

Gatrix Notes - Sistemas Lineares

CAT

Gatrix Notes

-

Sistemas Lineares

Glóssario

Vou usar alguns gatos para serem as variaveis



Conceito

É um conjunto de equações associadas entre si por duas ou mais variáveis:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ 🐱} + 12 \text{ 🐹} + 6 \text{ 🐱} = 5 \\ 4 \text{ 🐱} - 9 \text{ 🐹} - 3 \text{ 🐱} = 4 \\ -5 \text{ 🐱} + 7 \text{ 🐹} + 14 \text{ 🐱} = 12 \end{array} \right\}$$

Aplicação

Uma das principais aplicações para os Sistemas Lineares é o uso no GPS

vamos a um exemplo:

Carla estava no trabalho quando decidiu pegar o celular de Carlos para olhar algumas fotos da última viagem que haviam feito juntos. Ao desbloquear o dispositivo, notou uma notificação de mensagem de uma desconhecida.

Senti um frio na barriga e, tomada pela curiosidade, começou a investigar.

Ao descobrir uma troca de mensagens suspeitas, revelando que Carlos estava tendo um caso, Carla rastreou a localização do marido e viu que ele estava em um café do outro lado da cidade.

Com o coração acelerado, decidiu que precisava confrontá-lo.

Ela abriu o Waze, um aplicativo que não apenas ajudava na navegação, mas que utilizava tecnologias avançadas de GPS. O sistema de GPS, que Carla sabia ser fundamentado em sistemas lineares, determina a posição por meio de coordenadas.

Os satélites emitem sinais de ondas eletromagnéticas, e essas informações são processadas através de um sistema de equações lineares. Assim, Carlos, enquanto utilizava seu aparelho, dependia deste mesmo sistema para calcular sua posição.

Imediatamente, Carla digitou o endereço, e o Waze, utilizando os dados de localização obtidos pelos satélites, traçou a rota mais rápida para o café.

Em poucos minutos, ela estava a caminho, refletindo sobre como aquela tecnologia, baseada em sistemas lineares, a ajudava a chegar rapidamente até a verdade.

Enquanto dirigia, uma mistura de raiva e tristeza a dominava. Carla sabia que precisava saber a verdade, e o GPS a guiaria tanto física quanto emocionalmente, em busca de um encerramento para aquela situação.



Notação

{ Chaves para definir que as equações fazem parte de um mesmo sistema

Variáveis

$$\begin{array}{c|c} 2 & \text{cat} \\ \hline 4 & \text{cat} \\ \hline -5 & \text{cat} \end{array} + \begin{array}{c|c} 12 & \text{pig} \\ \hline 9 & \text{pig} \\ \hline 7 & \text{pig} \end{array} + \begin{array}{c|c} 6 & \text{cat} \\ \hline 3 & \text{cat} \\ \hline 14 & \text{cat} \end{array} = \begin{array}{c|c} 5 & \\ \hline 4 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

Termos isolados

Números (Coeficientes das variáveis)



Tem uma boa prática que é colocar as variáveis iguais na mesma coluna

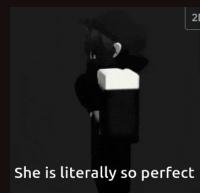
$$\left\{ \begin{array}{l} 9 \text{pig} + 12 \text{pig} + -5 \text{cat} = 5 \\ 4 \text{cat} - 2 \text{cat} - 3 \text{cat} = 4 \\ 6 \text{cat} + 14 \text{cat} + 7 \text{pig} = 12 \end{array} \right.$$

Chiqueiro x



$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{cat} + 12 \text{pig} + 6 \text{cat} = 5 \\ 4 \text{cat} - 9 \text{pig} - 3 \text{cat} = 4 \\ -5 \text{cat} + 7 \text{pig} + 14 \text{cat} = 12 \end{array} \right.$$

