

Ćwiczenia 9: DFS i nie tylko

[osoby mające najwyżej 2 plusy] **Zadanie 1. (Cykl Eulera)** Proszę zaimplementować algorytm znajdujący cykl Euler’a.

Zadanie 2. (ścieżka Hamiltona) Ścieżka Hamiltona to ścieżka przechodząca przez wszystkie wierzchołki w grafie, przez każdy dokładnie raz. W ogólnym grafie znalezienie ścieżki Hamiltona jest problemem NP-trudnym. Proszę podać algorytm, który stwierdzi czy istnieje ścieżka Hamiltona w acyklicznym grafie skierowanym.

[osoby mające najwyżej 2 plusy] **Zadanie 3. (mosty)** Proszę zaimplementować algorytm DFS do znajdowania mostów w grafie. Proszę przyjąć reprezentację przez listy sąsiedztwa.

Zadanie 4. (2CNF) Dana jest formuła logiczna w postaci 2CNF. To znaczy, że formuła jest koniunkcją klauzuli, gdzie każda klauzula to alternatywa dwóch literalów, a każdy literal to zmienna lub jej negacja. Przykładem formuły w postaci 2CNF nad zmiennymi x, y, z jest:

$$(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z) \wedge (\bar{z} \vee \bar{y}).$$

Proszę podać algorytm, który w czasie wielomianowym stwierdza, czy istnieje wartościowanie spełniające formułę.

Zadanie 5. (dobry początek) Wierzchołek v w grafie skierowanym nazywamy *dobrym początkiem* jeśli każdy inny wierzchołek można osiągnąć ścieżką skierowaną wychodzącą z v . Proszę podać algorytm, który stwierdza czy dany graf zawiera dobry początek.

Zadanie 6. (psucie ścieżki) Dany jest graf nieskierowany G oraz dwa jego wierzchołki, s i t . Proszę zaproponować algorytm, który sprawdza czy istnieje taka krawędź, po usunięciu której długość najkrótszej ścieżki z s do t rośnie (lub taka ścieżka przestaje istnieć).

Zadanie 7. (wyścigi) Król Bitocji postanowił zorganizować serię wyścigów samochodowych. Wyścigi mają się odbywać po trasach zamkniętych, składających się z odcinków autostrady łączących miasta Bitocji. Król chce, żeby każde miasto było zaangażowane w dokładnie jeden wyścig. W tym celu należy sprawdzić, czy da się wynająć odpowiednie odcinki autostad. Należy jednak pamiętać o następujących ograniczeniach:

1. w Bitocji wszystkie autostrady są jednokierunkowe,
2. z każdego miasta wychodzą co najwyżej dwa odcinki autostrady, którymi można dojechać do innych miast,
3. do każdego miasta dochodzą co najwyżej dwa odcinki autostrady, którymi można przyjechać z innych miast,

Proszę zaproponować algorytm, który mając na wejściu opis sieci autostrad Bitocji sprawdza czy da się zorganizować serię wyścigów tak, żeby przez każde miasto przebiegała trasa dokładnie jednego.

Utrudnienie: Każdy odcinek autostrady ma przedział dopuszczalnych cen i należy wybrać wspólną cenę dla wszystkich wynajętych odcinków.