МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

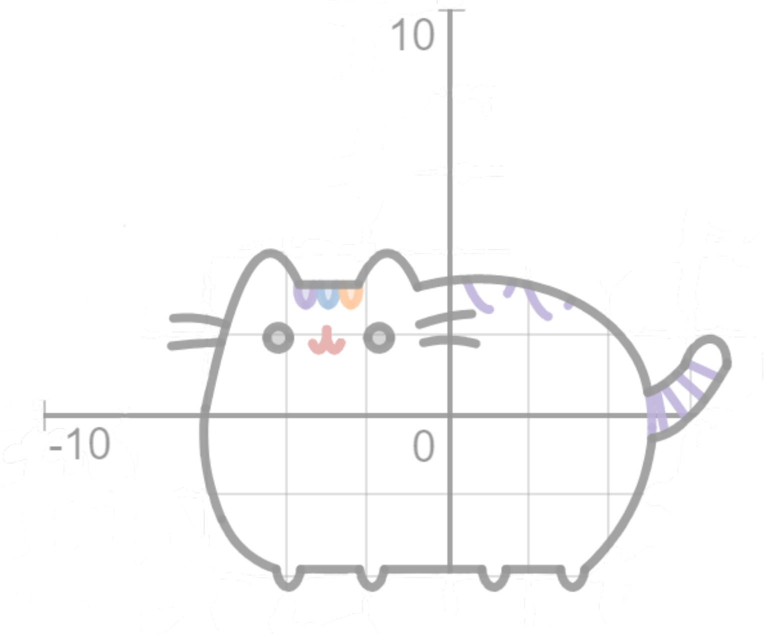
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

ОТЧЕТ
к лабораторной работе № 2

по дисциплине «Математическое и компьютерное моделирование (Mathematical and Computer Modeling)»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»



Выполнила студентка
группы Б9119-01.03.02

Пахомова Д.Е. ____________
(ФИО) *(подпись)*

Проверил д.ф.-м.н.

Пермяков М.С. ____________
(ФИО) *(подпись)*

« 17 » января 20 22 г.

г. Владивосток
2022

Содержание

Введение

В данной лабораторной работе требуется решить и оформить задачи для построения модели нагревания утюга.

Задание 1: Утюг без терморегулятора

1.1 Формулировка задачи

Построить модель нагревания утюга. Рассмотреть случай отсутствия терморегулирующего элемента.

1.2 Постановка физической модели

Для решения задачи используем следующие параметры:

Потребляемая утюгом мощность: $P[\text{Вт}]$;
Масса утюга: $m[\text{кг}]$;
Удельная теплоёмкость подошвы утюга: $c\left[\dfrac{\text{Дж}\cdot\text{К}}{\text{кг}}\right]$;
Начальная температура утюга: $T_0[\text{К}]$;
Максимальная температура нагрева: $T[\text{К}]$;
Площадь поверхности подошвы утюга: $S[\text{м}^2]$;
Период времени работы: $\Delta t[c]$;
Постоянная Больцмана: $k = 5.67 \cdot 10^{-8}$;
Коэффициент теплообмена: $\alpha = 20.0$;
Теплота, поглощаемая или выделяемая участниками теплообмена: $Q_i[\text{Дж}]$.

1.3 Постановка математической модели процесса

Для построения математической модели рассмотрим:

1. Уравнение теплового баланса:

   $Q_1 + Q_2 + Q_3 + ... + Q_n = 0;$

2. Уравнение выработки тепла телом:

   $Q_1 = N\mathit{\Delta} t;$

3. Уравнение поглощения тепла окружающим пространством:

   $Q_2 = -\alpha S \mathit{\Delta} T \mathit{\Delta} t;$

4. Уравнение излучения тепла телом:

   $Q_3 = -kS(T^4 - T_0^4)\mathit{\Delta} t;$

5. Уравнение нагревания тела:

   $Q_4 = -cm\mathit{\Delta} T.$

6. Для данной задачи выведем уравнение теплового баланса. В интегральной форме оно примет вид:

   $$N\mathit{\Delta} t - \alpha S \mathit{\Delta} T \mathit{\Delta} t - kS(T^4 - T_0^4)\mathit{\Delta} t - cm\mathit{\Delta} T = 0;$$

7. Перейдем к дифференциальной форме уравнения:

   $$\frac{dT}{dt} = \frac{N}{cm} - \alpha S \mathit{\Delta} T - kS(T^4 - T_0^4), \text{ где } dt \to 0.$$

1.4 Численная реализация метода

Используем следующие параметры для реализации:

Потребляемая утюгом мощность: $P = 3000[\text{Вт}]$;
Масса утюга: $m = 1,45$кг;
Удельная теплоёмкость подошвы утюга: $c = 920 \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг}}\right]$;
Начальная температура утюга: $T_0 = 293[\text{К}]$;
Максимальная температура нагрева: $T = 500[\text{К}]$;
Площадь поверхности подошвы утюга: $S = 0,04712[\text{м}^2]$.

