OPEN FORMULA 0.1

FOR IPHONE 6

Symboler	
Större än	$>$
Större eller lika med	$\geqslant$
Mindre än	$<$
Mindre än eller lika med	$\leqslant$
Lika med	$=$
Ej lika med	$\neq$
Ungefär lika med	$\approx$
Intervallet $a \leqslant x \leqslant b$	$[a, b]$
Intervallet $a < x \leqslant b$	]a,b]
Intervallet $x \leqslant b$	]-∞,b]
ger	$\Rightarrow$
ekvivalent	$\Leftrightarrow$
och	$\wedge$
eller	$\vee$
icke	$\neg$
Om A, så B	$A \rightarrow B$
tillhör	$\in$
Tillhör icke	$\notin$
Delmängd av	$\subseteq$
Äkta delmängd av	$\subset$
union	$\cup$
snitt	$\cap$
differensmängd	$\setminus$
Tomma mängden	$\emptyset$
Naturliga talen	$\mathbb{N}$
Hel talen	$\mathbb{Z}$
Rationella talen	$\mathbb{Q}$
Reella talen	$\mathbb{R}$
Komplexa talen	$\mathbb{C}$
Absolutbeloppet av x	$\lvert x \rvert$
modelus	$A \equiv B \pmod{c}$
Det största heltalet mindre än eller lika med x	$[x]$
Likformig med	$\sim$
Vektor AB	$\overrightarrow{AB}$
Storlek av vektor AB	$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$

Energi	**underflagga**	**Mäts i**	**dvs**	**Eller (SI)**	**betydelse**
	0	[J]	[J]	[Nm]	viloenergi
	p	[J]	[J]	[Nm]	lägesenergi
	Q	[J]	[J]	[Nm]	värmemängd
E	k	[J]	[J]	[Nm]	rörelseenergi
	A	[Nm]	[J]	[Nm]	arbete
	M	[Nm]	[J]	[Nm]	kraftmoment
	u	[J]	[J]	[Nm]	utträdesenergi
Energiknipen					
F	F	[N]	[J/m]	[N]	kraft
	γ	[N/m]	[J/m^2]	[N/m]	ytspänning
	p	[Pa]	[J/m^3]	[N/m^2]	tryck
	m	[kg]	[J s^2/m^2]	[Ns^2/m]	Massa, vikt
Є	M	[u]	[J s^2/m^2]	[Ns^2/m]	atommassa
	T	[K]	[J/mol]	[K]	Temperatur
	U	[V]	[J/C]	[Nms/A]	Spänning, potential
	E	[V/m]	[J/Cm]	[N/As]	Elektrisk fältstyrka
		[J/Hz]	[Js]	[Nms]	
Ŧ	P	[W]	[J/s]	[Nm/s]	effekt
			[J/rymdv]	[Nm/rymdv]	
			[J/rad]	[Nm/rad]	
Enheter					
Γ	l, r, d	[m]	[m]	[m]	längd
	A	[m^2]	[m^2]	[m^2]	Area/yta
	V	[m^3]	[m^3]	[m^3]	volym
C	n	[mol]	[mol]	[mol]	Substansmängd, partiklar
	Q	[C]	[C]	[As]	laddning
	f	[Hz]	[1/s]	[1/s]	frekvens
T	τ	[s]	[s]	[s]	tid
		[rymdv]	[rymdv]	[rymdv]	rymdvinkel
	V	[rad]	[rad]	[rad]	vinkel

Flöden

Φ	V	[m^3/s]	[m^3/s]	[m^3/s]	volymflöde
	m	[kg/s]	[Js/m^2]	[Ns/m]	Massflöde
	n	[mol/s]	[mol/s]	[mol/s]	partikelflöde
	I	[Vs]	[Js/C]	[Nm/A]	Magnetiskt flöde
	IA	[T]	[Js/Cm^2]	[N/Am]	Magnetisk flödestäthet
	Q	[A]	[C/s]	[A]	Ström
V	v	[m/s]	[m/s]	[m/s]	hastighet
	g,a	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]	axeleration
		[m/s^3]	[m/s^3]	[m/s^3]	ryck
	p	[kgm/s]	[Js/m]	[Ns]	Rörelsemängd, impulse
	ω	[rad/s]	[rad/s]	[rad/s]	vinkelhastighet

Kapaciteter

W	c	[J/kg K]	[molm^2/s^{2}J]	[m^2/s^{2}K]	Specefik värmecapacitet
	l	[J/kg]	[m^2/s^2]	[m^2/s^2]	Smältvärme, ångbildningsvärme
	C	[F]	[C^2/J]	[(As)^2/Nm]	kapacitans
	ϵ	[F/m]	[C^2/Jm]	[(As)^2/Nm^2]	kapacivitet
	G	[S]	[C^2/Js]	[A^{2}s/Nm]	Konduktans, ledningsförmåga
M	R	[Ω]	[Js/C^2]	[Nm/A^{2}s]	resistans
	Rl	[Ωm]	[Jsm/C^2]	[Nm2/A^{2}s]	resistivitet
	L	[H]	[Js^2/C^2]	[Nm/A^2]	induktans
	μ	[Vs/Am]	[Js^2/C^{2}m]	[N/A^2]	permabilitet
	η	[Ns/m^2]	[Js/m^3]	[Ns/m^2]	viskositet

Övriga ämnesdata

ρ	n	[mol/m^3]	[mol/m^3]	[mol/m^3]	substansdensitet
	m	[kg/m^3]	[Js^2/m^5]	[N s^2/m^4]	densitet
faktorer	α	[-]	[mol/J]		längdändring
	γ	[-]	[mol/J]		volymändring
	f	[-]	[-]	[-]	frihetsgrader
	η	[-]	[-]	[-]	verkningsgrad
	M	[u]	[Js^2/m^2]	[Js^2/m^2]	Atom-/molekyl- vickt
	a	[m^6/Pa kmol^2]	[m^9/Jmol ^{2}]	[m^8/Nmol]	vandervalsgaskonstant
	b	[m^3/kmol]	[m^3/mol]	[m^3/mol]	vandervalsgaskonstant

