

tf2zpk

$$H(z) = K \frac{\prod_{m=1}^M (1 - c_m z^{-1})}{\prod_{n=1}^N (1 - d_n z^{-1})}$$

formu ZPK-negative formu olarak adlandırılır: Zero-Pole-K (gain).

Bu form sistemin kutuplarını ve sıfırlarını görmek için ideal bir formdur. Ancak, M=N olmadığı durumlarda bu form yerine aşağıdaki ZPK-positive formu tercih edilmelidir:

$$H(z) = K \frac{\prod_{m=1}^M (z - c_m)}{\prod_{n=1}^N (z - d_n)}$$

ZPK form yerine bazen TF formu (Transfer Function) olarak adlandırılan aşağıdaki TF-positive form kullanılır:

$$H(z) = \frac{b_0 z^M + b_1 z^{(M-1)} + \dots + b_M}{a_0 z^N + a_1 z^{(N-1)} + \dots + a_N}$$

Bu form z'nin pozitif kuvvetlerinden oluşur ve genellikle kontrol mühendisliği alanında kullanılır. Sayısal işaret işleme alanında ise aşağıda gösterilen z'nin negatif kuvvetlerinden oluşan TF-negative formun kullanımı daha yaygındır.:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}$$

M=N olmadığı durumlarda ZPK eğer z'nin pozitif kuvvetleri formu olarak verilmediyse öncelikle ZPK-positive formuna dönüştürülmelidir. Bu sayede, sistemin sıfırları ve kutupları doğru şekilde tespit edilebilecektir.

tf2zpk fonksiyonu, TF formundan ZPK formuna dönüştürmek içindir. Bu sayede sistemin sıfırları ve kutupları rahatlıkla tespit edilebilir.

In [1]: `# Öncelikle gerekli kütüphaneleri yükleyiniz`

```
import numpy as np
import scipy.signal as sgnl
```

Örnek-1

Aşağıda verilen transfer fonksiyonu ZPK formuna dönüştürülecektir. TF-negatif olarak verilen form ilk olarak TF-positive'e çevirilir:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{5z^{-1} + 5z^{-2} + 1.25z^{-3}}{1 - \frac{7}{12}z^{-1} + \frac{1}{12}z^{-2}} \\ &= \frac{5z^2 + 5z + 1.25}{z^3 - \frac{7}{12}z^2 + \frac{1}{12}z} \end{aligned}$$

a ve b vektörlerini bu bilgiler ışığında elde edelim:

```
In [2]: b = np.array([5, 5, 1.25])
a = np.array([1, -7.0/12, 1.0/12, 0])
z, p, k = sgnl.tf2zpk(b, a)
print("sıfırlar, z:", z)
print("kutuplar, p:", p)
print("kazanc, k:", k)
```

```
sıfırlar, z: [-0.5 -0.5]
kutuplar, p: [0.33333333 0.25      0.        ]
kazanc, k: 5.0
```

tf2zpk fonksiyonunun ürettiği z vektörü sıfırları, p vektörü kutuları, k ise kazancı verecektir. Bu bilgiler ışığında aşağıda kırmızı ile gösterilen ZPK-positive formunu doğrudan üretebilirsiniz.

$$H(z) = 5 \frac{(z + 0.5)(z + 0.5)}{z(z - \frac{1}{3})(z - \frac{1}{4})}$$

Bu aşamadan sonra el ile ZPK-negative formu üretilebilir.

Örnek-2

Aşağıda verilen transfer fonksiyonu ZPK formuna dönüştürülecektir. TF-negatif olarak verilen form ilk olarak TF-positive'e çevirilir:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{5z^{-1}}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \\ &= \frac{5}{z - \frac{1}{3}} \end{aligned}$$

a ve b vektörlerini bu bilgiler ışığında elde edelim:

```
In [3]: b = np.array([5])
a = np.array([1, -1.0/3])
z, p, k = sgnl.tf2zpk(b, a)
print("sıfırlar, z:", z)
print("kutuplar, p:", p)
print("kazanc, k:", k)
```

```
sıfırlar, z: []
kutuplar, p: [0.33333333]
kazanc, k: 5.0
```

tf2zpk fonksiyonunun ürettiği z vektörü sıfırları, p vektörü kutuları, k ise kazancı verecektir. Bu bilgiler ışığında aşağıda gösterilen sonucu doğrudan üretebilirsiniz.

$$\begin{aligned} H(z) &= 5 \frac{1}{(z - \frac{1}{3})} \\ &= 5 \frac{z^{-1}}{(1 - \frac{1}{3}z^{-1})} \end{aligned}$$

Örnek-3

$$H(z) = \frac{5}{z^2 - \frac{1}{3}z}$$

```
In [4]: b = np.array([5])
a = np.array([1, -1.0/3, 0])
z, p, k = sgnl.tf2zpk(b, a)
print("sıfırlar, z:", z)
print("kutuplar, p:", p)
print("kazanc, k:", k)
```

```
sıfırlar, z: []
kutuplar, p: [0.33333333 0.          ]
kazanc, k: 5.0
```

zpk2tf fonksiyonunun ürettiği a ve b vektörlerinden yola çıkarak $H(z)$ 'yi üretilim:

$$H(z) = 5 \frac{1}{z(z - \frac{1}{3})}$$

Örnek-4

$$H(z) = \frac{5z - \frac{5}{2}}{z^3 - \frac{1}{3}z^2}$$

Burada bir sıfır ve üç tane kutup mevcuttur. z ve p vektörlerini bu bilgiler ışığında elde edelim:

```
In [5]: b = np.array([5, -5/2])
a = np.array([1, -1/3, 0, 0])
z, p, k = sgnl.tf2zpk(b, a)
print("sıfırlar, z:", z)
print("kutuplar, p:", p)
print("kazanc, k:", k)
```

```
sıfırlar, z: [0.5]
kutuplar, p: [0.33333333 0.          0.          ]
kazanc, k: 5.0
```

zpk2tf fonksiyonunun ürettiği a ve b vektörlerinden yola çıkarak $H(z)$ 'yi üretilim:

$$H(z) = 5 \frac{(z - \frac{1}{2})}{z^2(z - \frac{1}{3})}$$

Örnek-5

$$X(z) = \frac{5z^2 - \frac{5}{2}z}{z^2 - \frac{10}{21}z + \frac{1}{21}}$$

```
In [6]: b = np.array([5, -5/2, 0])
a = np.array([1, -10/21, 1/21])
z, p, k = sgnl.tf2zpk(b, a)
print("sıfırlar, z:", z)
print("kutuplar, p:", p)
print("kazanc, k:", k)
```

```
sıfırlar, z: [0.5 0. ]
kutuplar, p: [0.33333333 0.14285714]
kazanc, k: 5.0
```

zpk2tf fonksiyonunun ürettiği a ve b vektörlerinden yola çıkarak $H(z)$ 'yi üretelim:

$$H(z) = 5 \frac{z(z - \frac{1}{2})}{(z - \frac{1}{3})(z - \frac{1}{7})}$$