С помощью библиотеки matplotlib языка Python построим график изменения температуры с течением времени.

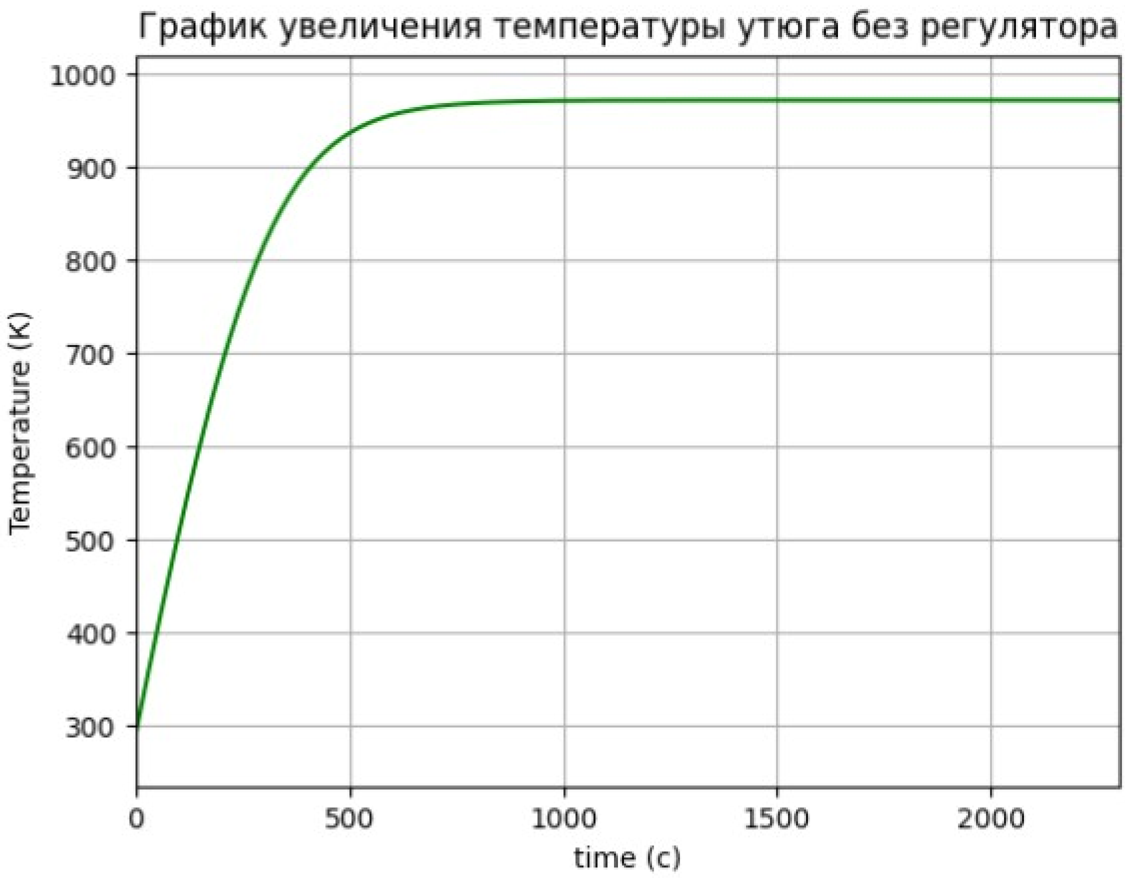


Рис. 1: Задание 1.

Видно, что утюг без терморегулятора довольно быстро достигает максимально допустимой температуры и перегревается, что делает такой утюг крайне небезопасным для использования.

Задание 2: Утюг с терморегулятором

2.1 Формулировка задачи

Построить модель нагревания утюга. Рассмотреть случай с терморегулирующим элементом.