Konstanter

K	k	[J/K]	[J²/mol]	[Nm/K]	boltzmanskonstant
	R	[J/molK]	[-]	[Nm/molK]	Allmäna gaskonstanten
	N_A	[1/mol]	[1/mol]	[1/mol]	Avagardes tal (konstant)
	G	[Nm²/kg²]	[]	[]	Allmäna gravitationskonstanten

konstanter	≈	enhet
Atommassenheten	$1.66054 \cdot 10^{-27}$	kg
Elementarladdningen	$1.60218 \cdot 10^{-19}$	C
Elektronens vilomassa	$9.1094 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonens vilomassa	$1.6726 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronens vilomassa		kg
Ljushastigheten i vakuum		m/s
Gravitationskonstanten		Nm^2/kg^2
Normalaccelerationen		m/s^2
Plancks konstant		Js
Rydbergs konstant		m^{-1}
Boltzmanns konstant		J/K
Konstanten i Stefan-Boltzmanns lag		$W/m^2 \cdot K^4$
Konstanten i Wiens förskjutningslag		m·K 1/s·K
Faradays konstant		C/mol
Avogadros konstant		1/mol
Allmänna gaskonstanten		J/mol·K
Absoluta nollpunkten		°C
Molvolymen för en ideal gas vid 0 ^{0}C och 1atm= 101,3 kPa (NTP)		
Elektriska konstanten (kapacitiviteten i vakuum)		
Magnetiska konstanten (permeabiliteten i vakuum)		

konstanter	$\approx$
$\sqrt{2}$	1.41421 35623 73095…
π	3.14159 26535 89793…
e	2.71828 18284 59045…
$\log(e)$	0.43429 44819 03252…
$\ln(10)$	2.30258 50929 94046…
$1^{o} = \pi/180\,rad$	0.01745 32925 19943…
$1\,rad = 180^{o}/\pi$	57.29577 95130 82321…^{o}

Rationella närmevärden till π	
$\frac{22}{7} \approx 3.143$	$\frac{355}{113} \approx 3.1415929$

Aritmetik och algebra

Rationella uttryck

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad +}{bd}$	$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$	$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$	$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$

(Alla nämnare /= 0.)

Några algebraiska formler

$(a+b)^2 = a^2 + 2\mathrm{ab} + b^2$	*kvadreringsregel*
$(a-b)^2 = a^2 - 2\mathrm{ab} + b^2$	*kvadreringsregel*
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	*konjugatregeln*
$(a+b)^3 = a^3 + 3\mathrm{a}^2 b + 3\mathrm{ab}^2 + b^3$	
$(a-b)^3 = a^3 - 3\mathrm{a}^2 b + 3\mathrm{ab}^2 - b^3$	
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$	
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	

Rotlagar

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab},\ a \geqslant 0,\ b \geqslant 0$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}},\ a \geqslant 0,\ b > 0$
$\sqrt{a^2 b} = \lvert a \rvert \sqrt{b},\ b \geqslant 0$

Absolutbelopp

$$|x| = \begin{Bmatrix} x & om\,x \geqslant 0 \\ -x & om\,x < 0 \end{Bmatrix}$$

Kvadratkomplettering

$$x^2 + px = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Andragradsekvationen

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\textit{Rötterna är reella om} \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geqslant 0$$

Om ekvationen $x^2 + px + q = 0$ *har rötterna* x_1 *och* x_2*, så är*

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Potenser

För reella x och y, och posetiva a och b gäller

$a^x a^y = a$	$a^x b^x = (ab)^x$
$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-}$	$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
$(a^x)^y = a$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$, *där n är ett heltal* $\geqslant 2$

$$\textit{specialfall}:\ a^0 = 1,\ a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

Talet $a \cdot 10^n$*, där* $1 \leqslant a < 10$ *och n är ett heltal är skrivet i grundpotensform.*

Potenser

För reella x och y, och posetiva a och b gäller

$a^x a^y = a$	$a^x b^x = (ab)^x$
$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-}$	$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
$(a^x)^y = a$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$, *där n är ett heltal* $\geqslant 2$

$$\textit{specialfall}:\ a^0 = 1,\ a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

Talet $a \cdot 10^n$*, där* $1 \leqslant a < 10$ *och n är ett heltal är skrivet i grundpotensform.*

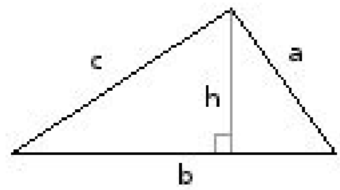
Geometri

Triangel

$$Arean = \frac{bh}{2}$$

$$Herons\ Arean = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

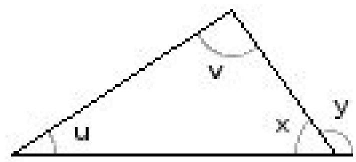
$$där\ s = \frac{a+b+c}{2}$$



$$vinkelsumma = u + v + x = 180^{o} = \pi\,[rad]$$

$$sidovinklar = x + y = 180^{o} = \pi\,[rad]$$

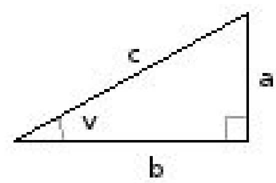
$$Yttervinkelsatsen:\ u + v = y$$



Rätvinkligtriangel:

$$pythagoras\ sats:\ a^2 + b^2 = c^2$$

se även trigonometri

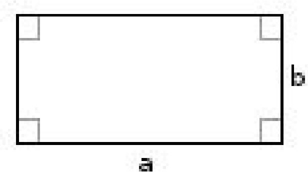


Fyrkant

Rektangel:

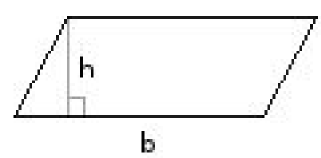
$$Arean = bh$$

$$Omkrets = 2b + 2h$$



Paralellogram:

