



Technische Universität Ilmenau  
Institut für Mathematik  
Fachgebiet Kombinatorik/Graphentheorie

## ABSCHLUSSARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades B. Sc.

---

# EINE MATHEMATISCHE ANALYSE DES KICKELHAHNTURMES

---

vorgelegt dem Institut für Mathematik  
der Technischen Universität Ilmenau von

JOE MAMA

betreut von

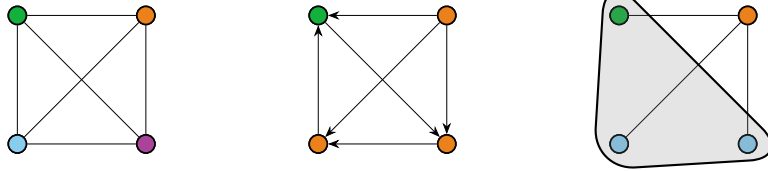
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Charles Xavier

22. April 2021

# ZUSAMMENFASSUNG

---

Zu jeder anständigen Arbeit gehört eine deutsche und englische Zusammenfassung! Außerdem freut sich der gebildete Leser immer über hübsche Bildchen.

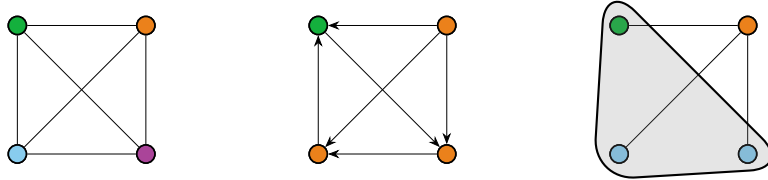


*Färbungen eines Graphen, gerichteten Graphen, und eines Hypergraphen.*

# ABSTRACT

---

And now in english please.



*Colorings of a graph, a digraph, and a hypergraph.*

# EIGENSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG

---

Hiermit versichere ich, dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Die Arbeit wurde bisher keiner Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ilmenau, 22. April 2021

# INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>Einleitung: Worum geht's und warum sollte mich das interessieren?</b>	<b>1</b>
<b>I. Meine Arbeit ist so fundamental, dass sie sogar aus zwei Teilen besteht!</b>	<b>3</b>
<b>1. Grundlagen: Graphen</b>	<b>4</b>
1.1. Terminologie . . . . .	4
1.2. Aufbau der folgenden Kapitel . . . . .	4
<b>II. Wie versprochen: Ein superber zweiter Teil!</b>	<b>6</b>
<b>2. Grundlagen: Digraphen</b>	<b>7</b>
2.1. Terminologie gerichteter Graphen . . . . .	7
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>8</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>9</b>

# Einleitung

---

## WORUM GEHT'S UND WARUM SOLLTE MICH DAS INTERESSIEREN?

---

Willkommen zu meiner neuen Abschlussarbeit. Wer möchte, kann jetzt bis zum Symbolverzeichnis vorspulen.

Look at the very nice Kopfzeile!

# Teil I

---

MEINE ARBEIT IST SO FUNDAMENTAL,  
DASS SIE SOGAR AUS ZWEI TEILEN  
BESTEHT!

---



# Kapitel 1

---

## GRUNDLAGEN: GRAPHEN

---

### 1.1. Terminologie

As usual,  $\mathbb{N}$  denotes the set of positive integers and  $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$  is the set of non-negative integers. For  $k, \ell \in \mathbb{N}_0$  let  $[k, \ell] = \{h \in \mathbb{N}_0 \mid k \leq h \leq \ell\}$ . Given a set  $V$ , we denote the **cardinality** of  $V$  by  $|V|$  and the **power set** of  $V$  by  $2^V$ . The empty set is denoted by  $\emptyset$ .

### 1.2. Aufbau der folgenden Kapitel

In Chapter blabla we will do blablubb. Then, ...

... und noch eine Überraschungsseite :)

## Teil II

---

WIE VERSPROCHEN: EIN SUPERBER  
ZWEITER TEIL!

---

# Kapitel 2

---

## GRUNDLAGEN: DIGRAPHEN

---

### 2.1. Terminologie gerichteter Graphen

The digraph terminology used in this thesis is mostly based on the book of BANG-JENSEN and GUTIN [2]. A digraph  $D = (V(D), A(D))$  consists of a finite set  $V(D)$  of so called **vertices** and a finite set  $A(D)$  of ordered pairs of distinct vertices of  $D$ , so called **arcs** of the digraph  $D$ .

At this point, we would like to cite the following material, which—with certainty—is very enjoyable to read: [1, 3, 3, 4, 6, 5, 7]

# LITERATURVERZEICHNIS

---

- [1] BANG-JENSEN, J., BELLITTO, T., SCHWESER, T. und STIEBITZ, M.: Hajós and Ore constructions for digraphs. *Electron. J. Combin.* **27** (2020), #P1.63 (siehe S. 7).
- [2] BANG-JENSEN, J. und GUTIN, G. Z.: Digraphs: Theory, Algorithms and Applications (Second Edition). Springer, 2009 (siehe S. 7).
- [3] BORODIN, O. V.: Criterion of chromaticity of a degree prescription (in Russian). In: Abstracts of IV All-Union Conf. on Theoretical Cybernetics (Novosibirsk). 1977, 127–128 (siehe S. 7).
- [4] DIRAC, G. A.: On the Colouring of Graphs. Diss. University of London, 1951 (siehe S. 7).
- [5] SCHWESER, T., STEHLÍK, M. und STIEBITZ, M.: Critical digraphs with few arcs and few vertices. work in progress (siehe S. 7).
- [6] SCHWESER, T., STIEBITZ, M. und TOFT, B.: Coloring hypergraphs of low connectivity. 2018. arXiv: 1806.08567 (siehe S. 7).
- [7] STIEBITZ, M. und TOFT, B.: Brooks’s Theorem. In: *Topics in Chromatic Graph Theory*. Edited by L. W. Beineke and R. J. Wilson, with Academic Consultant B. Toft. Cambridge University Press, 2015, 36–55 (siehe S. 7).

# SYMBOLVERZEICHNIS

---

Die Zahl am Ende jeder Zeile verweist auf die Seite, auf der das Symbol definiert wurde. The Symbole sind weitestgehend möglich nach inhaltlichen Überschneidungen sortiert.

## Basic Terminology

$\mathbb{N}$  set of positive integers, [4](#)

$\mathbb{N}_0$  set of non-negative integers, [4](#)

$[k, \ell]$  all  $h \in \mathbb{N}_0$  with  $k \leq h \leq \ell$ , [4](#)

$\emptyset$  empty set, [4](#)

$2^V$  power set of  $V$ , [4](#)

$|V|$  cardinality of the set  $V$ , [4](#)

## More Fancy Terminology

$D, D', \tilde{D}$  digraphs, [7](#)

$V(D)$  vertex set of a digraph  $D$ , [7](#)

$A(D)$  arc set of a digraph  $D$ , [7](#)