2.2 Постановка физической модели

Для решения задачи используем следующие параметры:

Потребляемая утюгом мощность: $P[\text{Вт}]$;
Масса утюга: $m[\text{кг}]$;
Удельная теплоёмкость подошвы утюга: $c\left[\dfrac{\text{Дж}\cdot\text{К}}{\text{кг}}\right]$;
Начальная температура утюга: $T_0[\text{К}]$;
Максимальная температура нагрева: $T[\text{К}]$;
Площадь поверхности подошвы утюга: $S[\text{м}^2]$;
Период времени работы: $\Delta t[c]$;
Постоянная Больцмана: $k = 5.67\cdot 10^{-8}$;
Коэффициент теплообмена: $\alpha = 20.0$;
Теплота, поглощаемая или выделяемая участниками теплообмена: $Q_i[\text{Дж}]$.

2.3 Постановка математической модели процесса

Для построения математической модели рассмотрим:

1. Уравнение теплового баланса:

   $Q_1 + Q_2 + Q_3 + ... + Q_n = 0$;

2. Уравнение выработки тепла телом:

   $Q_1 = N\Delta t$;

3. Уравнение поглощения тепла окружающим пространством:

   $Q_2 = -\alpha S \varDelta T \varDelta t;$

4. Уравнение излучения тепла телом:

   $Q_3 = -kS(T^4 - T_0^4)\varDelta t;$

5. Уравнение нагревания тела:

   $Q_4 = -cm\varDelta T;$

6. Булеву функцию u(T), которая отражает включение/выключение утюга в зависимости от его температуры, равную единице, если утюг нагревается, и нулю, если остывает.

7. Для данной задачи выведем уравнение теплового баланса. В интегральной форме оно примет вид:

   $$u(T) \cdot N\varDelta t - \alpha S \varDelta T \varDelta t - kS(T^4 - T_0^4)\varDelta t - cm\varDelta T = 0;$$

8. Перейдем к дифференциальной форме уравнения:

   $$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{cm} \cdot (Nu(T)) - \alpha S \varDelta T - kS(T^4 - T_0^4), \text{ где } dt \to 0.$$

2.4 Численная реализация метода

Используем следующие параметры для реализации:

Потребляемая утюгом мощность: $P = 3000$[Вт];
Масса утюга: $m = 1,45$кг;
Удельная теплоёмкость подошвы утюга: $c = 920 \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг}}\right]$;
Начальная температура утюга: $T_0 = 293$[K];
Максимальная температура нагрева: $T = 500$[K];
Площадь поверхности подошвы утюга: $S = 0,04712$[м^2].

Используем метод Эйлера для решения в силу простоты метода, с шагом $h = 10$.
С помощью библиотеки matplotlib языка Python построим график изменения температуры с течением времени.

