

Roll No. ....

**D-3649**

**B. Sc. (Part II) EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper Second

**(Differential Equations)**

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

**नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए।  
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1**

**(UNIT—1)**

1. (अ) रैखिक अवकल समीकरण  $4xy'' + 2y' + y = 0$  का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

Find the series solution of the linear differential equation  $4xy'' + 2y' + y = 0$ .

- (ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

Prove that :

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

**(A-86) P. T. O.**

**[ 2 ]**

**D-3649**

- (स) निम्नलिखित स्टर्म-ल्युविल समस्या के सभी आइगेन मानों एवं आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए :

$$y'' + \lambda y = 0 \text{ — (A)}$$

$$y(0) = 0, y(l) = 0 \text{ — (B)}$$

Find all the eigen values and eigen functions of the following Sturm-Liouville problem :

$$y'' + \lambda y = 0 \text{ — (A)}$$

$$y(0) = 0, y(l) = 0 \text{ — (B)}$$

**इकाई—2**

**(UNIT—2)**

2. (अ) दर्शाइये कि :

$$L \{ \sinh at \sin at \} = \frac{2a^2 p}{p^4 + 4a^4}$$

Show that :

$$L \{ \sinh at \sin at \} = \frac{2a^2 p}{p^4 + 4a^4}$$

- (ब)  $L^{-1} \left\{ \frac{2p-1}{p^2-2p+10} \right\}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate :

$$L^{-1} \left\{ \frac{2p-1}{p^2-2p+10} \right\}$$

- (स) लाप्लास रूपांतर विधि का प्रयोग कर हल कीजिए :

$$(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$$

$$y(0) = -1, y'(0) = 2$$

Solve by Laplace transform method :

$$(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$$

$$y(0) = -1, y'(0) = 2$$

**(A-86)**

[ 3 ]

D-3649

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) हल कीजिए :

$$x(y^2 + z)p - y(x^2 + z)q = z(x^2 - y^2)$$

Solve :

$$x(y^2 + z)p - y(x^2 + z)q = z(x^2 - y^2)$$

(ब) पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$$

Find the complete integral of :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$$

(स) चारपिट विधि से पूर्ण हल कीजिए :

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

Solve by Charpit's method :

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) मोन्जे विधि से हल कीजिए :

$$r = a^2 t$$

Solve by Monge's method :

$$r = a^2 t$$

(ब) समीकरण :

$$(1-x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x\frac{\partial z}{\partial x} + 3x^2y\frac{\partial z}{\partial y} - 2z = 0$$

का वर्गीकरण कीजिए।

(A-86) P. T. O.

[ 4 ]

D-3649

Classify the equation :

$$(1-x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x\frac{\partial z}{\partial x} + 3x^2y\frac{\partial z}{\partial y} - 2z = 0$$

(स) अवकल समीकरण :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \cos mx \sin ny$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \cos mx \sin ny$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) निम्नलिखित वक्रों की निकटता का अन्वेषण (सामीप्य विवेचना) कीजिए :

$$(i) \quad y(x) = \frac{\sin n^2 x}{n}, y_1(x) = 0 \text{ on } [0, \pi]$$

$$(ii) \quad y(x) = \frac{\sin nx}{n^2}, y_1(x) = 0 \text{ on } [0, \pi]$$

Investigate the closeness of the following curves :

$$(i) \quad y(x) = \frac{\sin n^2 x}{n}, y_1(x) = 0 \text{ on } [0, \pi]$$

$$(ii) \quad y(x) = \frac{\sin nx}{n^2}, y_1(x) = 0 \text{ on } [0, \pi]$$

(A-86)

(ब) फलनक :

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx$$

$$y(0) = 0, y(\pi/2) = 1$$

का चरम मान (उच्चिष्ठ) परीक्षण कीजिए।

Test for extremum the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx,$$

$$y(0) = 0, y(\pi/2) = 1$$

(स) फलनक :

$$I[y(x)] = \int_0^{\log 2} (e^{-x} y'^2 - e^x y^2) dx$$

के चरम ज्ञात करने की समस्या में निर्देशांक रूपांतरण के अन्तर्गत आयलर समीकरण की निश्चितता का सत्यापन कीजिए।

Verify invariance of Euler's equation under co-ordinates transformation in the problem of finding the external of the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^{\log 2} (e^{-x} y'^2 - e^x y^2) dx$$