



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Департамент математического и компьютерного
моделирования**

**ОТЧЕТ
к лабораторной работе № 4**

по дисциплине «Математическое и компьютерное моделирование
(Mathematical and Computer Modeling)»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнила студентка
группы Б9119-01.03.02

Пахомова Д.Е.

(ФИО)

_____ (подпись)

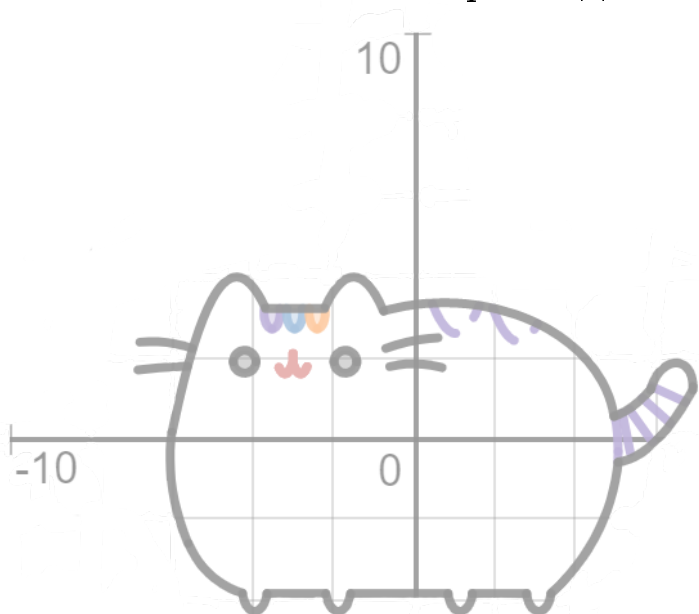
Проверил д.ф.-м.н.

Пермяков М.С.

(ФИО)

_____ (подпись)

« 17 » января 20 22 г.



г. Владивосток
2022

Содержание

Введение	3
Задание 1: Движение материальной точки в районе полюса Земли	3
1.1 Формулировка задачи	3
1.2 Постановка физической модели	3
1.3 Постановка математической модели процесса	3
1.4 Численная реализация метода	5
1.5 Изменение траектории в зависимости от скорости	6
Заключение	7
ПРИЛОЖЕНИЕ	9

Введение

В данной лабораторной работе требуется решить и оформить задачи для построения траектории движения материальной точки на Земле.

Задание 1: Движение материальной точки в районе полюса Земли

1.1 Формулировка задачи

Построить траекторию движения материальной точки на Земле в районе северного полюса. Скорость точки относительно координат постоянна.

1.2 Постановка физической модели

Для решения задачи используем следующие параметры:

Координаты точки: x, y ;

Угловая скорость вращения Земли: $\omega[\text{с}^{-1}]$;

Скорость относительно x : $u \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$;

Скорость относительно y : $v \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$;

Широта: $\phi[\text{градусы}]$;

Кориолисово ускорение: $A_K[\text{градусы} \cdot \text{с}^{-1}]$.

1.3 Постановка математической модели процесса

Для построения математической модели рассмотрим:

1. Формула ускорения Кориолиса (величина вектора ускорения):

$$A_K = 2\omega u \sin \phi;$$

2. Ускорение Кориолиса относительно x :

$$\frac{du}{dt} = 2\omega v \sin \phi;$$

3. Ускорение Кориолиса относительно y :

$$\frac{dv}{dt} = -2\omega u \sin \phi;$$

4. Скорость изменения координаты x :

$$\frac{dx}{dt} = u;$$

5. Скорость изменения координаты y :

$$\frac{dy}{dt} = v;$$

6. Объединив уравнения 1-5 в систему получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение точки относительно вращающейся системы отсчета:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u, \\ \frac{dy}{dt} = v, \\ \frac{du}{dt} = 2\omega v \sin \phi, \\ \frac{dv}{dt} = -2\omega u \sin \phi. \end{cases}$$

1.4 Численная реализация метода

Используем следующие параметры для реализации:

Координаты точки: $x = 1, y = 4$;

Угловая скорость вращения Земли: $\omega = 7.2921 \cdot 10^{-5} \text{с}^{-1}$;

Скорость относительно x : $u = \text{const} = 0.5 \frac{\text{М}}{\text{с}}$;

Скорость относительно y : $v = \text{const} = 0.7 \frac{\text{М}}{\text{с}}$;

Широта: $\phi = 90^\circ$;

Решение системы ОДУ производим при помощи метода `odeint` из библиотеки `scipy.integrate` языка Python. Метод вычислений, используемый в методе `odeint` - LSODA, разновидность алгоритма Адамса-Бешфорта. Время $t \in [0, 10000]$.

Реализацию будем производить на языке Python, для визуализации используем библиотеку `matplotlib`.

