

Roll No.

[2]

D-3604

D-3604

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2020

(Old Course)

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) ε - δ की विधि के प्रयोग से, सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) = 15$$

By using ε - δ method, prove that :

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) = 15$$

(A-69) P. T. O.

- (ब) यदि :

$$y = \sin(a \sin^{-1} x)$$

तो $(y_n)_0$ को ज्ञात कीजिए।

If :

$$y = \sin(a \sin^{-1} x)$$

then evaluate $(y_n)_0$.

- (स) टेलर प्रमेय के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(x+h) &= \tan^{-1} x + h \sin z \cdot \frac{\sin z}{1} \\ &\quad - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + (h \sin z)^3 \cdot \frac{\sin 3z}{3} - \dots \end{aligned}$$

जहाँ $z = \cot^{-1} z$ ।

With Taylor's theorem, prove that :

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(x+h) &= \tan^{-1} x + h \sin z \cdot \frac{\sin z}{1} \\ &\quad - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + (h \sin z)^3 \cdot \frac{\sin 3z}{3} - \dots \end{aligned}$$

where $z = \cot^{-1} z$.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) वक्र

$$(x+y)^2 (x+2y+2) = x+9y+2$$

की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

(A-69)

[3]

D-3604

Find the asymptotes of the curve :

$$(x+y)^2(x+2y+2) = x+9y+2$$

(ब) वक्र :

$$x = \log_e \frac{y}{x}$$

पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find point of inflexion on curve :

$$x = \log_e \frac{y}{x}$$

(स) वक्र $y^3 = a^2x - x^3$ का अनुलेखन कीजिए।Trace the curve $y^3 = a^2x - x^3$.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

Prove that :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

(ब) वक्र $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ को x -अक्ष के परितः परिभ्रमण कराया जाता है। लूप द्वारा जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।Curve $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ is revolved about the x -axis. Find the volume of the solid thus generated by the loop.

(A-69) P. T. O.

[4]

D-3604

(स) वक्र $a^2x^2 = y^3(2a-y)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of curve :

$$a^2x^2 = y^3(2a-y)$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

Solve :

$$(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

(ब) हल कीजिए :

$$(px - y)(py + x) = h^2p$$

Solve :

$$(px - y)(py + x) = h^2p$$

(स) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$$

(A-69)

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$$

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$$

- (ब) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

- (स) हल कीजिए :

$$\frac{x \, dx}{z^2 - 2yz - y^2} = \frac{dy}{y + z} = \frac{dz}{y - z}$$

Solve :

$$\frac{x \, dx}{z^2 - 2yz - y^2} = \frac{dy}{y + z} = \frac{dz}{y - z}$$