

Roll No. ....

**D-3560**

**B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper Third

**(Vector Analysis and Geometry)**

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

**नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के कोई दो भाग हल कीजिए।  
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1**

**(UNIT—1)**

1. (अ) सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{bmatrix} l & m & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

Prove that :

$$\begin{bmatrix} l & m & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

**(A-82) P. T. O.**

**[ 2 ]**

**D-3560**

(ब) एक कण वक्र

$$x = t^3 + 1$$

$$y = t^2$$

$$z = 2t + 5$$

पर चल रहा है, जहाँ  $t$  समय है।  $t = 1$  पर सदिश  $i + j + 3k$  की दिशा में वेग एवं त्वरण के घटक ज्ञात कीजिए।

A particle moves along the curve :

$$x = t^3 + 1$$

$$y = t^2$$

$$z = 2t + 5$$

where  $t$  is the time. Find the component of its velocity and acceleration at  $t = 1$  in the direction  $i + j + 3k$ .

(स) यदि :

$$\phi(x, y) = \log_e \sqrt{x^2 + y^2}$$

तो दर्शाइये कि :

$$\text{grad } \phi = \frac{r - (k.r)k}{\{r - (k.r)k\} \{r - (k.r)k\}}$$

If :

$$\phi(x, y) = \log_e \sqrt{x^2 + y^2}$$

then show that :

$$\text{grad } \phi = \frac{r - (k.r)k}{\{r - (k.r)k\} \{r - (k.r)k\}}$$

**(A-82)**

[ 3 ]

D-3560

## इकाई—2

## (UNIT—2)

2. (अ)  $\int_C F \cdot dr$  का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ  $F = yzi + xzj + xyk$  तथा वक्र  $C$  हेलिक्स  $r = a \cos t i + b \sin t j + ct k$  का चाप है, जिसकी सीमाएँ  $t = 0$  से  $t = \frac{\pi}{2}$  तक हैं।

Evaluate  $\int_C F \cdot dr$ , where  $F = yzi + xzj + xyk$  and  $C$  is the arc of the helix  $r = a \cos t i + b \sin t j + ct k$  whose limits are from  $t = 0$  to  $t = \frac{\pi}{2}$ .

- (ब) गाउस के डाइवर्जेंस प्रमेय से  $\iiint_S F \cdot ndS$  का मूल्यांकन कीजिये, जहाँ  $F = 4xi - 2y^2j + z^2k$  तथा क्षेत्र  $S$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$  और  $z = 3$  से परिबद्ध है।

Evaluate  $\iiint_S F \cdot ndS$  with the help of Gauss' divergence theorem for  $F = 4xi - 2y^2j + z^2k$  taken over the region  $S$  bounded by  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$  and  $z = 3$ .

- (स) स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब  $F = yi + zj + xk$  तथा पृष्ठ  $S$  गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  का  $xy$ -समतल के ऊपर का भाग है।

(A-82) P. T. O.

[ 4 ]

D-3560

Verify Stokes' theorem when  $F = yi + zj + xk$  and surface  $S$  is the part of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  above the  $xy$ -plane.

## इकाई—3

## (UNIT—3)

3. (अ) शांकव

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y = 0$$

का अनुरेखण कीजिए तथा इसकी नाभियों के निर्देशांक एवं इसकी उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

Trace the conic :

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y = 0$$

find the co-ordinates of its foci and its eccentricity.

- (ब) संनाभि शांकव समकोण पर प्रतिच्छेद करती है।

Confocal conics cuts at right angles.

- (स) दो समान दीर्घवृत्त जिनकी उत्केन्द्रता  $e$  है, इस प्रकार रखे जाते हैं कि उनकी अक्षें समकोण पर रहें तथा उनकी एक नाभि उभयनिष्ठ है। यदि  $PQ$  एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\angle PSQ = 2 \sin^{-1} \left( \frac{e}{\sqrt{2}} \right)$  के बराबर है।

(A-82)

[ 5 ]

D-3560

Two equal ellipses of eccentricity  $e$ , are placed with their axes at right angles and they have one focus S in common. If PQ be a common tangent, show that the angle PSQ is equal to  $2 \sin^{-1} \left( e / \sqrt{2} \right)$ .

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) यदि गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  का कोई स्पर्श समतल निर्देशांकों पर अंतःखण्ड  $a, b, c$  बनाता हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}.$$

If any tangent to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  makes the intercepts  $a, b, c$  on the co-ordinates axes, prove that :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}.$$

- (ब) समतल  $3x + y + 5z = 0$  और शंकु  $6yz - 2zx + 5xy = 0$  की प्रतिच्छेद रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

(A-82) P. T. O.

[ 6 ]

D-3560

Find the angle between the lines of section of the plane  $3x + y + 5z = 0$  and the cone  $6yz - 2zx + 5xy = 0$ .

- (स) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक सरल रेखा  $x = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$  के समान्तर हैं तथा निर्देश वक्र दीर्घवृत्त  $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$  है।

Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line  $x = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$  and the guiding curve is the ellipse  $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$ .

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) दर्शाइये कि  $(x', y', z')$  से दीर्घवृत्तज

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

पर खींचे गये अभिलंब एक द्विघातीय शंकु पर है।

Show that the normals drawn from  $(x', y', z')$  to the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$  lie on a cone of second degree.

(A-82)

- (ब) वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि समतल  $lx + my + nz = 1$  परवलयज  $x^2 + y^2 = 2z$  का एक स्पर्श तल है।

Find the condition that the plane  $lx + my + nz = 1$  may be a tangent plane to the paraboloid  $x^2 + y^2 = 2z$ .

- (स) अतिपरवलयज  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  के बिन्दु  $(2, 3, -4)$  से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation to the generating lines of the hyperboloid  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  which pass through the point  $(2, 3, -4)$ .