

KEE/ZETP - ZÁKLADY ELEKTROTEPELNÝCH PROCESŮ

Fyzikální principy přeměny elektrické energie v užitečné teplo

- Energetická náročnost výroby tepla

$$F_g = m \cdot g = 427 \cdot 9,81 = 4\,189$$

$$[\text{N}; \text{kg}, \text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

$$W = F_g \cdot d = 4\,189 \cdot 1$$

$$[\text{J}; \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}]$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

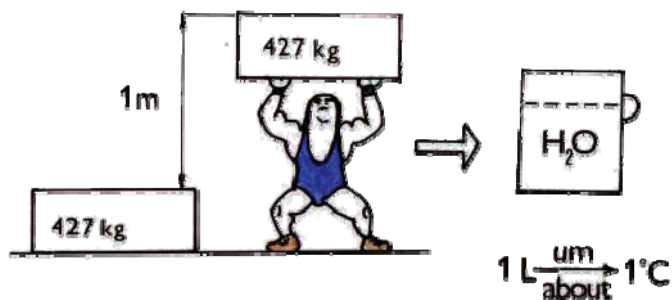
$$[\text{J}; \text{kg}, \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \text{K}]$$

$$4\,189 = 1 \cdot 4\,180 \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 4\,189 / (1 \cdot 4\,180)$$

$$\Delta T = 1\,^{\circ}\text{C}$$

$$\text{J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \text{ (též } \text{N} \cdot \text{m})$$



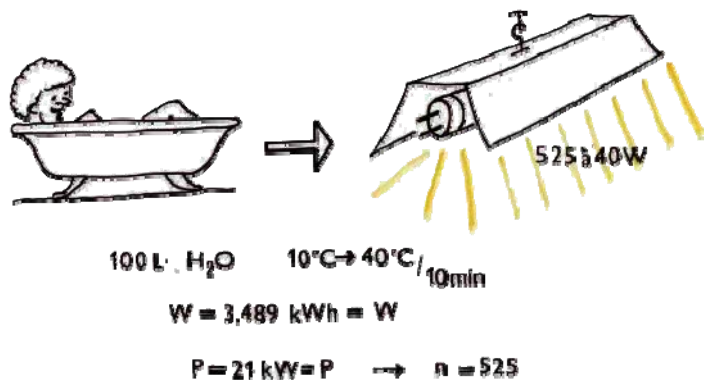
- Energetická náročnost výroby tepla ergometr



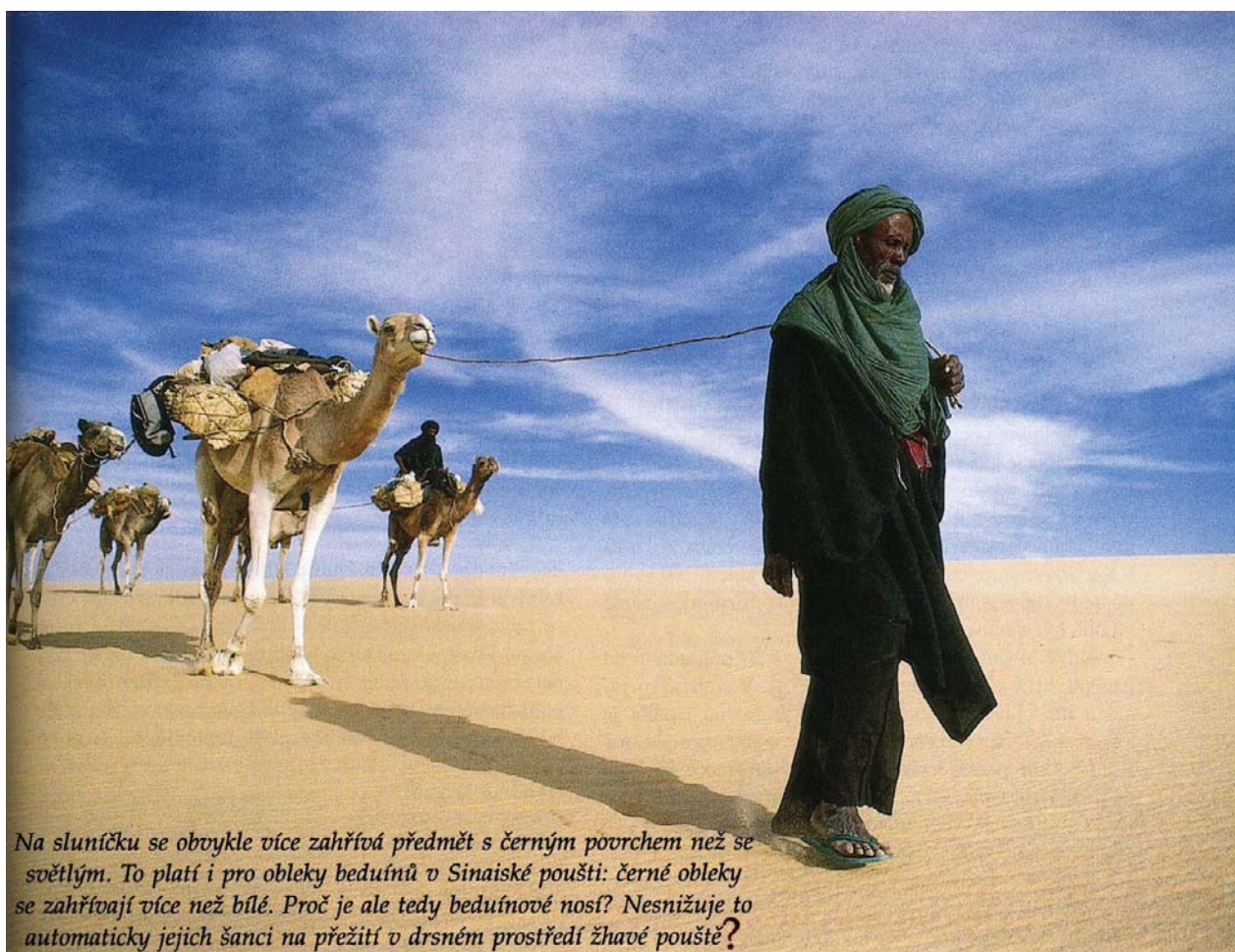
Jaké množství vody dokáže šlapáním na ergometru ohřát Homer S. z 10 °C na 100 °C, pokud bude usilovně šlapat 4 min. při zátěži 200W?

