

# Übung zur Vorlesung

## BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

### Blatt 4

---

#### Tutoriumsaufgabe 4.1

Sei

$$L := \{w_i \mid i \in \mathbb{N}, M_i \text{ verwirft } w_i\}.$$

Zeigen Sie durch Diagonalisierung, dass  $L$  nicht entscheidbar ist.

#### Tutoriumsaufgabe 4.2

Formulieren Sie folgende Probleme als Sprache (z.B.  $H := \{\langle M \rangle w \mid M \text{ terminiert bei Eingabe } w\}$  für das Halteproblem). Zeigen oder widerlegen Sie, welche der folgende Probleme entscheidbar sind. (Zeigen Sie insbesondere die Korrektheit.)

(a) Eingabe: Eine TM  $M$ ; ein Wort  $w$ ; ein Zustand  $q$ .

Frage: Erreicht  $M$  jemals den Zustand  $q$ , wenn  $M$  auf dem Eingabewort  $w$  gestartet wird?

(b) Eingabe: Eine TM  $M$ .

Frage: Stoppt  $M$  auf keiner Eingabe?

(c) Eingabe: Eine TM  $M$ ; ein Wort  $w$ .

Frage: Bewegt  $M$  jemals den Kopf einen Schritt nach links, wenn  $M$  auf dem Eingabewort  $w$  gestartet wird?

#### Tutoriumsaufgabe 4.3

Zeigen oder widerlegen Sie, welche der folgende Probleme entscheidbar sind. (Zeigen Sie insbesondere die Korrektheit.)

(a)  $H_{\leq 97} = \{\langle M \rangle w \mid M \text{ hält auf Eingabe } w \text{ und zwar nach höchstens 97 Schritten}\}$

(b)  $H_{> 97} = \{\langle M \rangle w \mid M \text{ hält auf Eingabe } w \text{ und zwar nach mehr als 97 Schritten}\}$

### Hausaufgabe 4.1

(3 Punkte)

Sei

$$L := \{1^i \mid i \in \mathbb{N}, M_i \text{ akzeptiert } 1^i \text{ nicht}\}.$$

Zeigen Sie durch Diagonalisierung, dass  $L$  nicht entscheidbar ist.

### Hausaufgabe 4.2

(3+2 Punkte)

Formulieren Sie folgende Probleme als Sprache (z.B.  $H := \{\langle M \rangle w \mid M \text{ terminiert bei Eingabe } w\}$  für das Halteproblem). Zeigen oder widerlegen Sie, welche der folgende Probleme entscheidbar sind. (Zeigen Sie insbesondere die Korrektheit.)

- (a) Eingabe: Eine TM  $M$  und ein Wort  $w$ .

Frage: Schreibt die TM  $M$  bei Eingabe  $w$  jemals ein  $\#$  auf das Band?

- (b) Eingabe: Eine TM  $M$ .

Frage: Schreibt  $M$  jemals einen Buchstaben  $a \in \Gamma$  mit  $a \neq B$  aufs Band, wenn  $M$  mit dem leeren Eingabewort gestartet wird?

### Hausaufgabe 4.3

(3+3 Punkte)

Für  $\gamma \in \Gamma^*$  mit  $\gamma = \gamma_1 \dots \gamma_n$  sei  $\|\gamma\|$  der maximale Differenz von Positionen  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  mit  $\gamma_i \neq B$  und  $\gamma_j \neq B$  (z.B. gilt  $\|BabcB\| = \|abc\| = 2$ ).

- (a) Zeigen Sie, dass folgendes Problem entscheidbar ist: (Zeigen Sie insbesondere die Korrektheit.)

Eingabe: Eine TM  $M$ ; ein Wort  $w$ ; eine natürliche Zahl  $k$ .

Frage: Falls die TM  $M$  auf dem Eingabewort  $w$  gestartet wird, erreicht  $M$  dann jemals eine Konfiguration  $\alpha q \beta$  mit  $\|\alpha \beta\| \geq k$ ?

- (b) Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist. (Zeigen Sie insbesondere die Korrektheit.)

Eingabe: Eine TM  $M$ ; ein Wort  $w$ .

Frage: Gibt es eine Zahl  $k$  mit folgender Eigenschaft: Falls die TM  $M$  auf dem Eingabewort  $w$  gestartet wird, so erreicht  $M$  nie eine Konfiguration  $\alpha q \beta$  mit  $\|\alpha \beta\| \geq k$ ?