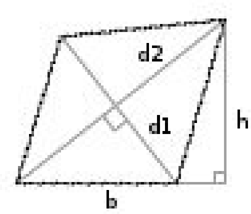
$$Arean = bh$$



Romb:

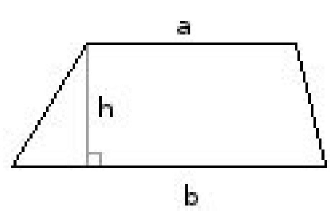
$$Arean = bh = \frac{d_1 d_2}{2}$$

$$Diagonalerna\ korsar\ varandra\ med\ rätavinklar.$$



Prallelltrapets:

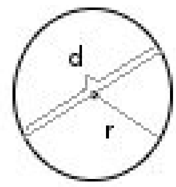
$$Arean = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirklar

$$Arean = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$Omkrets = 2\pi r = \pi d$$



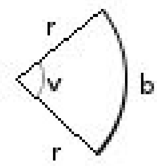
Cirkelsektor:

$$Bågen = 2\pi r \frac{\alpha}{360} = vr$$

$$Arean = \pi r^2 \frac{\alpha}{360} = \frac{br}{2}$$

α *är vinkeln i grader*

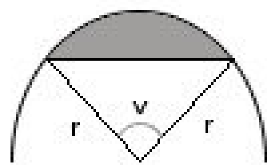
v *är vinkeln i radianer*



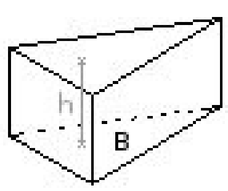
Cirkelsegment:

$$Arean = \frac{r^2(v - \sin(v))}{2}$$

v *är vinkeln i radianer*



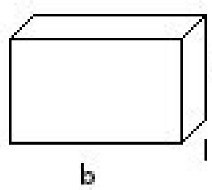
Prisma



$$Volymen = Bh,$$

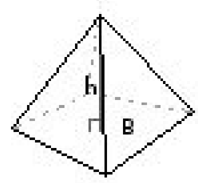
där B är basytans area

Räblock



$$Volymen = blh$$

Pyramid



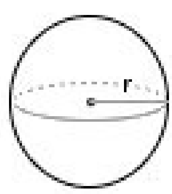
$$Volym = \frac{Bh}{3},$$

där B är basytans ar

klot(svär)

$$Volym = \frac{4\pi r^3}{3}$$

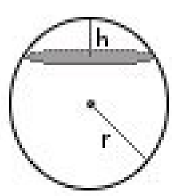
$$Area = 4\pi r^2$$



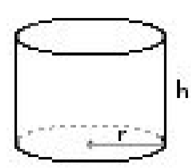
Klotsegment:

$$Volym = \frac{\pi h^2(3r - h)}{3}$$

$$Buktiga\ ytans\ area = 2\pi rh$$



Rak cirkulär cylinder



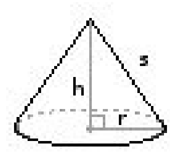
$$Volym = \pi r^2 h$$

$$Mantelarean = 2\pi rh$$

$$Totala\ arean = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$$

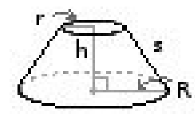
kon

$$Volym = \frac{\pi r^2 h}{3}$$
$$Mantelarean = \pi rs$$
$$Totala\,arean = \pi rs + \pi r^2 = \pi r(s + r)$$



Stympad kon:

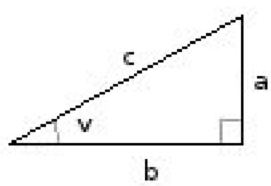
$$Volym = \frac{\pi h}{3}\cdot(R^2 + Rr + r^2)$$
$$Mantelarean = \pi s(R + r)$$



Trigonometri

Defenetioner

$$\sin(v) = \frac{a}{c}$$
$$\cos(v) = \frac{b}{c}$$
$$\tan(v) = \frac{a}{b}$$



Eulers formler

$$\sin(v) = \frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i}$$
$$\cos(v) = \frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2}$$
$$e^{iv} = \cos(v) + iSin(v)$$

Triangelsatser

$$Areasatsen:\quad Arean = \frac{bc\sin(A)}{2}$$

$$Sinussatsen: \frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c} \quad eller \quad \frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

$$Cosinussatsen:\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2\mathrm{bc}\cdot\cos(A)$$

Enkla samband

$$\sin(180^o - u) = \sin(u)$$
$$\cos(180^o - u) = -\cos(u)$$
$$\tan(180^o - u) = -\tan(u)$$
$$\sin(90^o - u) = \cos(u)$$
$$\cos(90^o - u) = \sin(u)$$
$$\tan(90^o - u) = \cot(u) = \frac{1}{\tan(u)}$$
$$\sin(-u) = -\sin(u)$$
$$\cos(-u) = \cos(u)$$
$$\tan(-u) = -\tan(u)$$

Additionssatserna

$$\sin(u+v) = \sin(u)\cdot\cos(v) + \cos(u)\cdot\sin(v)$$
$$\sin(u-v) = \sin(u)\cdot\cos(v) - \cos(u)\cdot\sin(v)$$
$$\cos(u+v) = \cos(u)\cdot\cos(v) - \sin(u)\cdot\sin(v)$$
$$\cos(u-v) = \cos(u)\cdot\cos(v) + \sin(u)\cdot\sin(v)$$
$$\tan(u+v) = \frac{\tan(u) + \tan(v)}{1 - \tan(u)\cdot\tan(v)}$$
$$\tan(u-v) = \frac{\tan(u) - \tan(v)}{1 + \tan(u)\cdot\tan(v)}$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2(u) + \cos^2(u) = 1$$

Formler för dubblavinkeln

$$\sin(2u) = 2\sin(u)\cdot\cos(u)$$

$$\cos(2u) = \cos^2(u) - \sin^2(u)$$
$$= 2\cos^2(u) - 1 = 1 - 2\sin^2(u)$$

$$\tan(2u) = \frac{2\tan(u)}{1-\tan^2(u)}$$

Formler för halva vinkeln

$$\sin^2\left(\frac{u}{2}\right) = \frac{1-\cos(u)}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{u}{2}\right) = \frac{1+\cos(u)}{2}$$

