Prídavná informácia a zložitosť nedeterministických konečných automatov
(rozšírený abstrakt)

Šimon Sádovský*

Školiteľ: Branislav Rovan†

Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

V práci skúmame vplyv prídavnej informácie na zložitosť riešenia problému. Ako výpočtový model sme zvolili nedeterministické konečné automaty a mierou zložitosti je počet stavov. Voľne povedané, ak automatu našepkám, že vstup, ktorý ide rozpoznávať patrí do nejakého poradného jazyka, viem tým zabezpečiť, že na rozpoznávanie pôvodného jazyka stačí automat menšej zložitosti? Uveďme jeden príklad. Uvažujme, že chceme rozpoznávať jazyk $\{w \in \{a\}^* \mid |w| \equiv 0\,(mod\,6)\}$ a chceme ho rozpoznávať deterministickým konečným automatom. Ľahko vidno, že minimálny NKA pre tento jazyk má 6 stavov. Čo ak však automatu našepkám, že dĺžka vstupu je deliteľná tromi? Vtedy nám stačí vziať NKA s dvomi stavmi. Formalizáciou tohto problému je hľadanie rozkladov nedeterministických automatov.

Označenie 1. *Počet stavov ľubovolného konečného automatu A označujeme* $\#_S(A)$.

Definícia 1. *Nech A je nedeterministický konečný automat. Potom dva nedeterministické konečné automaty* A_1, A_2 *také, že* $L(A) = L(A_1) \cap L(A_2)$ *nazveme* ***rozklad automatu*** *A. Ak navyše platí* $\#_S(A_1) < \#_S(A)$ *a* $\#_S(A_2) < \#_S(A)$*, nazývame tento rozklad* ***netriviálny****. Ak existuje netriviálny rozklad automatu A, tak automat A nazývame* ***rozložitelný****.*

Vlastnosť rozložiteľnosti sa dá prirodzene rozšíriť aj na vlastnosť regulárnych jazykov.

Definícia 2. *Nech* $L \in \mathscr{R}$ *a A je nejaký minimálny NKA pre jazyk L.* ***Jazyk*** *L nazývame* ***nedeterministicky rozložitelný*** *práve vtedy, keď je automat A rozložitelný.*

Analogicky sformulovaný problém bol skúmaný pre deterministické konečné automaty v [Gaži and Rovan, 2006] a pre deterministické zásobníkové automaty v [Labath and Rovan, 2010].

Výsledky: Dokazujeme rozložiteľnosť resp. nerozložiteľnosť konkrétnych typov regulárnych jazykov. Charakterizujeme vzhľadom na rozložiteľnosť triedu jazykov, ktoré sú tvorené práve jedným slovom. Dokazujeme, že príliš malé NKA sú nerozložiteľné. Dokazujeme rozdiel medzi deterministickou a nedeterministickou rozložiteľnosťou.

Veta 1. *Nech pre* $Z \in \mathbb{N}, Z > 0$ *je* $L_Z = \{a^{kZ} \mid k \in \mathbb{N}\}$*. Potom ak Z nie je mocninou prvočísla, tak jazyk* L_Z *je rozložiteľný.*

Veta 2. *Pre* $n \geq 1$ *a p je prvočíslo definujeme* $L_{p^n} = \{a^{kp^n} | k \in \mathbb{N}\}$*. Potom je jazyk* L_{p^n} *nerozložiteľný.*

Veta 3. *Nech* $L = \{w\}$*. Potom je L rozložiteľný práve vtedy, keď* $\exists a, b \in \Sigma_L\ \exists w_1, w_2 \in \Sigma_L^* : a \neq b \wedge w = w_1 a b w_2$*.*

Označenie 2. *Počet stavov minimálneho NKA akceptujúceho jazyk L označujeme* $nsc(L)$*.*

Veta 4. *Nech L je jazyk, pričom* $nsc(L) \leq 2$*. Potom L je nerozložiteľný.*

Veta 5. *Existuje postupnosť jazykov* $(L_i)_{i=1}^{\infty}$*, taká, že platí:*

(a) $\forall i \in \mathbb{N}$ *je jazyk* L_i *nedeterministicky nerozložiteľný a súčasne deterministicky rozložiteľný*

(b) $\forall i \in \mathbb{N}$ *nech je* A_i *je minimálny DKA akceptujúci* L_i*. Potom existuje taký rozklad* A_i *na* A_1^i *a* A_2^i*, že platí* $\#_S(A_1^i) = \#_S(A_2^i) = \frac{\#_S(A_i)+3}{2}$*.*

Literatúra

[Gaži and Rovan, 2006] Gaži, P. and Rovan, B. (2006). *Parallel decomposition of finite automata*. Diplomová práca pod vedením prof. Branislava Rovana.

[Labath and Rovan, 2010] Labath, P. and Rovan, B. (2010). *Zjednodušenie výpočtov prídavnou informáciou*. Diplomová práca pod vedením prof. Branislava Rovana.

* sadovsky5@uniba.sk

† rovan@dcs.fmph.uniba.sk