Gatrix Notes - Sistemas Lineares

Gatrix Notes

-

Transformação Linear

$$T : \underbrace{V}_{\mathbb{R}^n} \to \underbrace{W}_{\mathbb{R}^m}$$

No caso V e W seriam os espaços

Logo transformações são basicamente operar sobre os espaços de forma que:

- temos um espaço de inicio
- teremos um espaço desejado

Assim conseguimos manipular os espaços

T

Possui uma regra que vai ser aplicada

Exemplo 1

Quero transformar V em W usando a regra (função) T. Ou seja transformar um espaço vetorial em outro espaço vetorial

$V = (x) \quad W = (x, y)$

$$\boxed{T(x) = (2x, 5x)}$$

Neste caso a regra já foi dada basta agora aplicarmos a regra

$$T(4) = (\overbrace{2 \cdot 4}^{x}, \overbrace{5 \cdot 4}^{y}) = (8, 20)$$

$$T(1) = (\underbrace{2 \cdot 1}_{x}, \underbrace{5 \cdot 1}_{y}) = (2, 5)$$

Exemplo 2

Aplicar a transformação:

$$T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$$

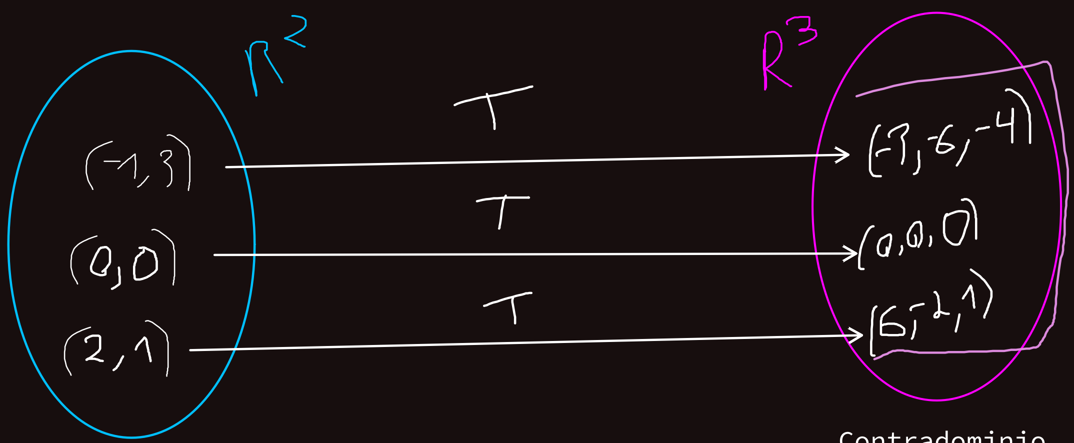
$$v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

$$w = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

$$T(x, y) = (3x, -2y, x - y)$$

$$T(-1, 3) = (-3, -6, 2)$$

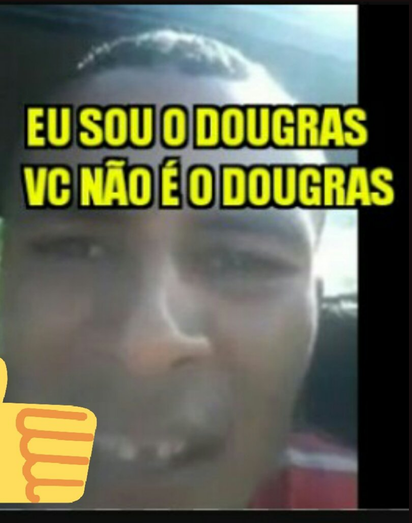
> **Como uma transformção é uma função logo ela possui todas as caracteristicas de uma função**



Imagem

Contradominio

Dominio



É uma transformação?

$T: V \to W$ $\qquad$ $V, W \in \mathbb{R}^n$

Para ser uma transformação linear precisamos que se cumpra 2 regras necessariamente

"A imagem da soma é igual a soma das imagens"

i $\quad T(u+v) = T(u) + T(v);\ \forall u, v \in V$

Também chamada de regra da soma

"A imagem do produto do escalar pelo vetor é igual ao produto da imagem do vetor"

ii $\quad T(\alpha u) = \alpha T(u);\ \forall \alpha \in \mathbb{R}$ e $\forall u \in V$

Também chamada de regra do produto ou multiplicação

meow

meow

"Transformação Linear é só aplicar as duas regras, se caso não respeitou elas logo não é transformação linear"

meow

meow

Exemplo 1

É uma transformação linear?

$$T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$$

$$T(x,y) = (3x, -2y, x-y)$$

Regra da Transformação

> **Como não sabemos valores exatos de u e v, então colocamos no modo generico que é justamente usarmos:**
>
> **- x e y**
>
> **Para diferenciarmos usamos um 1 e 2 de baixo ds variaveis**

REGRA 1

$$T(u+v) = T(\underbrace{x_1+x_2}_{x}, \underbrace{y_1+y_2}_{y})$$

$$u = (x_1, y_1)$$
$$v = (x_2, y_2)$$

Agora aplicamos a regra de T(x) para u e v:

$$T(x_1+x_2) = (3(x_1+x_2), -2(y_1+y_2), (x_1+x_2)-(y_1+y_2)) =$$

Agora separamos os vetores:

$$= \underbrace{(3x_1, -2y_1, x_1-y_1)}_{T(u)} + \underbrace{(3x_2, -2y_2, x_2-y_2)}_{T(v)} = T(u)+T(v)$$

REGRA 2

$u = (x_1, y_1)$

$T(\alpha(x_1, y_1)) = T(\alpha x_1, \alpha y_1) =$

Aplica a regra:

$= (3(\alpha x_1), -2(\alpha y_1), (\alpha x_1) - (\alpha y_1)) =$

Tirando o escalar dos parenteses

$= (\alpha(3x_1), \alpha(-2y_1), \alpha(x_1 - y_1)) =$

Isolando o alfa

$= \alpha T(u)$

T é uma transformação linear

Exemplo 2

$V, W \in \mathbb{R}^n$

$T: V \to W$

É uma transformação linear?

Quando não botam nada acima do R
significa que é igual a 1

$$T: \mathbb{R}^1 \to \mathbb{R}^1$$
$$x \mapsto 3x$$

$u = (x_1)$
$v = (x_2)$

i.

$$T(x) = 3x = 3(x_1 + x_2) = 3x_1 + 3x_2$$

ii.

$$T(\alpha x_1) = 3(\alpha x_1) = \alpha(3x_1) = \alpha T(x_1)$$

T é uma transformação

Exemplo 3

$$T: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 3x + 1$$

É uma transformação linear?

$$T(u+v) = 3(x_1 + x_2) + 1 =$$
$$= 3x_1 + 3x_2 + 1$$

$u = (x_1)$
$v = (x_2)$

$$T(u) = T(x_1) = 3x_1 + 1$$
$$T(v) = T(x_2) = 3x_2 + 1$$
$$T(u) + T(v) = (3x_1 + 1) + (3x_2 + 1)$$
$$T(u+v) \neq T(u) + T(v)$$

não é transformação linear