4.3 Odkształcenie sprężyste

$- \frac{d}{dx}(E(x)\frac{du(x)}{dx}) \ = \ 0$

$u(2) \ = \ 0 \ ; \ \frac{du(0)}{dx} \ + \ u(0) \ = \ 10 \ ; \ E(x) \ = \ \{3 \ dla \ x \in [0,1], \ 5 \ dla \ x \in [1,2]\}$

$- E'(x)u" \ = \ 0$

Weźmy dowolną funkcję $v \in V$:

$- E'(x)u" \cdot v \ = \ 0 \cdot v$

$\int_0^2 - E'(x)u" \cdot v \ dx \ = \int_0^2 \ 0 \cdot v \ dx$

$\int_0^2 - E'(x) \cdot u" \cdot v \ dx \ = \ 0$

Całkując przez części otrzymamy:

$- [E(x) \cdot u' \cdot v]_0^2 + \ \int_0^2 E(x) \cdot u' \cdot v' \ dx \ = \ 0$

$E(0) \cdot u'(0) \cdot v(0) \ - \ E(2) \cdot u'(2) \cdot v(2) + \int_0^2 E(x) \cdot u' \cdot v' \ dx \ = \ 0$

Korzystając z warunków $\frac{du(0)}{dx} + u(0) = 10 \Leftrightarrow \frac{du(0)}{dx} = 10 - u(0)$ oraz skoro $u(2) = 0$ i $v \in V$ to $v(2) = 0$: $E(2) \cdot u'(2) \cdot v(2) = 0$

otrzymujemy: $E(0) \cdot [10 \ - \ u(0)] \cdot v(0) \ + \int_0^2 E(x) \cdot u' \cdot v' \ dx \ = \ 0$

więc:

$- E(0) \cdot u(0) \cdot v(0) + \int_0^2 E(x) \cdot u' \cdot v' \ dx \ =- 10 \cdot E(0)v(0)$

co możemy zapisać w postaci: $B(u, \ v) \ = \ L(v)$

$B(w + \hat{u}, \ v) \ = \ L(v)$

$B(w, \ v) \ = \ L(v) \ - \ B(\hat{u}, \ v)$