Produktformlerna

$$2\cos(u)\cdot\cos(v) = \cos(u-v) + \cos(u+v)$$

$$2\sin(u)\cdot\sin(v) = \cos(u-v) - \cos(u+v)$$

$$2\sin(u)\cdot\cos(v) = \sin(u-v) + \sin(u+v)$$

Uttrycket a sinx + b cosx:

$$a\cdot\sin(x) + b\cdot\cos(x) = \sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin(x+v)$$

$$a\cdot\sin(x) - b\cdot\cos(x) = \sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin(x-v)$$

$$Då\ a>0,\ b>0,\ \tan(v)=\frac{b}{a},\ 0<v<90^o$$

Några exakta trigonometriska funktionsvärden

vinkel		Sin v	Cos v	Tan v
grader	radianer			
0^o	0	0	1	0
30^o	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45^o	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
60^o	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90^o	$\frac{\pi}{2}$	1	0	-
120^o	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
135^o	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1
150^o	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
180^o	π	0	-1	0
210^o	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
225^o	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
240^o	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
270^o	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	-
300^o	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$

315^o	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1
330^o	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
360^o	2π	0	1	0

Gränsvärden

Standard gränsvärden

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$	$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(ax)}{x} = a$	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{\sin(x)} = 0$
$\lim_{x\to \pm\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$	$\lim_{x\to \pm\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{-x} = \frac{1}{e}$	$\lim_{x\to \pm\infty} \left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \frac{1}{e}$
$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$	$\lim_{x\to 0} \frac{a^x-1}{x} = \ln(a)$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
$\lim_{x\to \infty} \frac{x^a}{b^x} = 0 \ (b>1)$	$\lim_{x\to \infty} e^{-px} x^a = 0 \ (p>0)$	$\lim_{x\to \infty} \frac{\ln(x)^a}{x^c} = 0 \ (c>0)$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \ldots + b_1 x + b_0} = \left\{\begin{matrix} 0 & om\ n<m \\ \frac{a_n}{b_m} & om\ n=m \\ \pm\infty & om\ n>m \end{matrix}\right\}$$

Se även transformler för maclarens och taylor

$$\lim_{x\to 0} \frac{a^n}{n!} = 0$$

Transformer

Taylorserier

Definition

$$T[\ f(x)\ ] \ = \ \sum_{k=0}^{n} \frac{D^k[\,f(a)]\cdot(x-a)^k}{k\,!}$$

$$= \ f(a) + f\,'(a)(x-a) + \frac{f\,''(a)(x-a)^2}{2} + \frac{f^{(3)}(a)(x-a^3)}{6} + \ldots$$

Beteckningar

Taylorserie: $T[\ f(x)\ ]$

Maclaurinserier

Definition

$$M[\ f(x)\ ] \ = \ \sum_{k=0}^{n} \frac{D^k[\ f(o)\ ]x^k}{k\,!} \ = \ f(0) + f\,'(0)x + \frac{f\,''(0)x^2}{2} + \frac{f^{(3)}(0)x^3}{6} + \ldots$$

Beteckningar

MacLaurinserie: $M[\ f(x)\ ]$

Funktion	**Serie**		
e^x	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k\,!}$	$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \ldots$	För alla x
$\sin(x)$	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}x^2}{(2k-1)}$	$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \ldots$	För alla x
$\cos(x)$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)\,!}$	$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \ldots$	För alla x
$\ln(x+1)$	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}x^k}{k}$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$	$-1 < x \leqslant$
$\frac{1}{1-x}$	$\sum_{k=0}^{\infty} x^k$	$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$	$-1 < x < 1$
$\arctan(x)$	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}x^2}{2k-1}$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots$	$-1 < x < 1$
$(x+1)^a$		$1 + ax + \frac{a(a-1)x^2}{2} + a(a-1)$	$-1 < x < 1$

Derivatan

Definition

$$D[f(x)] = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Central differenskvot för Numerisk derivering

$$D[f(a)] \approx \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2\text{h}}$$

där 'a' är ett närmvärde till x. dvs, x = a

Beteckningar

Förstaderivatan: $D[f(x)],\ \ Df(x),\ \ \dfrac{dy}{dx},\ \ f'(x),\ \ f'$

Andraderivatan: $D^2[f(x)],\ \ D^2 f(x),\ \ \dfrac{d^2y}{dx^2},\ \ f''(x),\ \ f''$

Räkneregler

kedjeregeln: $om\ f(x) = a(x),\ \ och\ a(x) = b(x),\ \ dvs,\ f(x) = a(b(x))\ gäller$

$$D[f(x)] = D[a(x)] \cdot D[b(x)],\ \ dvs,\ ytterderivatan \cdot inerderivatan$$

Funktion	**Derivata**
$\sin(kx)$	$\cos(kx) \cdot k$
$e^{u(x)}$	$e^{u(x)} \cdot u'(x)$
$(u(x))^n$	$n(u(x))^{n-1} \cdot u'(x)$
$\dfrac{k}{u(x)}$	

$$Om\ \ V = \frac{4\pi r^3}{3}\ och\ r\ är\ en\ funktion\ av\ t\ så\ är$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{4\pi}{3} \cdot 3\text{r}^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

Produktregeln:

$$om\ f(x) = a(x) \cdot b(x)\ \ så\ är$$

$$D[f(x)] = a'(x) \cdot b(x) + a(x) \cdot b'(x)$$

kvotregeln:

$$om\ \ f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}\ \ så\ är$$

$$D[f(x)] = \frac{a'(x) \cdot b(x) - a(x) \cdot b'(x)}{b(x)^2}$$

Funktion	**Derivata**
$x^a,\ a\ är\ reellt$	ax^{a-1}
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
e^x	e^x
$a^x, a>0$	$a^x \ln(a)$
$\ln(x), x>0$	$\dfrac{1}{x}$
$\log_a(x), x>0$	$\dfrac{\log_a(e)}{x} = \dfrac{1}{x \ln(a)}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$
$\arcsin(x)$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ \ -1<x<1$
$\arccos(x)$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ \ -1<x<1$
$\arctan(x)$	$\dfrac{1}{1+x^2}$

