Roll No.

D-3559

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2020

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time: Three Hours]

[Maximum Marks: 50

नोट: सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

डकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) ε-δ की विधि के प्रयोग से, सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x \to 1} \sqrt{x^2 + 8} = 3$$

By using ε - δ method, prove that :

$$\lim_{x \to 1} \sqrt{x^2 + 8} = 3$$

(ब) मैक्लॉरिन प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए। State and prove Maclaurin theorem.

(A-67) P. T. O.

(स) टेलर प्रमेय से $an^{-1}x$ का $\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ की घातों में प्रसार ज्ञात कीजिए।

Expand $\tan^{-1} x$ in powers of $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ by Taylor's theorem.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) वक्र की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$x^{3} - x^{2}y - xy^{2} + y^{3} + 2x^{2} - 4y^{2}$$
$$+ 2xy + x + y - 1 = 0$$

Find asymptotes of the curve:

$$x^{3} - x^{2}y - xy^{2} + y^{3} + 2x^{2} - 4y^{2} + 2xy + x + y - 1 = 0$$

(ब) हृदयाभ :

$$r = a (1 + \cos \theta)$$

के किसी बिन्दु (r, θ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature at any point (r, θ) of the cardioid:

$$r = a (1 + \cos \theta)$$

(स) वक्र :

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve:

$$x^3 + v^3 = 3axv$$

(A-67)

D-3559

इकाई—3 (UNIT—3)

3. (अ) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4 + 5\sin x}$$

Find the value of the following:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4 + 5\sin x}$$

(ब) वक्र :

$$a^2x^2 = y^3(2a - y)$$

का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of curve:

$$a^2x^2 = y^3(2a - y)$$

(स) दीर्घवृत्त :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

को x-अक्ष के परितः घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of solid generated by revolution of ellipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

about the x-axis.

4. (अ) हल कीजिए :

$$(1 + xy) y dx + (1 - xy) x dy = 0$$

Solve:

$$(1 + xy) y dx + (1 - xy) x dy = 0$$

(A-67) P. T. O.

(ब) $(xp-y)^2=p^2-1$ का व्यापक एवं विचित्र हल ज्ञात कीजिए।

Find the general and singular solution of:

$$(xp-y)^2 = p^2 - 1$$

(स) हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

Solve :

$$x^{2} \frac{d^{2}y}{dx^{2}} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^{2} \log x$$
इकाई—5
(UNIT—5)

5. (अ) हल कीजिए:

$$x^{2} \frac{d^{2}y}{dx^{2}} - (x^{2} + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2) y = x^{3} e^{x}$$

Solve:

$$x^{2} \frac{d^{2}y}{dx^{2}} - (x^{2} + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2) y = x^{3} e^{x}$$

(ब) निम्नलिखित युगपत अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y$$
, $\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$

Solve the following simultaneous differential equation:

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y$$
, $\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$

(स) हल कीजिए:

$$\frac{dx}{mz - nv} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{lv - mx}$$

Solve:

$$\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$$

D-3559 3,600

(A-67)