Funktionsregler och stegmetoder

Logaritmer

$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = {}^a\log(b)$
${}^a\log(1) = 0$
${}^a\log(a) = 1$
${}^e\log(a) = \ln(a)$
${}^a\log(st) = {}^a\log(s) + {}^a\log(t)$
${}^a\log\left(\frac{s}{t}\right) = {}^a\log(s) - {}^a\log(t)$
${}^a\log(s^t) = t\,{}^a\log(s)$
${}^b\log(s) = \frac{{}^a\log(s)}{{}^a\log(b)}$
${}^e\log(x) = \ln(x)$

Största gemensamma delare (SGD)

Algebraiskt exempel:

$$
\begin{aligned}
&SGD(a:b) \;\; om \;\; a>b \\
&\Rightarrow \; a = b\cdot x_1 + r_1 \\
&\Rightarrow \; b = r_1\cdot x_2 + r_2 \\
&\Rightarrow \; r_1 = r_2\cdot x_3 + r_3 \\
&\Rightarrow \; \ldots \\
&\Rightarrow \; r_n = r_{n+1}\cdot x_{n+2}
\end{aligned}
$$

$svar: \; om \; r_{n+1} > x_{n+2} \; \Rightarrow \; r_{n+1}$

partialbråksuppdelning (PBU)

Faktorer I nämnaren	Ger upphov till partialbråken
$x - a$	$\frac{A_1}{x-a}$
$(x-a)^n$	$\frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \ldots + \frac{A_n}{(x-a)^n}$
$x^2 + ax + b$	$\frac{A_1 x + B_1}{x^2 + ax + b}$
$(x^2 + ax + b)^n$	$\frac{A_1 x + B_1}{x^2 + ax + b} + \frac{A_2 x + B_2}{(x^2 + ax + b)^2} + \ldots + \frac{A_n x + B_n}{(x^2 + ax + b)^n}$

$$Ex: \; \frac{2x^2 + x - 3}{(x+1)^2(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = A(x+1)(x+2) + B(x+2) + C(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} A = -1 \\ B = -2 \\ C = 3 \end{matrix}\right\}$$

$$\frac{2x^2 + x - 3}{(x+1)^2(x+2)} = -\frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{3}{x+2}$$

Differensekvationen

$y = y_h + y_p$

y_h : *den homogena lösningen*

byt ut samtliga

$y_n \Rightarrow 1,$

$y_{n+1} \Rightarrow r,$

$y_{n+2} \Rightarrow r^2$

$y_{n+x} \Rightarrow r^x$

övriga termer försvinner.

lös ekvationen.

nollställena ger upphov till

$$\begin{Bmatrix} r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = (Cn+D)r^n \\ r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = Cr_1^n + Dr_2^n \end{Bmatrix}$$

y_p : *partikulärlösningen*

byt ut samtliga y_n *mot en ansatts* $A(n)$,

$y_{n+1} \Rightarrow A(n+1)$, *osv.*

övriga termer ger upphov till ekvationen L

A är av samma grad som $L \cdot n^k$,

där $k = (\text{antalet } r_n = 1, \text{ i } y_h)$

lös sedan ut alla obekanta.

$L-$*ekvationer av typen*

$(an+b)c^n$ *eller* $(an+b)n$

kan delas upp i två ansattser , en för $c^n \Rightarrow Z_n \cdot (A_c \cdot n^k)$

varifrån de trillar ut en ny ekvation ,

där du löser ut Z_n *där* $L_Z = (an+b)$

y : *den almäna lösningen är nu*

$y = y_p + y_h$

lös nu ut C och D från y_h, *med hjälp av begynelsevärdena*

se även kapitlet $Z-$*transformeln*

Diffrentialekvationen

$y = y_h + y_p$

y_h : *den homogena lösningen*

byt ut samtliga

$y \Rightarrow 1,$

$y' \Rightarrow r,$

$y'' \Rightarrow r^2$

$y^{x+n} \Rightarrow r^n$

övriga termer försvinner.

lös ekvationen.

nollställena ger upphov till

$$\begin{Bmatrix} r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = (Cx+D)e^{r_1 \cdot x} \\ r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = Ce^{r_1 \cdot x} + De^{r_2 \cdot x} \end{Bmatrix}$$

y_p : *partikulärlösningen*

byt ut samtliga $y(x)$ *mot en ansatts* $A(x)$,

$y' \Rightarrow D[A(x)]$, *osv.*

övriga termer ger upphov till ekvationen L

A är av samma grad som $L \cdot x^k$,

där $k = (\text{antalet } r_x = 1, \text{ i } y_h)$

lös sedan ut alla obekanta.

$L-$ *ekvationer av typen*

$(ax+b)c^x$ *eller* $(ax+b)x$

kan delas upp i två ansattser , en för $c^n \Rightarrow Z(n) \cdot (A_c \cdot x^k)$

varifrån de trillar ut en ny ekvation ,

där du löser ut $Z(x)$ *där* $L_Z = (ax+b)$

y : *den almäna lösningen är nu*

$y = y_p + y_h$

lös nu ut C och D från y_h, *med hjälp av begynelsevärdena*

se även kapitlet Laplace$-$*transform*