Intergralen

Defenition

$$I[f(x)] = D^{-1}[f(x)]$$

Beteckningar

Primitivfunktion: $I[f(x)],\ \ If(x),\ \ \int f(x)\,dx,\ \ F(x)$

Räkneregler

Partiell integration

$$Om\quad f(x) = a(x)\cdot b(x)\quad då\ är\ det\ möjligt\ att\ göra\ följande$$

$$I[f(x)] = a(x)\cdot B(x) - I[a'(x)\cdot b(x)]$$

Variabelsubstitution

$$I[f(x)],\ \ x = u(y) \Rightarrow y = v(x),\ \ x \rightarrow y$$

$$I[f(y)\cdot v'(y)]$$

Funktion	Intergral
$x^a,\ \ a \neq -1$	$\dfrac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + C$
$\dfrac{1}{x^2}$	$-\dfrac{1}{x} + C$
$\dfrac{1}{x-a}$	$\ln\lvert x-a\rvert + C$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$\sin(kx)$	$\dfrac{-\cos(kx)}{k} + C$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$
$\cos(kx)$	$\dfrac{\sin(kx)}{k} + C$
$\sin^2(x)$	$\dfrac{x-\sin(x)\cdot\cos(x)}{2} + C$
$\cos^2(x)$	$\dfrac{x+\sin(x)\cdot\cos(x)}{2} + C$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\dfrac{e^{kx}}{k} + C$
$a^x = e^{x\ln(a)}$	$\dfrac{a^x}{\ln(a)} + C$
$\ln(x)$	$x\cdot\ln(x) - x + C$

Fouriertransformen

Defenition $F[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cdot e^{-i\omega t}\,dt$ **Beteckning fouriertransform:** $F[f(t)],\ \hat{f}(\omega)$

Räkneregel	$f(t)$	$\hat{f}(\omega)$	
Fourierintergral	$f(t)$	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}\,dt$	**F1**
Inversformel	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega t}$	$\hat{f}(\omega)$	**F2**
Linearitet	$a\cdot f(t) + b\cdot g(t)$	$a\cdot \hat{f}(\omega) + b\cdot \hat{g}(\omega)$	**F3**
Skalning	$f(at),\ (a \neq 0)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}\cdot \hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right)$	**F4**
Teckenbyte	$f(-t)$	$\hat{f}(-\omega)$	**F5**
Komplexkonjugat	$\overline{f(t)}$	$\overline{\hat{f}(-\omega)}$	**F6**
Tidsförskjutning	$f(t-T)$	$\hat{f}(\omega)e^{-i\omega T}$	**F7**
Frekvensförskjutning	$f(t)e^{i\Omega t}$	$\hat{f}(\omega-\Omega)$	**F8**
Ampl.modulering	$f(t)\cos(\Omega t)$	$\frac{\hat{f}(\omega-\Omega) + \hat{f}(\omega+\Omega)}{2}$	**F9a**
Ampl.modulering	$f(t)\sin(\Omega t)$	$\frac{\hat{f}(\omega-\Omega) - \hat{f}(\omega+\Omega)}{2i}$	**F9b**
Symmetri	$\hat{f}(t)$	$2\pi f(-\omega)$	**F10**
Tidsderivering	$D[f(t)]$	$i\omega \hat{f}(\omega)$	**F11**
Frekvensderivering	$-it\cdot f(t)$	$D[\hat{f}(\omega)]$	**F12**
Tidsfaltning	$f(t) * g(t)$	$\hat{f}(\omega)\cdot \hat{g}(\omega)$	**F13**
Frekvensfaltning	$f(t)\cdot g(t)$	$\frac{\hat{f}(\omega) * \hat{g}(\omega)}{2\pi}$	**F14**
Transformpar			
Deltafunktion	$\delta(t)$	1	**F15**
Derivatan av delta.funk	$D^{(n)}[\delta(t)]$	$(i\omega)^n$	**F16**
Exponential	$\theta(t)e^{-at}$	$\frac{1}{a+i\omega},(a>0)$	**F17**
Exponential	$(1-\theta(t))e^{at}$	$\frac{1}{a-i\omega},(a>0)$	**F18**
Exponential	$e^{-a\lvert t\rvert},\ (a>0)$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$	**F19**
Stegfunktion	$\theta(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{i\omega}$	**F20**
Konstant	1	$2\pi\delta(\omega)$	**F21**
-	$\frac{\sin(\Omega t)}{\pi t}$	$\theta(\omega+\Omega) - \theta(\omega-\Omega)$	**F22**
Gaussfunktion	$\frac{e^{-t^2/4A}}{\sqrt{4\pi A}}$	$e^{-A\omega^2},(A>0)$	**F23**

Laplacetransformen

Defenition

$$L[\, f(t)\,] \;=\; {}_{-0}\!\int^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt$$

Beteckning

Laplacetransform: $L[\, f(t)\,],\; F(s)$

Räkneregler	$f(t)$	$F(s)$	
Defenition	$f(t)$	${}_{-0}\!\int^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt$	**L1**
Linearitet	$a\cdot f(t) + b\cdot g(t)$	$aF(s) + bG(s)$	**L2**
Dämpning	$f(t)e^{-at}$	$F(s+a)$	**L3**
Fördröjning	$f(t-T)\cdot\theta(t-T)$	$F(s)e^{-sT},\; (T>0)$	**L4**
Skalning	$f(at),\; (a>0)$	$\frac{1}{a}\cdot F\left(\frac{s}{a}\right)$	**L5**
Frekv.derivering	$tf(t)$	$D[\,-F(s)\,]$	**L6**
Frekv.derivering n ggr	$t^n f(t)$	$(-1)^n D^{(n)}[\,F(s)\,]$	**L7**
Tidsderivering	$D[\, f(t)\,]$	$sF(s) - f(0)$	**L8**
Tidsderivering n ggr	$D^n[\, f(t)\,]$	$s^n F(s) - \sum_{k=1}^{n} s^{n-k} f^{(k-1)}(0)$	**L9**
Faltning	$f(t) * g(t)$	$F(s)\cdot G(s)$	**L10**
Transformpar			
Sinus	$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	**L11**
Cosinus	$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$	**L12**
Konstant	1	$\frac{1}{s}$	**L13**
Exponetialfunktion	e^{-kt}	$\frac{1}{s+k}$	**L14**
Fördröjd stegfunktion	$\theta(t-T),\; (T\geq 0)$	$\frac{e^{-sT}}{s}$	**L15**
Rampfunktion	$r(t) \;=\; t\theta(t)$		**L16**
Potens	t^k	$\frac{k!}{s^{k+1}},\quad k = 1,2,3,\ldots$	**L17**
Deltafunktion	$\delta(t)$	1	**L18**