Organizado ✓



She is literally so perfect

Classificação

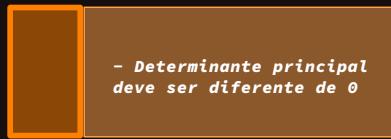


SPD

Sistema Possível e Determinado



Uma unica solução possível

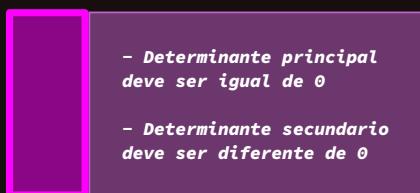


SI

Sistema Impossível



Não há uma solução possível

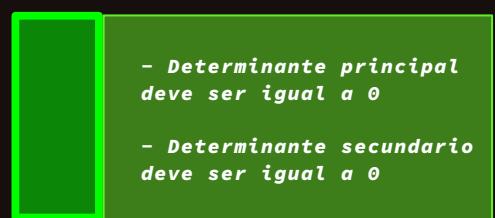


SPI

Sistema Possível e Indeterminado



Há infinitas soluções possíveis



Se tem determinante é porque tem matriz logo como se contrói uma matriz de um sistema linear?

Fazendo o pix na chave: 44002-8922

Matriz de um Sistema Linear

Para mostrar os tipos usaremos essa mesma matriz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cat} - 5 \text{ Hamster} = 3 \\ 9 \text{ Cat} + 4 \text{ Hamster} = 6 \\ -3 \text{ Cat} + 1 \text{ Hamster} = 7 \end{array} \right.$$

Matriz Incompleta

É formada apenas pelos coeficientes das variáveis do sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\text{Cat}} - \boxed{5 \text{ Hamster}} = 3 \\ 9 \text{ Cat} + \boxed{4 \text{ Hamster}} = 6 \\ -3 \text{ Cat} + \boxed{1 \text{ Hamster}} = 7 \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad M = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 9 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Completa

É formada pelos coeficientes das variáveis e os termos isolados do sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\text{Cat}} - \boxed{5 \text{ Hamster}} = \boxed{3} \\ 9 \text{ Cat} + \boxed{4 \text{ Hamster}} = \boxed{6} \\ -3 \text{ Cat} + \boxed{1 \text{ Hamster}} = \boxed{7} \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad M = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 9 & 4 & 6 \\ -3 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Tipos de determinantes de um Sistema Linear

Para mostrar os tipos usaremos essa mesma matriz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cat} + 8\text{Dog} + 5\text{Owl} = 0 \\ 5\text{Cat} - 3\text{Dog} - 4\text{Owl} = 4 \\ 2\text{Cat} + 6\text{Dog} + \text{Owl} = 1 \end{array} \right.$$

Determinante Principal

Encontrado a partir da matriz dos coeficientes das incognistas do sistema

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 5 & -3 & -7 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinante Secundário

Para isso:

- Pegamos a matriz do determinante principal
- Trocamos a coluna da determinada variável pelos termos isolados

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cat} + 8 \text{Dog} + 5 \text{Cat} = 0 \\ 5 \text{Cat} - 3 \text{Dog} - 4 \text{Cat} = 4 \\ 2 \text{Cat} + 6 \text{Dog} + \text{Cat} = 1 \end{array} \right.$$

Termos Isolados

Matrix Determinante Principal

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 5 & -3 & -7 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{\text{Cat}} = \begin{bmatrix} \text{Cat} & \text{Dog} & \text{Cat} \\ 0 & 8 & 2 \\ 4 & -3 & -7 \\ 1 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

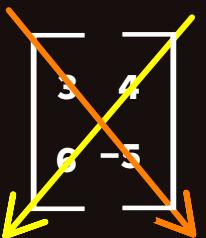
$$D_{\text{Dog}} = \begin{bmatrix} \text{Cat} & \text{Dog} & \text{Cat} \\ 1 & 0 & 2 \\ 5 & 4 & -7 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{\text{Cat}} = \begin{bmatrix} \text{Cat} & \text{Dog} & \text{Cat} \\ 1 & 8 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ gato} + 4 \text{ cachorro} = 7 \\ 6 \text{ gato} - 5 \text{ cachorro} = 8 \end{array} \right.$$

Vamos calcular o determinante principal do sistema:

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow D = 3 * (-5) - 4 * 6 = -33$$


Como o determinante principal é diferente
de zero, logo temos um sistema SPD

