

**G-3691****B.Sc. (Part-III) Examination, 2023****(Old/New Course)****MATHEMATICS****(Optional)****Paper - Third (II)****(Discrete Mathematics)****Time Allowed : Three Hours****Maximum Marks : 50**

नोट : प्रत्येक प्रश्न के किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई-I / UNIT-I**

**Q. 1.** (अ) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि  $n \geq 1$ , के लिए :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

**G-3691****P.T.O.****(2)**

Prove by mathematical induction that for  $n \geq 1$ ,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

(ब) 1 से 500 तक के बीच ऐसे कितने पूर्णांक हैं जो 3 अथवा 5 अथवा 11 से विभाजित होते हैं ?

How many integers from 1 to 500 are divisible by 3 or 5 or 11 ?

(स) यदि  $G = (\{0, 1\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \lambda\})$  एक व्याकरण है, तो  $L(G)$  ज्ञात कीजिए।

If  $G = (\{0, 1\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \lambda\})$  is a grammar, then find  $L(G)$ .

**इकाई-II / UNIT-II**

**Q. 2.** (अ) यदि  $R$  और  $S$  तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए  $R \cap S$  भी एक तुल्यता संबंध होगा।

If  $R$  and  $S$  are equivalence relations, then prove that  $R \cap S$  is also an equivalence relation.

**G-3691**

(3)

- (ब) सिद्ध कीजिए कि  $n$  शीर्षों के सरल ग्राफ में अधिकतम कोरों की संख्या  $\frac{n(n-1)}{2}$  है।

Prove that the maximum number of edges in a simple graph with  $n$  vertices is  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

- (स) सिद्ध कीजिए कि एक आलेख  $G$  के सभी शीर्षों के घातांकों का योग  $G$  में कोरों की संख्या के दुगुने के बराबर होता है।

Prove that the sum of the degrees of all vertices in a graph  $G$  is equal to twice the number of edges in  $G$ .

### इकाई-III / UNIT-III

- Q. 3. (अ) परिमित अवस्था मशीन को विस्तार से समझाइये।

Explain in detail finite state machine.

- (ब) यदि  $a$  और  $b$  दो संख्यात्मक फलन हैं तब  $a * b$  का निर्धारण कीजिए जहाँ :

(4)

$$a_r = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq 2 \\ 0 & r \geq 3 \end{cases}$$

$$b_r = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq 2 \\ 0 & r \geq 3 \end{cases}$$

Determine  $a * b$  where  $a$  and  $b$  are two numeric functions such that :

$$a_r = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq 2 \\ 0 & r \geq 3 \end{cases}$$

$$b_r = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq 2 \\ 0 & r \geq 3 \end{cases}$$

- (स) निम्नलिखित जनक फलन के संगत विवक्त संख्यात्मक फलन ज्ञात कीजिए :

$$A(z) = \frac{1}{(5 - 6z + z^2)}$$

Determine the discrete numeric functions corresponding to the following generating function :

$$A(z) = \frac{1}{(5 - 6z + z^2)}$$

(5)

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (अ) पुनरावृत्ति संबंध  $a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r$  को हल

कीजिए, दिया गया है  $a_0 = 2$  और  $a_1 = 1$

Solve the recurrence relation

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r \text{ with } a_0 = 2 \text{ and } a_1 = 1$$

(ब) जनक फलन की सहायता से निम्नलिखित अंतर

समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$a_n = a_{n-1} + n$$

Use generating functions to solve the recurrence of relation :

$$a_n = a_{n-1} + n$$

(स) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक चक्रीय समूह आबेली समूह होता है।

Prove that every cyclic group is abelian.

G-3691

P.T.O.

(6)

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (अ) सिद्ध कीजिए कि बूलीय बीजगणित में संबंध ' $\leq$ ' अंशतः

क्रम संबंध है, जहाँ :

$$a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0$$

Prove that the order relation ' $\leq$ ' is a partial order relation in a Boolean algebra, where :

$$a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0$$

(ब) स्वीचन फलन :

$$F(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

को सरलीकृत स्वीचन परिपथ में बदलिए।

Replace the switching functions :

$$F(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

by a simpler switching circuit.

G-3691

(7)

(स) फलन  $(xy' + xz)'$  का संयोजकी प्रसामान्य रूप  
लिखिए।

Write the function  $(xy' + xz)'$  in conjunctive  
normal form.

\_\_\_\_\_