Z-transformen

Definition

$$Z[\{x_n\}] = \sum_{n=0}^{\infty} x_n z^{-n}$$

Betekning

z-transform: $Z[\{x_n\}],\ X(z)$

Räkneregler	$\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$	$X(z)$	
Defenition	x_n	$\sum_{n=0}^{\infty} x_n z^{-n}$	**Z1**
Linearitet	$a\{x_n\} + b\{y_n\}$	$a Z[\{x_n\}] + b Z[\{y_n\}]$	**Z2**
Dämpning	$a^n x_n$	$X\left(\frac{z}{a}\right)$	**Z3**
Derivering	$n x_n$	$-z D[X(z)]$	**Z4**
Derivering	$(1-n) x_{n-1} \sigma_{n-k}$	$D[X(z)]$	**Z5**
Faltning	$\{x_n\} * \{y_n\}$	$X(z) \cdot Y(z)$	**Z6**
Förskjutning framåt	$x_{n-k} \sigma_{n-k},\ (k \geqslant 0)$	$z^{-k} X(z)$	**Z7**
Förskjutning bakåt	$x_{n+k},\ (k \geqslant 0)$	$z^k X(z) - \sum_{j=0}^{k-1} x_j z^{k-j}$	**Z8**
Transformpar			
Enhetssteg	σ_n	$\frac{z}{z-1}$	**Z9**
Enhetspuls	δ_n	1	**Z10**
Fördröjd enhetspuls	δ_{n-k}	z^{-k}	**Z11**
Exponential	a^n	$\frac{z}{z-a}$	**Z12**
Rampfunktion	$r_n = n\sigma_n$	$\frac{z}{(z-1)^2}$	**Z13**
Sinus	$\sin(n\theta)$		**Z14**
Dämpad sin	$a^n \sin(n\theta)$	$\frac{za\sin(\theta)}{z^2 - 2za\cdot\cos(\theta) + a^2}$	**Z15**
Cosinus	$\cos(n\theta)$	$\frac{z(z-\cos(\theta))}{z^2 - 2z\cdot\cos(\theta) + 1}$	**Z16**
Dämpad cos	$a^n \cos(n\theta)$	$\frac{z(z-a\cdot\cos(\theta))}{z^2 - 2za\cdot\cos(\theta) + a^2}$	**Z17**

Funktionsregler och stegmetoder

Logaritmer

$a^x = b \Leftrightarrow x = {}^a\log(b)$
${}^a\log(1) = 0$
${}^a\log(a) = 1$
${}^e\log(a) = \ln(a)$
${}^a\log(st) = {}^a\log(s) + {}^a\log(t)$
${}^a\log\left(\frac{s}{t}\right) = {}^a\log(s) - {}^a\log(t)$
${}^a\log(s^t) = t\,{}^a\log(s)$
${}^b\log(s) = \frac{{}^a\log(s)}{{}^a\log(b)}$
${}^e\log(x) = \ln(x)$

Största gemensamma delare (SGD)

Algebraiskt exempel:

$$
\begin{aligned}
&SGD(a:b) \quad om \ a > b \\
&\Rightarrow a = b \cdot x_1 + r_1 \\
&\Rightarrow b = r_1 \cdot x_2 + r_2 \\
&\Rightarrow r_1 = r_2 \cdot x_3 + r_3 \\
&\Rightarrow \ldots \\
&\Rightarrow r_n = r_{n+1} \cdot x_{n+2}
\end{aligned}
$$

$$svar: \ om \ r_{n+1} > x_{n+2} \Rightarrow r_{n+1}$$

partialbråksuppdelning (PBU)

Faktorer I nämnaren	Ger upphov till partialbråken
$x - a$	$\frac{A_1}{x-a}$
$(x-a)^n$	$\frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \ldots + \frac{A_n}{(x-a)^n}$
$x^2 + ax + b$	$\frac{A_1 x + B_1}{x^2 + ax + b}$
$(x^2 + ax + b)^n$	$\frac{A_1 x + B_1}{x^2 + ax + b} + \frac{A_2 x + B_2}{(x^2 + ax + b)^2} + \ldots + \frac{A_n x + B_n}{(x^2 + ax + b)^n}$

$$Ex: \ \frac{2x^2 + x - 3}{(x+1)^2(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = A(x+1)(x+2) + B(x+2) + C(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = -2 \\ C = 3 \end{cases}$$

$$\frac{2x^2 + x - 3}{(x+1)^2(x+2)} = -\frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{3}{x+2}$$

Differensekvationen

$$y = y_h + y_p$$

y_h : den homogena lösningen

byt ut samtliga

$y_n \Rightarrow 1,$

$y_{n+1} \Rightarrow r,$

$y_{n+2} \Rightarrow r^2$

$y_{n+x} \Rightarrow r^x$

övriga termer försvinner.

lös ekvationen.

nollställena ger upphov till

$$\begin{cases} r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = (Cn+D)r^n \\ r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = Cr_1^n + Dr_2^n \end{cases}$$

y_p : partikulärlösningen

byt ut samtliga y_n mot en ansatts $A(n)$,

$y_{n+1} \Rightarrow A(n+1)$, osv.

