

Najkrótsze ścieżki – ćwiczenia

1. Dany jest bardzo duży graf ważony, z małymi (≤ 10) całkowitymi wagami dodatnimi. Podaj algorytm, który znajdzie najkrótsze ścieżki, do wszystkich wierzchołków, od wybranego startowego.
2. Dany jest graf ważony G , oraz drzewo rozpinające T , które być może jest drzewem najkrótszych ścieżek w G , od pewnego wierzchołka s z G . Podaj algorytm, który sprawdzi, czy T rzeczywiście jest drzewem najkrótszych ścieżek od wierzchołka s .

```
for e in E:
    if relax(e): return False
return True

relax(e):
    if d(s,v) + w(e) < d(s,u): return True
    return False
```

3. Dany jest graf G . Podaj jak najszybszy algorytm, który tworzy graf indukowany G' zawierający taki podzbiór krawędzi i wierzchołków z G , że każdy wierzchołek w G' ma stopień co najmniej k . Uwaga!: przemyśl parę razy pierwsze rozwiązanie, które przyjdzie Ci do głowy.
4. W miasteczku są sklepy i domy. Trzeba sprawdzić jak daleko do najbliższego sklepu mają mieszkańcy.
5. Dany jest graf ważony G . Ścieżka super-fajna, to taka, która jest nie tylko najkrótszą wagowo ścieżką między v i u , ale także ma najmniejszą liczbę krawędzi (inaczej mówiąc, szukamy najkrótszych ścieżek w sensie liczby krawędzi wśród najkrótszych ścieżek w sensie wagowym). Podaj algorytm, który dla zadanego wierzchołka startowego s , znajdzie super fajne ścieżki do pozostałych wierzchołków.
6. Treść jak w zadaniu 5, tylko chcemy algorytm, który dla zadanego wierzchołka startowego s , stwierdzi, czy do każdego wierzchołka w G istnieje unikalna najkrótsza ścieżka w G .
7. Dany jest graf ważony z dodatnimi wagami. Należy podać algorytm, który zwróci długość najkrótszego cyklu w grafie. Należy podać rozwiązania dla grafów rzadkich i gęstych. Algorytm powinien stwierdzić, jeśli graf nie ma cyklu. Hint: w ani jednym, ani drugim przypadku nie uda się uzyskać algorytmu liniowego.
8. Dany jest graf ważony z dodatnimi wagami G . Dana jest też lista E' krawędzi, które nie należą do grafu, ale są krawędziami między wierzchołkami z G . Dane są również dwa wierzchołki s i t . Podaj algorytm, który stwierdzi, którą jedną krawędź z E' należy wszczepić do G , aby jak najbardziej zmniejszyć dystans między s i t . Jeżeli żadna krawędź nie poprawi dystansu między s i t , to algorytm powinien to stwierdzić.