Übungsblatt 5

Diskrete Strukturen, Prof. Dr. Gerhard Hiß, WS 2018/19

Für Matrikelnummer: 399191
Abgabezeitpunkt: Fr 23 Nov 2018 14:00:00 CET
Dieses Blatt wurde erstellt: Sa 17 Nov 2018 11:18:17 CET

Die Lösungen der ersten zwei Aufgaben sind online abzugeben.		
25	Gelten die folgenden Aussagen für alle Abbildungen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$ und $g : \mathbb{Q} \to \{1,2,3\}$?	
	$f^{-1}(\mathbb{Z}) \neq \mathbb{Z}$.	◯ Ja / ◯ Nein
	$f(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}$.	◯ Ja / ◯ Nein
	Ist keine Faser von g leer, so ist g injektiv.	◯ Ja / ◯ Nein
	$g(\mathbb{Q}) \neq \emptyset$.	◯ Ja / ◯ Nein
	g ist nicht injektiv.	◯ Ja / ◯ Nein
26	Es sei eine Menge M gegeben. Sind die folgenden Aussagen stets wahr?	
	Für $(x_1,x_2),(y_1,y_2) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ gelte genau dann $(x_1,x_2)\ o\ (y_1,y_2)$, wenn $x_1+x_2 < y_1+y_2$ oder wenn $x_1+x_2 = y_1+y_2$ und $x_1 \leq y_1$ ist. Dann ist o eine Totalordnung auf $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$.	◯ Ja / ◯ Nein
	Wenn es genau ein maximales Element bezüglich einer Ordnung o auf M gibt, dann ist dieses Element auch ein größtes Element bezüglich o.	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Gleichheitsrelation $=$ ist keine Ordnung auf $\mathrm{Pot}(M)$.	◯ Ja / ◯ Nein
	Für $(x_1,x_2),(y_1,y_2) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ gelte genau dann $(x_1,x_2)\ o\ (y_1,y_2)$, wenn $x_2 < y_2$ oder wenn $x_2 = y_2$ und $x_1 \leq y_1$ ist. Dann ist o eine Totalordnung auf $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$.	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Teilmengenrelation $\subseteq$ ist keine Totalordnung auf $\mathrm{Pot}(M)$.	◯ Ja / ◯ Nein
27	Umfrage zur Bearbeitungszeit.	
	Wieviele Stunden haben Sie für die Lösung dieses Übungsblattes aufgewendet? (Bitte auf ganze Stunden runden und nur diese ganze Zahl eintragen.) Diese Angabe ist freiwillig. Es gibt keine Punkte für die Beantwortung.	____________
Bitte werfen Sie Ihre Lösungen zu den schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben in das Ihrer Gruppennummer entsprechende Fach im Abgabekasten des Lehrstuhl D für Mathematik (Flur 2.OG im Hauptgebäude, neben der Mathematischen Bibliothek).		
Denken Sie daran, dass Sie bei den schriftlichen Aufgaben Ihre Aussagen auch immer begründen.		
28	Sei M eine geordnete Menge (wir schreiben die Relation als $\leq$). **(a)** Sei zunächst M endlich. Zeigen Sie, dass es für jedes $y \in M$ ein minimales $x \in M$ mit $x \leq y$ gibt. **(b)** Sei M endlich und sei $x \in M$ das einzige minimale Element. Ist x dann kleinstes Element von M? **(c)** Sei nun M beliebig und $x \in M$ das einzige minimale Element. Ist x dann kleinstes Element von M?	

29	Seien M, N Mengen und $f: M \to N$ eine Abbildung. Weiter sei $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf N. Wir definieren eine Relation $\sim_f$ auf M dadurch, dass für alle $x, y \in M$ gilt $$x \sim_f y :\Leftrightarrow f(x) \sim f(y).$$ **(a)** Zeigen Sie, dass $\sim_f$ eine Äquivalenzrelation auf M ist. Sei M eine Menge und seien $\sim_1$ und $\sim_2$ Äquivalenzrelationen auf M. Wir definieren eine Relation $\sim$ auf M, so dass für alle $x, y \in M$ gilt $$x \sim y :\Leftrightarrow (x \sim_1 y \text{ und } x \sim_2 y).$$ **(b)** Zeigen Sie, dass $\sim$ auch eine Äquivalenzrelation von M ist. **(c)** Beschreiben Sie die Quotientenmenge $M/\sim$ mit Hilfe der Quotientenmengen $M/\sim_1$ und $M/\sim_2$. **(d)** Sei $\kappa: M \to M/\sim$ die Quotientenabbildung von $\sim$ und κ_1, κ_2 die Quotientenabbildungen von $\sim_1$ beziehungsweise $\sim_2$. Beschreiben Sie Abbildungen $\sigma_1 : M/\sim \to M/\sim_1$ und $\sigma_2 : M/\sim \to M/\sim_2$, so dass gilt: $\kappa_1 = \sigma_1 \circ \kappa$ und $\kappa_2 = \sigma_2 \circ \kappa$.

Abgabe bis spätestens Freitag, dem 23. November 2018, 14 Uhr, sowohl am Abgabekasten als auch online.