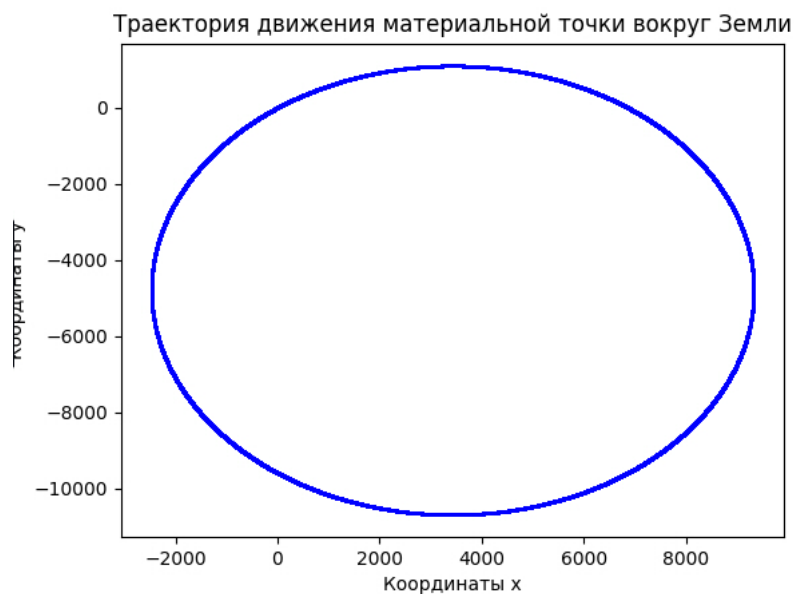
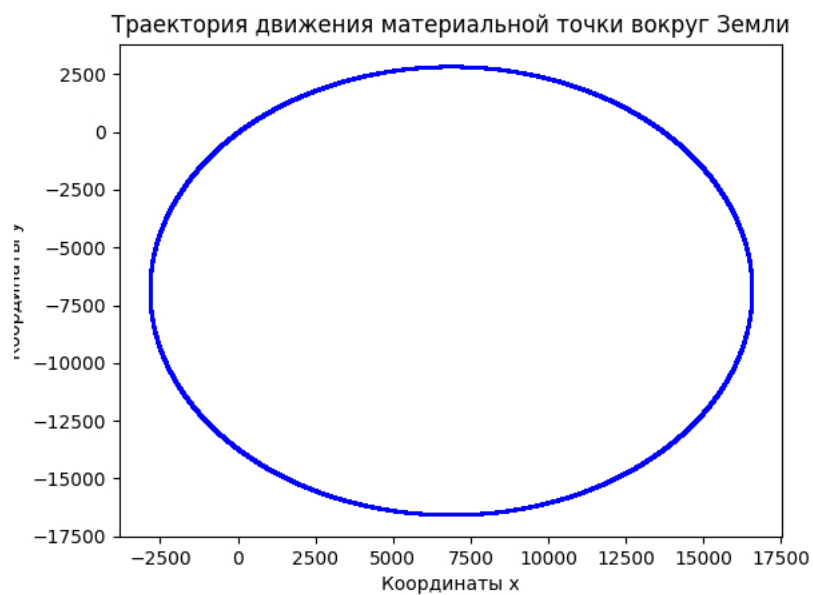
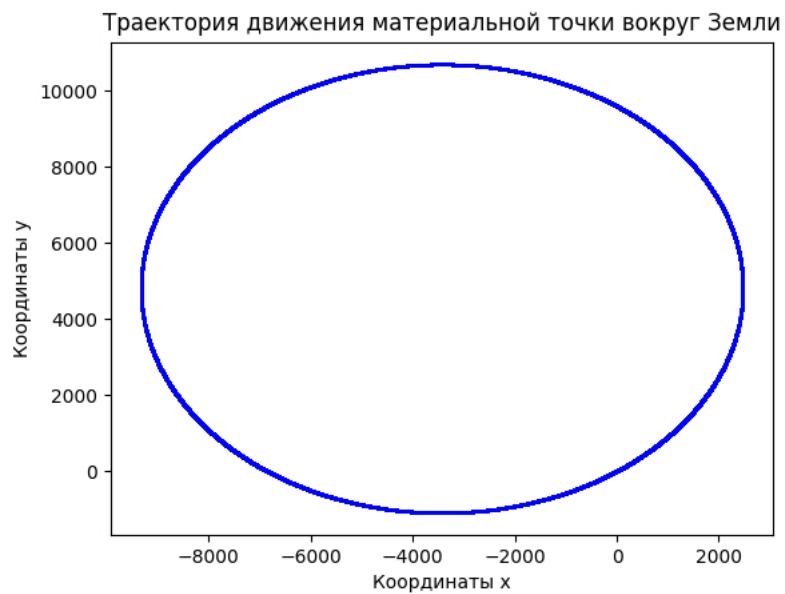


Рис. 1: Задание 1.

1.5 Изменение траектории в зависимости от скорости

Рассмотрим u, v - отрицательными, и $u = 1, v = 1$. В первом случае увидим, что график рисуется в отрицательную сторону по x , во втором заметим, что идет увеличение положительных координат по x в сравнении с начальными u, v .



Заключение

В данной лабораторной работе мною были решены и оформлены в среде компьютерной верстки «Т_ЕX» поставленные задачи: постро-

ены математическая и компьютерная модели материальной точки, движущейся на полюсе Земли, проанализированы процессы и сам объект.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Код для решения системы дифференциальных уравнений методом `odeint` и построения графиков:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
from matplotlib import pyplot as plt

omega = 7.2921 * pow(10, -5)
phi = 1.57
x = 0
y = 0
u = 0.5
v = 0.7
initials = [x, y, v, u]
step = 1

def koriolis_acceleration_system(init, t):
    dxdt = init[2]
    dydt = init[3]
    dudt = 2 * omega * init[3] * math.sin(phi)
    dvdt = -2 * omega * init[2] * math.sin(phi)
    return [dxdt, dydt, dudt, dvdt]

t = np.linspace(0, 100000, 100000)

[x, y, u, v] = odeint(koriolis_acceleration_system, initials, t).T

plt.title("Траектория движения материальной точки вокруг Земли")
plt.xlabel("Координаты x")
plt.ylabel("Координаты y")
plt.scatter(x, y, s=1, c='blue')
plt.show()
```