

EFFIZIENTE ALGORITHMEN

Übungsblatt 10

Prof. Dr. Woeginger, PD Dr. Unger, Prof. Dr. Rossmanith
Dennis Fischer
Lehrstuhl für Informatik 1
RWTH Aachen

WS 18/19
10. Januar
Abgabe: **17. Januar 18:00**

- Die Übungsblätter sollen in Gruppen von 3-5 Studierenden abgegeben werden.
- Die abgegebenen Lösungen mit Namen und Matrikelnummern aller Teammitglieder und der Übungsgruppe beschriften.
- Um zur Klausur zugelassen zu werden müssen 50% aller möglichen Übungspunkte erreicht werden.

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Betrachten Sie folgendes ILP:

$$\begin{array}{ll}\text{maximize} & x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 \\ \text{subject to} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 \leq 27 \\ & 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 20 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \\ & x_3 \geq 0 \\ & x_4 \geq 1000.\end{array}$$

Lösen Sie dieses mit Mitteln aus der Vorlesung und geben sie ausführlich Ihre Schritte an. Sie dürfen einen LP Solver benutzen (Zum Beispiel https://www.mathstools.com/section/main/simplex_online_calculator).

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Wir betrachten das 3 Färbungsproblem. Ein naiver Ansatz ist alle 3^n möglichen Färbungen zu probieren. Nun wollen wir Randomisierung benutzen:

- Entwickeln Sie einen polynomiellen randomisierten Algorithmus, welcher mit Wahrscheinlichkeit $(\frac{2}{3})^n$ eine korrekte 3 Färbung für einen 3-färbbaren Graph findet.
- Wie oft muss dieser Algorithmus wiederholt werden, damit die Wahrscheinlichkeit eine Färbung zu finden konstant wird?

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Wir verwenden folgende universelle Familie von Hashfunktionen:

$$\{ h_{a,b} \mid 1 \leq a < 5, 0 \leq b < 5 \}$$

mit $h_{a,b}(x) = ((ax + b) \bmod 5) \bmod 4$.

Erstellen Sie mithilfe eines Programms eine Tabelle, welche die Wahrscheinlichkeiten von $h(x) = h(y)$ für alle $0 \leq x, y < 5$ enthält, falls h wieder zufällig aus der Familie von T12 gezogen wird.

Ist das Ergebnis das, was Sie erwarten?

Wiederholen Sie das Experiment, aber ersetzen Sie jetzt überall 5 durch 6. Kommentieren Sie das Ergebnis. Nehmen Sie insbesondere dazu Stellung, ob es sich auch jetzt um eine universelle Familie von Hashfunktionen handelt.

Abgabefrist: Die Lösungen müssen bis zum **17. Januar 18:00** in der Vorlesung oder im Abgabekasten vor dem Lehrstuhl i1 abgegeben werden.