Lehrstuhl für Informatik 1
Prof. Dr. Gerhard Woeginger
Jan Böker, Tim Hartmann

WS 2018/19
19.10.2018

Übung zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Komplexität

Blatt 1

Tutoriumsaufgabe 1.1

Geben Sie je eine formale Darstellung für die Sprachen der folgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe und zum Eingabealphabet.

(a) Eine Clique in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge $K \subseteq V$ von paarweise benachbarten Knoten. Die Sprache des Cliquenproblems L_{Clique} enthalte die Kodierungen aller Paare (G, b) mit $b \in \mathbb{N}$, so dass G eine Clique der Größe mindestens b besitzt.

(b) Das Teilsummenproblem besteht darin, für eine gegebene Multimenge M von natürlichen Zahlen und eine natürliche Zahl b zu entscheiden, ob es eine Teilmultimenge von M gibt, sodass die Summe der Elemente dieser Teilmultimenge b ist. Die Sprache $L_{\text{Teilsumme}}$ enthalte die Kodierungen der Paare (M, b) mit dieser Eigenschaft.

Tutoriumsaufgabe 1.2

Geben Sie zu der folgenden Turingmaschine M an, welche Konfigurationen auf der Eingabe $w = 110$ erreicht werden.

$$M = (\{q_0, q_1, \bar{q}\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$$

δ	0	1	B
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	(q_1, B, L)
q_1	$(\bar{q}, 0, R)$	$(q_1, 1, L)$	(q_0, B, R)

Tutoriumsaufgabe 1.3

Geben Sie formal eine Turingmaschine M über $\Sigma = \{0, 1\}$ an, die für eine auf dem Eingabeband befindliche Binärzahl $w \in \Sigma^*$ (das höchstwertige Bit stehe jeweils links) die Binärzahl $w + 2$ berechnet. Wenn $w = \epsilon$, soll M auch ϵ ausgeben.

Beschreiben Sie kurz die Funktionsweise Ihrer Turingmaschine.

— BITTE WENDEN —

Hausaufgabe 1.1 **(2 + 2 Punkte)**

Geben Sie je eine formale Darstellung für die Sprachen der folgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe und zum Eingabealphabet.

(a) Eine unabhängige Menge (engl.: independent set) in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge $U \subseteq V$ von Knoten, so dass keine zwei verschiedenen Knoten $u, v \in U$ benachbart sind. Die Sprache des Independent-Set-Problems $L_{\text{Indep-Set}}$ enthalte die Kodierungen aller Paare (G, b) mit $b \in \mathbb{N}$, so dass G eine unabhängige Menge der Größe mindestens b besitzt.

(b) Das Bin-Packing-Problem besteht darin, zu entscheiden, ob n Objekte mit Größen $w_1, \ldots, w_n \in \{1, \ldots, B\}$ in γ Kisten der Größe B gepackt werden können, wobei alle Werte natürliche Zahlen sind. Die Sprache des Bin-Packing-Problems $L_{\text{Bin-Packing}}$ enthalte die Kodierungen der Tupel $(w_1, \ldots, w_n, B, \gamma)$ mit $w_1, \ldots, w_n \in \{1, \ldots, B\}$, für die eine Verteilung der n Objekte auf die γ Kisten möglich ist.

Hausaufgabe 1.2 **(2 + 2 Punkte)**

In der Vorlesung „Turing-Maschinen I“ wurde auf den Folien 30–33 eine Turing-Maschine M mit den acht Zuständen $q_0, \ldots, q_6, \bar{q}$ für die Sprache $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ diskutiert. Wir konstruieren eine neue Turing-Maschine M', deren Definition mit der von M in allen Details übereinstimmt, mit der einzigen Ausnahme, dass wir in der Überführungsfunktion

$$\delta(q_5, 1) = (q_6, 1, R)$$

durch

$$\delta(q_5, 1) = \text{reject}$$

ersetzen.

(a) Geben Sie an, welche Sprache L' von der Turing-Maschine M' akzeptiert wird.

(b) Begründen Sie Ihre Behauptung.

Hausaufgabe 1.3 **(4 Punkte)**

Geben Sie eine textuelle Beschreibung des Verhaltens der folgenden Turingmaschine M an. Geben Sie zusätzlich die von M berechnete Funktion an.

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$$

δ	0	1	B
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	reject
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	(q_3, B, L)
q_2	$(q_2, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	(q_4, B, L)
q_3	reject	accept	reject
q_4	accept	reject	reject

Abgabe bis Mittwoch, den 31.10.2018 um 12:15 Uhr
im Sammelkasten am Lehrstuhl i1, in Ihrem Tutorium oder am Anfang der Globalübung.