

## Soluções: Formulação de IPs.

### Questão 1 (Investimentos)

Uma empresa quer decidir em quais de 7 projetos ela vai investir. Os projetos tem os lucros

Projeto	1	2	3	4	5	6	7
Lucro [MR\$]	13	9	13	18	15	3	5

A empresa deve respeitar as seguintes restrições:

- Ela não pode investir em todos projetos.
- Ela deve investir em ao menos um projeto.
- Projeto 1 não pode ser realizado se projeto 3 for realizado.
- Projeto 4 pode ser realizado somente se projeto 2 for realizado também.
- Ela deve realizar ou ambos projetos 1 e 5 ou nenhum deles.

Formule um programa inteiro com o objetivo de maximizar o lucro.

### Questão 2 (Formulação de Programas Inteiros)

Para os problemas abaixo, acha uma formulação como programa inteiro.

---

#### COBERTURA POR ARCOS

**Instância** Um grafo não-direcionado  $G = (V, E)$  com pesos  $c : E \rightarrow \mathbb{Q}$  nos arcos.

**Solução** Uma cobertura por arcos, i.e. um subconjunto  $E' \subseteq E$  dos arcos tal que todo vértice faz parte de ao menos um arco selecionado.

**Objetivo** Minimiza o custo total dos arcos selecionados em  $E'$ .

---

#### CONJUNTO DOMINANTE DE ARCOS

**Instância** Um grafo não-direcionado  $G = (V, E)$  com pesos  $c : E \rightarrow \mathbb{Q}$  nos arcos.

**Solução** Um conjunto dominante de arcos, i.e. um subconjunto  $E' \subseteq E$  dos arcos tal que todo arco compartilha um vértice com ao menos um arco em  $E'$ .

**Objetivo** Minimiza o custo total dos arcos selecionados em  $E'$ .

---

### COLORAÇÃO DE GRAFOS

**Instância** Um grafo não-direcionado  $G = (V, E)$ .

**Solução** Uma coloração do grafo, i.e. uma atribuição de cores nas vértices  $c : V \rightarrow \mathbb{Z}$  tal que cada par de vértices ligando por um arco recebe uma cor diferente.

**Objetivo** Minimiza o número de cores diferentes.

---

---

### CLIQUE MÍNIMO PONDERADO

**Instância** Um grafo não-direcionado  $G = (V, E)$  com pesos  $c : V \rightarrow \mathbb{Q}$  nos vértices.

**Solução** Uma *clique*, i.e. um subconjunto  $V' \subseteq V$  de vértices tal que existe um arco entre todo par de vértices em  $V'$ .

**Objetivo** Minimiza o peso total dos vértices selecionados  $V'$ .

---

---

### SUBGRAFO CÚBICO

**Instância** Um grafo não-direcionado  $G = (V, E)$ .

**Solução** Uma subgrafo cúbico, i.e. uma seleção  $E' \subseteq E$  dos arcos, tal que cada vértice em  $G' = (V, E')$  possui grau 0 ou 3.

**Objetivo** Minimiza o número de arcos selecionados  $|E'|$ .

---

### Questão 3 (Formulação Matemática)

Um *Futoshiki* é um tabuleiro quadrático de tamanho  $n \times n$  preenchido com os números  $[1, n]$  tal que toda linha e toda coluna contém cada número exatamente uma vez. Além disso, algumas casas adjacentes na mesma linha tem que respeitar uma ordem entre seus números. Isso é indicado por um  $<$  ou  $>$  colocado entre as casas. Por exemplo, no tabuleiro abaixo, o número em A1 tem que ser maior que o número em A2. Formule um programa inteiro para resolver o seguinte Futoshiki minimizando o valor na casa A1:

	1	2	3	4	5
<i>A</i>	<input type="checkbox"/>	> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>B</i>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>C</i>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	< <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>D</i>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>E</i>	<input type="checkbox"/>	< <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	< <input type="checkbox"/>