övriga termer ger upphov till ekvationen L

A är av samma grad som $L \cdot n^k$,

där $k = (\text{antalet } r_n = 1, \text{ i } y_h)$

lös sedan ut alla obekanta.

$L -$ ekvationer av typen

$(an+b)c^n$ eller $(an+b)n$

kan delas upp i två ansattser, en för $c^n \Rightarrow Z_n \cdot (A_c \cdot n^k)$

varifrån de trillar ut en ny ekvation,

där du löser ut Z_n där $L_Z = (an+b)$

y : den almäna lösningen är nu

$$y = y_p + y_h$$

lös nu ut C och D från y_h, med hjälp av begynelsevärdena

se även kapitlet $Z -$ transformeln

Diffrentialekvationen

$$y = y_h + y_p$$

y_h : den homogena lösningen

byt ut samtliga

$y \Rightarrow 1,$

$y' \Rightarrow r,$

$y'' \Rightarrow r^2$

$y^{x+n} \Rightarrow r^n$

övriga termer försvinner.

lös ekvationen.

nollställena ger upphov till

$$\begin{cases} r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = (Cx+D)e^{r_1 \cdot x} \\ r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = Ce^{r_1 \cdot x} + De^{r_2 \cdot x} \end{cases}$$

y_p : partikulärlösningen

byt ut samtliga $y(x)$ mot en ansatts $A(x)$,

$y' \Rightarrow D[A(x)]$, osv.

övriga termer ger upphov till ekvationen L

A är av samma grad som $L \cdot x^k$,

där $k = (\text{antalet } r_x = 1, \text{ i } y_h)$

lös sedan ut alla obekanta.

$L -$ ekvationer av typen

$(ax+b)c^x$ eller $(ax+b)x$

kan delas upp i två ansattser, en för $c^n \Rightarrow Z(n) \cdot (A_c \cdot x^k)$

varifrån de trillar ut en ny ekvation,

där du löser ut $Z(x)$ där $L_Z = (ax+b)$

y : den almäna lösningen är nu

$$y = y_p + y_h$$

lös nu ut C och D från y_h, med hjälp av begynelsevärdena

se även kapitlet Laplace $-$ transform

Mekanik

Kinetisk energi:	Arbete:	Lägesenegi fjäder:
$E_k = \frac{m_{(\epsilon)} v_{(V)}^2}{2}$	$E_A = F_f \cdot l_{(\Gamma)}$	$E_p = \frac{K_k \cdot l_{(\Gamma)}}{2}$
Homogent tyngdkraftfält	**kraftmoment**	**Kinetisk energi konisk pendel**
$E_p = m_{(\epsilon)} \cdot g_{(V)} \cdot h_{(\Gamma)}$	$E_M = F_f \cdot l_{(\Gamma)}$	$E_k = \frac{m_{(\epsilon)} \cdot v_{(V)}^2}{r_{(\Gamma)}} = m_{(\epsilon)} \cdot \omega_{(V)} \cdot r_{(\Gamma)} = \frac{2}{}$
Rörelse mängd	**hastighet**	**acceleration**
$V_P = m_{(\epsilon)} \cdot v_{(V)}$	$v_{(V)} = \frac{l_{(\Gamma)}}{\tau_{(T)}} = I[a_{(V)}]$	$a_{(V)} = \frac{v_{(V)}}{\tau_{(T)}} = D^2[f(x)]$
Hastighet cirkulär rörelse	**Acceleration cirkulär rörelse**	**Omlopstid konisk pendel**
$V_v = \frac{2\pi r_{(\Gamma)}}{\tau_{(T)}} = \omega_{(V)}$	$a_{(V)} = \frac{v_{(V)}^2}{r_{(\Gamma)}} = \omega_{(V)}^2 r_{(\Gamma)}$	$\tau_{(T)} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{(\Gamma)} \cdot \cos(V_{(T)})}{g_{(V)}}}$
Harmonisk svängningsrörelse	**Svängtid Plan pendel**	**vinkelhastighet**
$\omega_{(V)} = \sqrt{\frac{K_k}{m_{(\epsilon)}}}$	$\tau_{(T)} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{(\Gamma)}}{g_{(V)}}}$	$\omega_{(V)} = 2\pi f_{(T)}$
Tyngdkraft	**fjäderkraft**	**Gravitationskraft mellan partiklar**
$F_f = m_{(\epsilon)} \cdot g_{(V)}$	$F_f = K_k l_{(\Gamma)}$	$F_f = K_G \frac{m_{1(\epsilon)} \cdot m_{2(\epsilon)}}{r_{(\Gamma)}^2}$

Vågrörelselära

Fortskridande våg	brytning	interferens
$V_v = \lambda \cdot f$	$f = \frac{V_1}{\lambda_1} = \frac{V_2}{\lambda_2}$	$S_1\, och\, S_2\, tvåpunktkä$ $PS_2 - PS_1 \begin{cases} = p \cdot \lambda \quad ger\ förs \\ = (p + \frac{1}{2})\lambda \quad ge \\ = xd/L,\ då\ x < \end{cases}$
Dopplereffect	**Ljudhastighetens temperaturberoende**	**ljudnivå**
$Vågkällan\ i\ rörelse\ med\ hasti$ $f' = f \cdot \frac{v}{v-u},\ u > 0\ vid\ rörelse$ $observatören\ i\ rörelse\ med\ ha$ $f' = f(1 + \frac{u}{v}),\ u > 0\ vidrör$ $I\ båda\ formlerna\ betecknar\ f'\ den\ obs$	$V = V_0$ $där\ \Theta\ är\ mediets\ abs$	$L = 10\, lg \frac{I}{I_0} dB,$ $där\ I_0 = 10^{-12}[W/m^2]$
ljudintensitet		

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$ *på avståndet r från isotropt strålande punktkälla med effekten P*		

