

Transformer

Derivatan

Definition

$$D[f(x)] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Central differenskvot för Numerisk derivering

$$D[f(a)] \approx \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$$

där 'a' är ett närmvärde till x . dvs, $x = a$

Betekningar

Förstaderivatan: $D[f(x)], Df(x), \frac{dy}{dx}, f'(x), f'$

Andraderivatan: $D^2[f(x)], D^2 f(x), \frac{d^2 y}{dx^2}, f''(x), f''$

Räkneregler

kedjeregeln: om $f(x) = a(x)$, och $a(x) = b(x)$, dvs, $f(x) = a(b(x))$ gäller
 $D[f(x)] = D[a(x)] \cdot D[b(x)]$, dvs, ytterderivatan \cdot inderderivatan

Funktion	Derivata
$\sin(kx)$	$\cos(kx) \cdot k$
$e^{u(x)}$	$e^{u(x)} \cdot u'(x)$
$(u(x))^n$	$n(u(x))^{n-1} \cdot u'(x)$
$\frac{k}{u(x)}$	$\frac{-k}{u(x)^2} \cdot u'(x)$

Om $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ och r är en funktion av t så är

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{4\pi}{3} \cdot 3r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

Produktregeln:

om $f(x) = a(x) \cdot b(x)$ så är

$$D[f(x)] = a'(x) \cdot b(x) + a(x) \cdot b'(x)$$

kvotregeln:

om $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ så är

$$D[f(x)] = \frac{a'(x) \cdot b(x) - a(x) \cdot b'(x)}{b(x)^2}$$

Funktion	Derivata
x^a, a är reellt	ax^{a-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
e^x	e^x
$a^x, a > 0$	$a^x \ln(a)$
$\ln(x), x > 0$	$\frac{1}{x}$
$\log_a(x), x > 0$	$\frac{\log_a(e)}{x} = \frac{1}{x \ln(a)}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, -1 < x < 1$
$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, -1 < x < 1$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$