Effiziente Algorithmen

Übungsblatt 4

Prof. Dr. Woeginger, PD Dr. Unger, Prof. Dr. Rossmanith
Dennis Fischer
Lehrstuhl für Informatik 1
RWTH Aachen

WS 18/19
8. November 2018
Abgabe: 16. November 10:00

- Die Übungsblätter sollen in Gruppen von 3-5 Studierenden abgegeben werden.
- Die abgegebenen Lösungen mit Namen und Matrikelnummern aller Teammitglieder und der Übungsgruppe beschriften.
- Um zur Klausur zugelassen zu werden müssen 50% aller möglichen Übungspunkte erreicht werden.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Führe die folgenden Varianten des Flussproblems auf die Standardversion der Vorlesung zurück:

(a) Sowohl den Kanten als auch den Knoten sind Kapazitäten zugeordnet. Für einen zulässigen Fluss muss jetzt zusätzlich gelten:

$$\forall u \in V \setminus \{s\}\colon \sum_{(u,v)\in E} f(u,v) \le c(u) \qquad \text{und} \qquad \sum_{(s,u)\in E} f(s,u) \le c(s),$$

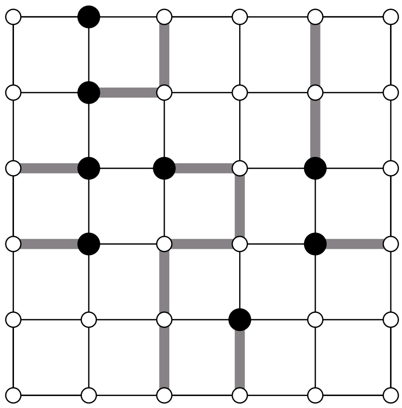
- wobei $c\colon V \mapsto \mathbb{N}_0$ die Kapazitäten der Knoten angibt.

(b) Es gibt mehrere Quellen und Senken.

(c) Das Netzwerk ist ungerichtet. Gib eine Formalisierung für das Problem zur Berechnung maximaler Flüsse auf ungerichteten Netzwerken an, und führe dieses Problem auf die Variante zur Berechnung von maximalen Flüssen auf gerichteten Netzwerken zurück.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Ein Gebäude sei durch ein Gitter modelliert. An m Punkten befinden sich Menschen, die das Gebäude im Falle eines Brandes verlassen müssen. Dazu müssen sie über einen Pfad einen Randknoten erreichen. Es dürfen jedoch keine zwei Fluchtwege gemeinsame Punkte des Gitters benutzen. Das folgende Bild zeigt einen beispielhaften Fluchtplan:



Modelliere das Fluchtproblem als Flussproblem.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei die Tabelle der Fußball-Bundesliga, die den Punktestand zu einem bestimmten Zeitpunkt wiedergibt, sowie eine Liste der noch ausstehenden Spiele. Wir betrachten die alte Zweipunkteregel, d. h. die siegreiche Mannschaft erhält zwei Punkte, der Verlierer keinen, und bei einem Unentschieden erhalten beide Mannschaften je einen Punkt. Das *Meisterschaftsproblem* besteht darin, zu entscheiden, ob eine gegebene Mannschaft noch Meister werden kann.

Modelliere das Meisterschaftsproblem als Flussproblem. Funktioniert Deine Lösung auch mit der Dreipunkteregel (Gewinner 3 Pkt., Verlierer 0 Pkt., Unentschieden je 1 Pkt.)?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

In einem Sensornetzwerk sammeln Sensoren Daten, die von Zeit zu Zeit an einem zentralen Knoten im Netzwerk eingesammelt werden. Im Folgenden untersuchen wir, ob dies innerhalb von T Zeitschritten erreicht werden kann. Formal betrachten wir das folgende Problem: Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph mit n Knoten, m Kanten und einer ausgezeichneten Senke $s \in V$. Jeder Knoten $v \in V \setminus \{s\}$ besitzt ein Datenpaket p_v, dass zur Senke s geschickt werden soll. Dabei müssen unter Umständen andere Knoten das Paket von v in Richtung der Senke weiterleiten. Im Folgenden nehmen wir an, dass eine zentrale Uhr existiert, die die Aktivitäten der Knoten synchronisiert. Zu jedem Zeitpunkt t kann ein Knoten nur über eine ausgehende Kante ein Datenpaket verschicken; diese dauert genau eine Zeiteinheit lang. Gleichzeitig kann der Knoten pro Zeiteinheit über beliebig viele Kanten jeweils ein Datenpakete empfangen.

Modelliere das folgende Entscheidungsproblem als Flussproblem: Können die Datenpakete so durch das Netzwerk geschickt werden, dass alle Pakete innerhalb von T Zeiteinheiten bei der Senke ankommen?

Tipp: Konstruiere ein Flussnetzwerk mit $T \cdot 2(n - 1) + 2$ Knoten.

Abgabefrist: 16. November 10:00 im Abgabekasten vor dem Lehrstuhl i1.