Effiziente Algorithmen

Übungsblatt 9

Prof. Dr. Woeginger, PD Dr. Unger, Prof. Dr. Rossmanith
Dennis Fischer
Lehrstuhl für Informatik 1
RWTH Aachen

WS 18/19
20. Dezember
Abgabe: **10. Januar 18:00**

- Die Übungsblätter sollen in Gruppen von 3-5 Studierenden abgegeben werden.
- Die abgegebenen Lösungen mit Namen und Matrikelnummern aller Teammitglieder und der Übungsgruppe beschriften.
- Um zur Klausur zugelassen zu werden müssen 50% aller möglichen Übungspunkte erreicht werden.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Wir betrachten noch einmal das *Knapsack Problem*. Entwickeln Sie einen Branch and Bound Algorithmus. Was sind gute (nichttriviale) Schranken?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Wir betrachte das Einstellungsproblem. Es gibt n Bewerbungen und es sollen k Personen eingestellt werden. Nun gibt es eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{Q}^{n \times n}$, die Synergieeffekte beschreibt. D.h. Wenn Person i und Person j (für $i < j$) beide eingestellt werden, dann erhöht sich die Synergie um $A_{i,j}$ (Vielleicht arbeiten diese besonders gut, oder besonders schlecht zusammen). Das Problem ist zu entscheiden, ob es eine Auswahl von k Personen gibt, so dass die Synergie mindestens den Wert z erreicht.

(a) Zeigen Sie, dass das Problem NP-vollständig ist.

(b) Geben Sie einen Branch and Bound Algorithmus an, welcher das Problem löst.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Wir betrachten eine unfaire Münze. Die Münze zeigt mit Wahrscheinlichkeit $0 < p < 1$ Kopf und mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ Zahl.

Entwickeln Sie ein Verfahren, um mit der unfairen Münze einen fairen Münzwurf zu simulieren. Wie groß ist die (erwartete) Anzahl von Würfen?

Aufgabe 4 ($\star$) (10 Bonus Punkte)

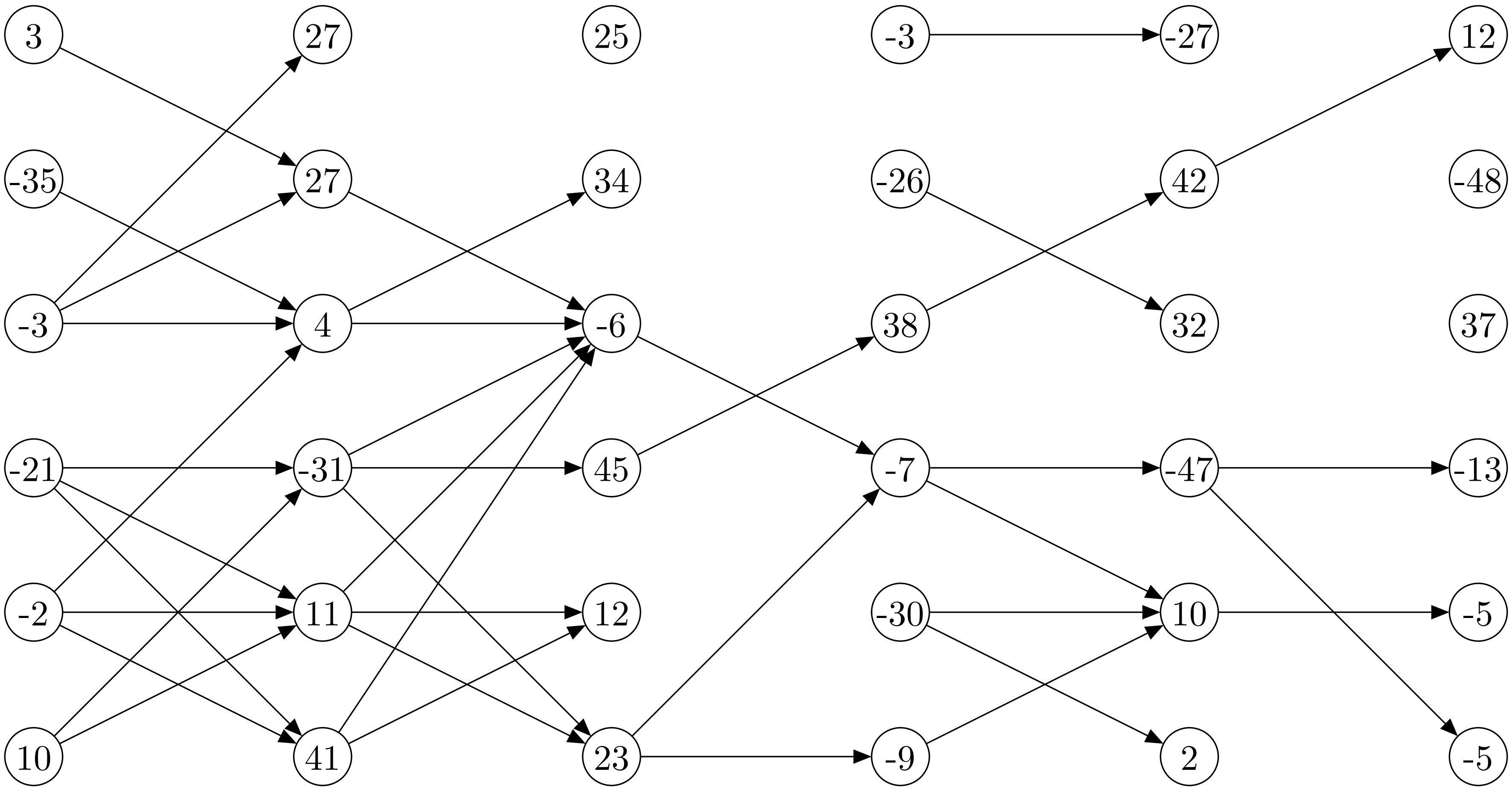
Gegeben Sei ein gerichteter Graph. Jeder Knoten hat einen *Gewinn*, der eine positive, aber auch eine negative Zahl sein darf.

Gesucht ist eine Menge von Knoten mit möglichst großen Gesamtgewinn. Dabei muss folgende Nebenbedingung eingehalten werden: Gibt es eine Kante von A nach B und wird A ausgewählt, dann muss auch B ausgewählt werden.

(a) Finden Sie (durch hinsehen) eine optimale Lösung der Instanz auf der nächsten Seite.

(b) Verwenden Sie Ihr Wissen, das sie aus der gesamten Vorlesung haben, um einen Polynomialzeitalgorithmus für dieses Problem zu entwerfen.

Abgabefrist: Die Lösungen müssen bis zum **10. Januar 18:00** in der Vorlesung oder im Abgabekasten vor dem Lehrstuhl i1 abgegeben werden.


3
27
25
-3
-27
12
-35
27
34
-26
42
-48
-3
4
-6
38
32
37
-21
-31
45
-7
-47
-13
-2
11
12
-30
10
-5
10
41
23
-9
2
-5