Übung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

Blatt 11

Tutoriumsaufgabe 11.1

Wir betrachten das folgende Problem mit Formeln in disjunktiver Normalform (DNF).

DNF-SAT

Eingabe: Boole'sche Formel φ in DNF über den Variablen x_1, \ldots, x_n .

Frage: Existiert eine Wahrheitsbelegung von x_1, \ldots, x_n , die φ erfüllt?

Zeigen Sie, dass DNF-SAT unter der Annahme $P \neq NP$ nicht NP-vollständig ist.

Tutoriumsaufgabe 11.2

Wir betrachten den folgenden Spezialfall von VERTEXCOVER.

EVENDEGREEVERTEXCOVER

Eingabe: Ein Graph G = (V, E), sodass jeder Knoten in G geraden Grad hat, und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Frage: Gibt es eine Knotenmenge $C \subseteq V$ mit $|C| \le k$, sodass jede Kante durch C abgedeckt wird?

Zeigen Sie, dass EvenDegreeVertexCover NP-vollständig ist.

Tutoriumsaufgabe 11.3

Wir betrachten das folgende Entscheidungsproblem.

Нам-Ратн

Eingabe: Ein Graph G = (V, E) und zwei Knoten s, t.

Frage: Gibt es einen Pfad von s nach t, der jeden Knoten in V genau einmal besucht?

Zeigen Sie folgende Aussage: Wenn HAM-PATH in P liegt, dann liegt auch HAM-CYCLE in P (und damit P = NP). Folgt aus Ihrer Konstruktion auch, dass HAM-PATH NP-vollständig ist?

Hausaufgabe 11.1 (2 Punkte)

Wir betrachten das folgende Entscheidungsproblem.

100-CLIQUE

Eingabe: Ein ungerichteter Graph G = (V, E).

Frage: Enthält G eine Clique mit genau 100 Knoten?

Zeigen Sie, dass 100-CLIQUE unter der Annahme $P \neq NP$ nicht NP-vollständig ist.

Hausaufgabe 11.2 (5 Punkte)

Wir betrachten das folgende Entscheidungsproblem.

DOMINATING SET

Eingabe: Ein Graph G = (V, E) und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Frage: Enthält G ein Dominating Set mit höchstens k Knoten?

Zeigen Sie, dass Dominating Set NP-schwer ist, indem Sie 3-SAT auf DOMINATING SET reduzieren.

Hausaufgabe 11.3 (5 Punkte)

Wir betrachten das folgende Entscheidungsproblem.

HALF-CLIQUE

Eingabe: Ein Graph G = (V, E) mit |V| = 2k $(k \in \mathbb{N})$

Frage: Enthält G eine Clique mit mindestens k Knoten?

Zeigen Sie, dass HALF-CLIQUE NP-vollständig ist.