EFFIZIENTE ALGORITHMEN

Übungsblatt 3

Prof. Dr. Gerhard Woeginger, PD Dr. Walter Unger, Prof. Dr. Rossmanith
Dennis Fischer
Lehrstuhl für Informatik 1
RWTH Aachen

WS 18/19
31. Oktober 2018
Abgabe: 8. November 18:00

- Die Übungsblätter sollen in Gruppen von 3-5 Studierenden abgegeben werden.
- Die abgegebenen Lösungen mit Namen und Matrikelnummern aller Teammitglieder und der Übungsgruppe beschriften.
- Um zur Klausur zugelassen zu werden müssen 50% aller möglichen Übungspunkte erreicht werden.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

In der Vorlesung wurde behauptet, dass man mit Hilfe der Lagrangeschen Interpolationsformel die Punkt-Wert-Darstellung $(x_0, y_0), \ldots, (x_{n-1}, y_{n-1})$ eines Polynoms $A(x)$ in $O(n^2)$ Zeit in die entsprechende Koeffizienten-Darstellung umrechnen kann.

Erklären Sie die Methode im Detail, und analysieren Sie ihre Laufzeit.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben sind zwei Boolesche Arrays $X[0 \ldots 10n]$ und $Y[0 \ldots 10n]$. In jedem der beiden Arrays sind genau n Einträge TRUE, während die restlichen $9n+1$ Einträge FALSE sind. Alle Einträge eines Integer Arrays $Z[0 \ldots 20n]$ werden zunächst mit 0 initialisiert. Betrachtete den folgenden Algorithmus:

Algorithmus 1: $BerechneZ(X, Y)$

for $i := 0$ **to** $10n$ **do**
  for $j := 0$ **to** $10n$ **do**
    if $X[i] \wedge Y[j]$ **then**
      $Z[i+j] := Z[i+j] + 1;$
    end
  end
end

Die angegebene Algorithmus hat quadratische Laufzeit $O(n^2)$. Zeigen Sie, wie man die Eintrage von Z in $o(n^2)$ Zeit berechnen kann.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers von zwei positiven ganzen Zahlen x und y in Dezimaldarstellung:

Algorithmus 2: $ggT(x, y)$

if $x = y$ **then**
  return *"Der ggT ist x"*;
end
if $x < y$ **then**
  return *ggT(x, y - x)*;
end
if $x > y$ **then**
  return *ggT(x - y, y)*;
end

(a) Beweisen Sie, dass dieser Algorithmus terminiert und tatsächlich den größten gemeinsamen Teiler von x und y ausgibt.

(b) Beweisen oder widerlegen Sie: Dieser Algorithmus hat polynomielle Laufzeit.

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Bestimmen Sie

(a) alle Carmichael Zahlen der Form pq mit Primzahlen $p \neq q$;

(b) alle Carmichael Zahlen der Form $3pq$ mit Primzahlen $p \neq q$.

Abgabefrist: Die Lösungen müssen bis zum **8. November 18:00** in der Vorlesung oder im Abgabekasten vor dem Lehrstuhl i1 abgegeben werden.