Übungsblatt 2

Diskrete Strukturen, Prof. Dr. Gerhard Hiß, WS 2018/19

Für Matrikelnummer: 399191
Abgabezeitpunkt: Fr 26 Okt 2018 14:00:00 CEST
Dieses Blatt wurde erstellt: Mo 22 Okt 2018 21:30:13 CEST

Die Lösungen der ersten drei Aufgaben sind online abzugeben.

Sie können das Blatt bis zum Abgabeschluss beliebig oft aufrufen und die Lösungen für die Online-Aufgaben ergänzen oder ändern. Nach Abgabeschluss wird die zuletzt abgegebene Lösung ausgewertet und beim erneuten Aufrufen des Blattes angezeigt.

7	Gelten die folgenden Teilmengenbeziehungen?	
	$\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist durch 6 teilbar}\} \subseteq \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist durch 4 teilbar}\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x^2 + y^2 = 0\} \subseteq \{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid xy = 0\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist nicht durch 5 teilbar}\} \subseteq \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist nicht durch 10 teilbar}\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$	◯ Ja / ◯ Nein
8	Bestimmen Sie die Kardinalitäten der folgenden Mengen.	
	$\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 = 2\}$	________
	$\{x \in \mathbb{R} \mid \text{ für alle } y \in \mathbb{R} \text{ gilt } x = y^2\} \cap \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 5\}$	________
	$\{(x,y) \in \{1,2,3\} \times \{3,4,5\} \mid x - y \text{ ist gerade}\}$	________
	$\{z \mid \text{ es gibt ein } (x,y) \in \{1,2,3\} \times \{2,3,4,6\} \text{ mit } z = \frac{x}{y}\}$	________
	$\{(x,y) \in \{1,2,3\} \times \{2,3\} \mid xy \text{ ist gerade}\}$	________
9	Entscheiden Sie, ob die folgenden Teilmengen kartesischer Produkte als Abbildungen zwischen den angegebenen Mengen aufgefasst werden können.	
	$\{(x, -2x^2 + 3x + 2) \mid x \in \mathbb{N}\}$ von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{(2,4), (1,7), (3,7)\}$ von $\{1,2,3\}$ nach $\{2,4,6,7\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{(7,5), (5,3), (3,2)\}$ von $\{7,5,3,2\}$ nach $\{7,5,3,2\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{(3,3), (1,7), (1,4), (5,1)\}$ von $\{3,1,1,5\}$ nach $\{3,7,4,1\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{(y-3, y) \mid y \in \mathbb{Z}\}$ von $\mathbb{Z}$ nach $\mathbb{Z}$	◯ Ja / ◯ Nein
10	Umfrage zur Bearbeitungszeit.	
	Wieviele Stunden haben Sie für die Lösung dieses Übungsblattes aufgewendet? (Bitte auf ganze Stunden runden und nur diese ganze Zahl eintragen.) Diese Angabe ist freiwillig. Es gibt keine Punkte für die Beantwortung.	________

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen zu den schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben in das Ihrer Gruppennummer entsprechende Fach im Abgabekasten des Lehrstuhl D für Mathematik (Flur 2.OG im Hauptgebäude, neben der Mathematischen Bibliothek). Schreiben Sie auf jedes abgegebene Blatt deutlich Ihre Matrikelnummer, Ihren Namen und Ihre **Gruppennummer**. Ihre Gruppennummer finden Sie auf der Webseite unter dem Punkt *Ergebnisse abfragen* heraus.

11	Wir betrachten die folgenden Aussagen. **(a)** Unter natürlichen Zahlen m und n ist wenigstens eine gerade, falls mn gerade ist. **(b)** Die reelle Zahl $\sqrt{3}$ ist irrational. **(c)** Für jede ungerade natürliche Zahl n ist $n^2 - 1$ durch 8 teilbar. Zeigen Sie jeweils eine dieser Aussagen durch einen direkten Beweis beziehungsweise durch Kontraposition beziehungsweise durch einen Widerspruchsbeweis.
12	**(a)** Finden Sie geschlossene Formeln für die Summen $f(n) = \sum_{k=1}^{n}(2k-1)$ und $g(n) = \sum_{k=1}^{n} k^2$ und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion. **(b)** Sei $y \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl mit $y > -1$ und $y \neq 0$. Beweisen Sie, dass für $k \in \mathbb{N}$ mit $k > 1$ gilt: $(1+y)^k > 1 + ky$.

Abgabe bis spätestens Freitag, dem 26. Oktober 2018, 14 Uhr, sowohl am Abgabekasten als auch online.