Lehrstuhl für Informatik 1
Prof. Dr. Gerhard Woeginger
Jan Böker, Tim Hartmann

WS 2018/19
27.12.2018

Übung zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Komplexität

Blatt 10

Tutoriumsaufgabe 10.1

Die vier Probleme A, B, C, D sind Entscheidungsprobleme, über die folgendes bekannt ist: $A \leq_p \text{SAT} \leq_p B$, und $A \leq_p C$, und $B \leq_p \text{SAT} \leq_p D$. Markieren Sie in der folgenden Tabelle die Aussagen, die wir mit Sicherheit wissen (unabhängig davon, ob P=NP oder P≠NP gilt):

	in NP	NP-vollständig	NP-schwer
A			
B			
C			
D			

Tutoriumsaufgabe 10.2

Zeigen Sie für das Bin Packing Problem (BPP), dass, falls die Entscheidungsvariante in P ist, so kann auch die Optimierungsvariante in polynomialer Zeit gelöst werden.

Tutoriumsaufgabe 10.3

Wir betrachten folgendes Entscheidungsproblem.

Independent Set

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Frage: Gibt es unabhänige Knotenmenge $I \subseteq V$ mit $|I| \geq k$, d.h. für alle $u, v \in I$ gilt $\{u, v\} \notin E$.

(a) Zeigen Sie, dass Independent Set in NP liegt.

(b) Zeigen Sie, dass Clique $\leq_p$ Inependent Set. Wie bald in der Vorlesung gezeigt wird, gilt SAT $\leq_p$ Clique. Was folgt daraus für Inependent Set?

— bitte wenden —

Hausaufgabe 10.1 **(3 Punkte)**

Zeigen Sie für das TRAVELING SALESMAN PROBLEM (TSP), dass, falls die Entscheidungsvariante in P ist, so kann auch die Optimierungsvariante in polynomialer Zeit gelöst werden.

Hausaufgabe 10.2 **(1+4 Punkte)**

Eine Knotenmenge $R \subseteq V$ spannt eine Kante $\{u, v\} \in E$ auf, falls $u \in R$ und $v \in R$. Wir betrachten folgendes Entscheidungsproblem.

KANTEN AUFSPANNEN
Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$; zwei Zahlen r und s.
Frage: Gibt es eine Menge $R \subseteq V$ mit $\lvert R\rvert = r$, die mindestens s Kanten aufspannt?

(a) Zeigen Sie, dass KANTEN AUFSPANNEN in NP liegt.

(b) Zeigen Sie, dass CLIQUE $\leq_p$ KANTEN AUFSPANNEN. Wie bald in der Vorlesung gezeigt wird, gilt SAT $\leq_p$ CLIQUE. Was folgt daraus für KANTEN AUFSPANNEN?

Hausaufgabe 10.3 **(1+4 Punkte)**

Für Vektoren $c, d \in \mathbb{Z}^k$ sei $c \geq d$ falls für alle $i \in \{1, \ldots, k\}$ gilt, dass $c_i \geq d_i$. Wir betrachten folgendes Entscheidungsproblem:

$\{-1, 0, 1\}$ RESTRICTED INTEGER PROGRAMING
Eingabe: Eine Matrix $A \in \{-1, 0, 1\}^{m \times n}$ und ein Vektor $b \in \{-1, 0, 1\}^m$.
Frage: Gibt es einen Vektor $x \in \{0, 1\}^n$ mit $Ax \geq b$?

(a) Zeigen Sie, dass $\{-1, 0, 1\}$ RESTRICTED INTEGER PROGRAMING in NP liegt.

(b) Zeigen Sie, dass $\{-1, 0, 1\}$ RESTRICTED INTEGER PROGRAMING NP-schwer ist.

Hinweis: Es bietet sich eine Reduktion von SAT *an. Außerdem ist hilfreich als Zwischenschritt auch Gleichungen der Art* $c + d = 1$ *zu erlauben. Daraufhin kann man sich überlegen, wie man eine solche Gleichung in Ungleichungen übersetzten kann.*

Abgabe bis Mittwoch, den 16.01.2019 um 12:15 Uhr
im Sammelkasten am Lehrstuhl i1, in Ihrem Tutorium oder am Anfang der Globalübung.