,3,4} \Rightarrow x_{1,2,3,4}=3-y_{1,2,3,4}$

$3-y_1+3-y_2+3-y_3+3-y_4-7=x_5+x_6$

$5=y_1+y_2+y_3+y_4+x_5+x_6 \Rightarrow N=5$

Проверка:

$$\begin{array}{r} 13=3\cdot 2+7 \\ +\ 5=3\cdot 4-7 \\ \hline 18=3\cdot 6 \end{array}$$

верно $\Rightarrow N = 13$ или 5

Возьмём $N=5$

б)

I способ: 1) $C_{n+k-1}^{k-1}=C_{5+5}^{5}=C_{10}^{5}$, здесь числа только ≥ 0; $[0;+\infty)$

2) если $x_1 \geq 4 \Rightarrow x_1'=x_1-4$

$x_1'+x_2+\dots+x_6=5-4=1$

$\Rightarrow C_{1+6-1}^{6-1}=C_6^5$, таких случаев 6 $\Rightarrow$

Искомое число: $C_{10}^5 - 6\cdot C_6^5$

II способ:

$x_1 + \dots + x_6 = 5$ $\qquad x_i \in [0; 3]$

$(1+x+x^2+x^3)^6 = \dots + a_5 x^5 + \dots$

$(1+x+x^2+x^3)^6 = \frac{(1-x^4)^6}{(1-x)^6} = (1-x^4)^6(1+x+x^2+\dots)^6 =$

$= (1-6x^4+\dots)\cdot(\dots C_{10}^5 x^5 + C_6^5 x\ ) =$

$= \dots C_{10}^5 x^5 - 6C_6^5 x^5 \dots = \dots (C_{10}^5 - 6C_6^5)x^5 \dots \Rightarrow$

Искомое число $C_{10}^5 - 6C_6^5 = \frac{10!}{5!\,5!} - 6\frac{6!}{5!\,1!} = 216$

Ответ: а) $N = 5$ или В

б) $C_{10}^5 - 6C_6^5 = 216$

№8

18 фиолет. шаров

10 оранжев. шаров

выбирают 3

Вероятность, что хотябы 1 оранж?

P_1	Ф	Ф	Ф
P_2	Ф	Ф	Ор
P_3	Ф	Ор	Ф
P_4	Ор	Ф	Ф
P_5	Ф	Ор	Ор
P_6	Ор	Ф	Ор
P_7	Ор	Ор	Ф
P_8	Ор	Ор	Ор

данные вариантов подходит, здесь есть хотя-бы один оранжевый шарик $\Rightarrow$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 1$$

$$p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 1 - p_1$$

$$1 - p_1 = 1 - \frac{18}{18+10} \cdot \frac{17}{17+10} \cdot \frac{16}{16+10} =$$

$$= 1 - \frac{18}{28} \cdot \frac{17}{27} \cdot \frac{16}{26} = \frac{205}{273}$$

Ответ: $\frac{205}{273}$