

## Ćwiczenia 5: Programowanie dynamiczne

**Zadanie 1. (problem sumy podzbioru)** Dana jest tablica  $n$  liczb  $A$ . Proszę podać i zaimplementować algorytm, który sprawdza, czy da się wybrać podciąg liczb z  $A$ , które sumują się do zadanej wartości  $T$ .

**Zadanie 2. (najdłuższy wspólny podciąg)** Mamy dane dwie tablice,  $A[n]$  i  $B[n]$ . Należy znaleźć długość ich najdłuższego wspólnego podciągu. (Klasyczny algorytm dynamiczny  $O(n^2)$ ).

**Zadanie 3. (najdłuższy podciąg rosnący)** Proszę rozwiązać dwa następujące zadania:

1. Jak wykorzystać algorytm dla problemu najdłuższego wspólnego podciągu do rozwiązania zadania najdłuższego rosnącego podciągu?
2. Na wykładzie podaliśmy algorytm działający w czasie  $O(n^2)$ . Proszę podać algorytm o złożoności  $O(n \log n)$ .

**Zadanie 4. (mnożenie macierzy)** Dany jest ciąg macierzy  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Ktoś chce policzyć iloczyn  $A_1 A_2 \dots A_n$ . Macierze nie są koniecznie kwadratowe (ale oczywiście znamy ich rozmiary). Zależnie w jakiej kolejności wykonujemy mnożenia, koszt obliczeniowy może być różny—należy podać algorytm znajdujący koszt mnożenia przy optymalnym doborze kolejności.

**Zadanie 5. (wędrówka po szachownicy)** Dana jest szachownica  $A$  o wymiarach  $n \times n$ . Szachownica zawiera liczby wymierne. Należy przejść z pola  $(1, 1)$  na pole  $(n, n)$  korzystając jedynie z ruchów “w dół” oraz “w prawo”. Wejście na dane pole kosztuje tyle, co znajdująca się tam liczba. Proszę podać algorytm znajdujący trasę o minimalnym koszcie.

**Zadanie 6. (wydawanie monet)** Mamy daną tablicę z nominałami monet stosowanych w pewnym dziwnym kraju, oraz kwotę  $T$ . Proszę podać algorytm, który oblicza minimalną ilość monet potrzebną do wydania kwoty  $T$  (algorytm zachłanny, wydający najpierw największą monetę, nie działa: dla monet 1, 5, 8 wyda kwotę 15 jako  $8 + 5 + 1 + 1$  zamiast  $5 + 5 + 5$ ).