Optik

brytningslagen	prisma	Tunna linser
$n_1 \cdot \sin(\vartheta_1) = n_2 \cdot \sin(\vartheta_2)$	u: *brytande vinkel* $\delta = \vartheta_1 - \vartheta_2 - u($*deviationen* *Tunt prisma*: $\delta \approx u \cdot (n-1)$	$a^{-1} + b^{-1} = f^{-1}$
Sfäriska speglar	Optiska instrument	Ljusflöde
$a^{-1} + b^{-1} = f^{-1} = 2r^{-1}$ *där r är spegelns radie*	*Lupp*: $G =$ *Keplerkikare*: G *Mikroskop*: $G =$ *där L är avståndet mellan de i*	$\Phi = 4\pi I$ $($*vid lika stort ljusflöde i alla r*
Belysning	ljushastighet	våglängd
$E = \frac{\Phi}{A}$ *där A är arean av ett område v* $E = \frac{I \cdot \cos}{r}$ *där* ϑ *är infallsvinkeln och r*	$c_m = \frac{c}{n}$	$\lambda_m = \frac{\lambda}{n}$
Gitter (vinkelrätt infall)	tvåspaltsinterferens	
$d \sin \vartheta_p = p \cdot \lambda$ $(p = 0, 1, 2, ...)$	*Fransbredden* $\Delta x \approx \frac{L}{d} \cdot \lambda$	

Atom-, kärn- och partikelfysik

Fotonenergi	Fotonens rörelsemängd	Väteatomens energinivåer
Rydbergs formel	Partikels de Broglievåglängd	Fotoelektrisk effekt
Radioaktivt sönderfall	stråldos	

Termodynamik

Energi

Kinetisk energi:

$$E_K = \frac{m_{(\epsilon)} \cdot v_{(V)}^2}{2}$$

Värmemängd:

$$E_Q = m_{(\epsilon)} \cdot c_{(W)} \left(T_{2(\epsilon)} - T_{1(\epsilon)}\right)$$

Tillståndsändrings värmemängd:

$$E_Q = l_v \cdot m_{(\epsilon)}$$

Tryck

Partialtryck:

$$P_{tot(\epsilon)} = \sum_{i=1}^{k} P_{i(\epsilon)}$$

höjdtryck:

$$\rho_m \cdot g_{(v)} \cdot h_{(\Gamma)}$$

Tryck yta:

$$\frac{F_f}{A_{(\Gamma)}}$$

Kinetisk tryck:

$$\frac{\rho_m v_{(v)}^2}{2}$$

Intermolekylärt tryck enligt J.D Vander Waals:

$$\frac{a \cdot n_{(C)}^2}{V_{(C)}^2}$$

Överföring:

$$P_{(\epsilon)} = P_{(\epsilon)}$$

Tillägsterm till totaltryck. Tillämpning av bernoullis ekvation:

$$C = 2\mathrm{f}_{(K)} \cdot \frac{l_{(\Gamma)}}{r_{(\Gamma)}} \cdot \frac{\rho_m v_{(V)}^2}{2}$$

f = friktionsfaktor

Temperatur / tryck förhållanden

Tryck, volym och temperatur förhållande (gas):

$$\frac{T_{(\epsilon)}}{P_{(\epsilon)}} = \frac{V_{(C)}}{n \cdot K_R}, \quad P_{(\epsilon)} \cdot V_{(C)} =$$

Densitet och temperaturtryck förhållande:

$$\rho_m = \frac{P_{(\epsilon)} \cdot M}{K_R \cdot T_{(}}$$

Partikel densitet :

$$\rho_n = \frac{P_{(\epsilon)}}{K_k T_{(\epsilon)}}$$

Molekyl / massa förhållande

Substansmängd:

$$n = \frac{m_{(\epsilon)}}{M_{(\epsilon)}}$$

Molekyls massa i kilo:

$$\mu = \frac{M_{(\epsilon)}}{K_{Na}}$$

Flöden

Flödeslikhet:

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

Flödesdefinition:

$$\Phi_m = \rho_m \cdot A_{(\Gamma)} \cdot v_{(V)}$$

Földesändring:

$$v_{2(V)} = v_{1(V)} \cdot \frac{A_{1(\Gamma)}}{A_{2(\Gamma)}}$$

Flöde i rör med viskositet:

$$\Phi_V = \frac{\pi}{8 \cdot \eta_{(M)}} \cdot \frac{P_{1(\epsilon)} -}{l_{(\Gamma}}$$

Utflödestryck ur tankbotten:

$$v_{(V)} = K \cdot \sqrt{2\, g_{(V)} h_{(\Gamma)}}$$

$$K = virvelbildningskonstant$$

Turbulens

Reynolds tal. Om över 2000 = turbulent

$$R_{e(K)} = \frac{\rho_m v d}{\eta_{(M)}}$$

Krafter

Friktion, lyft och tyngdkraften på en molekyl :

$$\vec{F}_f + \vec{F}_l + \vec{F}_g = \vec{O}$$

Viskocitetskraft:

$$F_f = -\eta_{(M)} \cdot A_{(\Gamma)} \cdot \frac{v_{(V)}}{l_{(\Gamma)}}$$

Viskocitetskraft djup:

$$F_f = -\eta_{(M)} \cdot A_{(\Gamma)} \cdot D[v_V]_{(l_\Gamma)}$$

Stokes lag:

$$F_f = -K \pi r_\Gamma \eta_{(M)} \cdot v_{slut(V)}$$

Ytspänningskraft på nått ringformat:

$$F_f = 2\gamma_{(F)} \cdot l_{(\Gamma)}$$

Kapilärkraft:

$$\frac{2\gamma_{(F)} \cdot \cos(\Theta)}{r_{(\Gamma)}} = \rho_m g_{(V)} h_\Gamma$$

Längd och volym förhållanden

Längdändring:

$$\frac{\Delta l_{(\Gamma)}}{l_{(\Gamma)}} = \alpha \Delta T_{(\epsilon)}$$

Volymändring:

$$\frac{\Delta V_{(C)}}{V_{(C)}} = \gamma_{(F)} \cdot \Delta T_{(\epsilon)}$$

Konstanter

Boltzmanskonstant:

$$K_k = \frac{K_R}{K_{Na}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} [J/K]$$