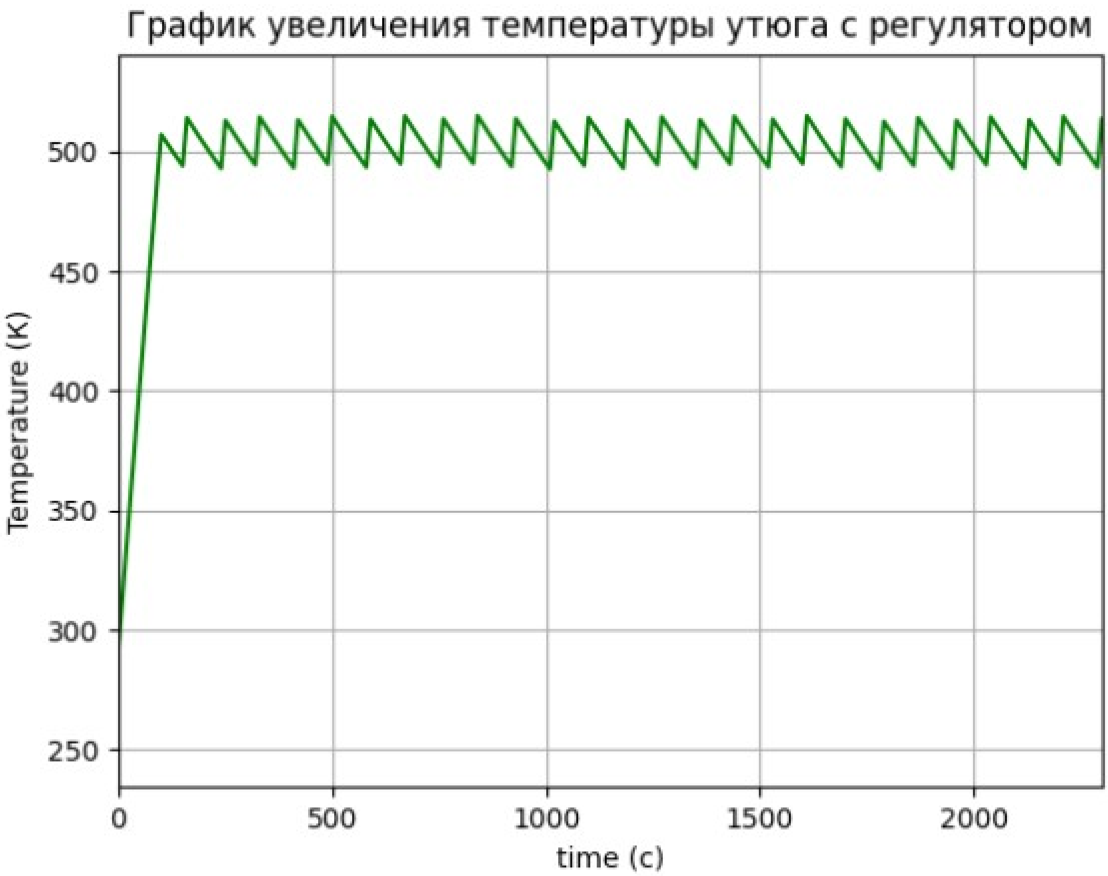


Рис. 2: Задание 2.

Видно, что утюг с терморегулятором остывает до определенной температуры, а затем снова нагревается.

Заключение

В данной лабораторной работе мною были решены и оформлены в среде компьютерной верстки «TEX» поставленные задачи: построены математическая и компьютерная модели современного электрического утюга с терморегулятором и без него, проанализированы процессы и сам объект.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Код для решения дифференциального уравнения и построения графиков к задаче 1:

```
import math
from matplotlib import pyplot as plt

//FOR 1 TASK

N = 3000.0
m = 1.45
c = 920.0
T0 = 293.0
T_max = 515.0
S = 0.04712
a = 20.0
k = 5.67 * math.pow(10, -8)
t_max = 2301
tick = 10

def f(delta_t, T):
        temp = - a * S * (T - T0) - S * k * (math.pow(T, 4) - math.pow(T0, 4)
            )
        return (temp + N) / (c * m)


temperature = [0.0 for i in range(0, t_max, tick)]
temperature[0] = T0

index = 0
for i in range(tick, t_max, tick):
        index += 1
        temperature[index] = temperature[index - 1] + tick * f(tick,
            temperature[index - 1])

t = [i for i in range(0, t_max, tick)]

plt.plot(t, temperature, 'g-')
plt.xlabel('time c()')
plt.ylabel('Temperature K()')
plt.axis([0, t_max, min(temperature) * 0.8, max(temperature) * 1.05])
plt.grid(True)
plt.show()
```

2. Код для решения дифференциального уравнения методом Эйлера и построения графиков к задаче 2:

```
import math
from matplotlib import pyplot as plt

//FOR 2 TASK

N = 3000.0
m = 1.45
c = 920.0
T0 = 293.0
T_max = 515.0
S = 0.04712
a = 20.0
k = 5.67 * math.pow(10, -8)
t_max = 2301
tick = 10

def f(delta_t, T):
        temp = - a * S * (T - T0) - S * k * (math.pow(T, 4) - math.pow(T0, 4)
            )
        if T + delta_t * (temp + N) / (c * m) > T_max:
                        return temp / (c * m)
        return (temp + N) / (c * m)


temperature = [0.0 for i in range(0, t_max, tick)]
temperature[0] = T0

index = 0
for i in range(tick, t_max, tick):
        index += 1
        temperature[index] = temperature[index - 1] + tick * f(True, tick,
            temperature[index - 1])

t = [i for i in range(0, t_max, tick)]

plt.plot(t, temperature, 'g-')
plt.xlabel('time c()')
plt.ylabel('Temperature K()')
plt.axis([0, t_max, min(temperature) * 0.8, max(temperature) * 1.05])
plt.grid(True)
plt.show()
```