$$\begin{aligned} W &= 4 \cdot 60 \cdot 200 = 48\,000 \text{ J} \\ 48\,000 &= m \cdot 4\,180 \cdot 90 \\ m &= 48\,000 / (4\,180 \cdot 90) \\ m &= 0,128 \text{ kg} = 0,128 \text{ l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta T \\ Q &= 100 \cdot 4\,180 \cdot 30 = \\ &12,54 \text{ MJ} \\ Q &= 12,54 \text{ MJ} = 12,54 \\ &\text{MWs} = 3,48 \text{ kWh} \\ P &= Q / t = 20,9 \text{ kW} \\ n &= 20\,900 / 40 = \mathbf{525} \end{aligned}$$

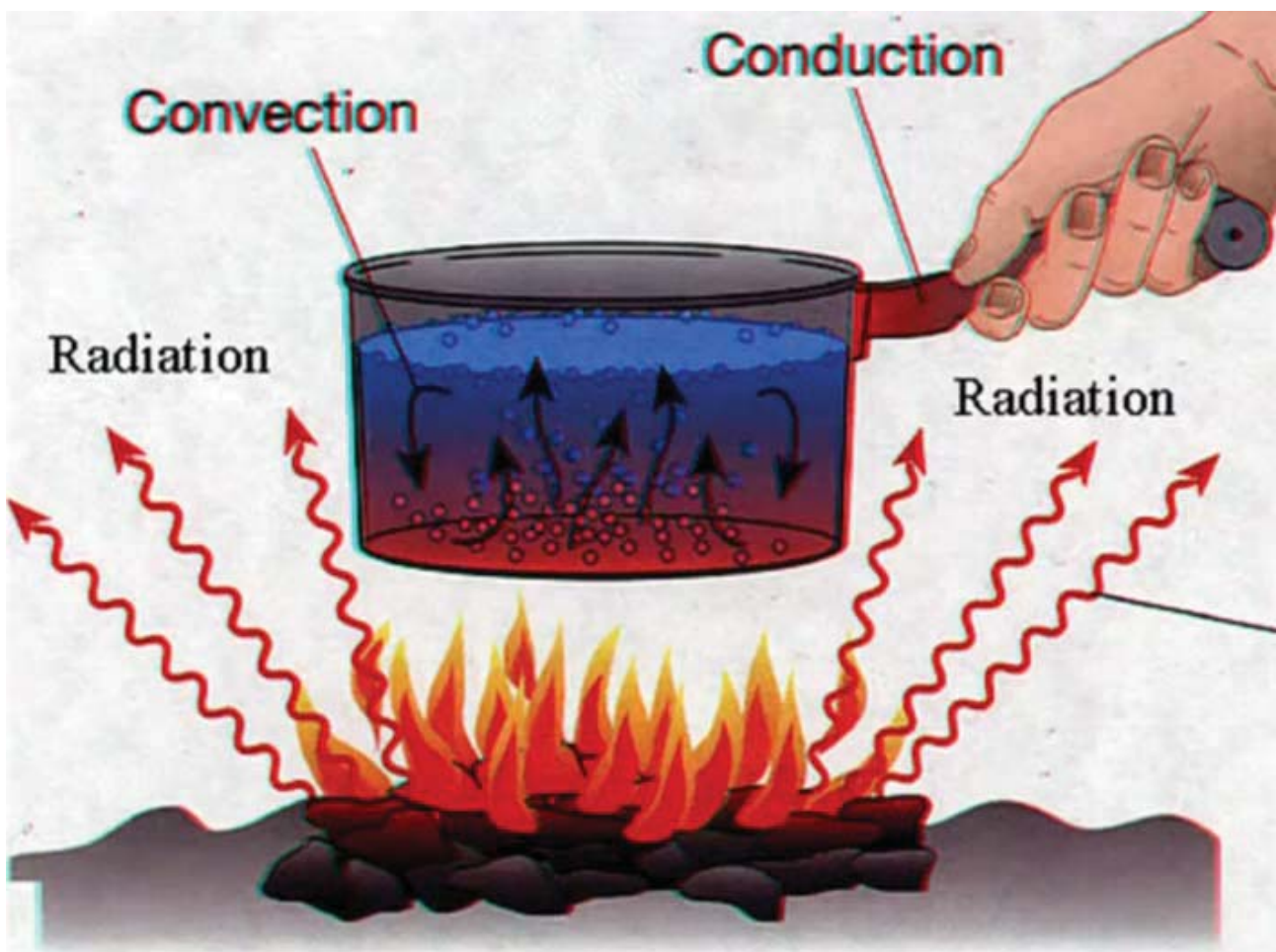


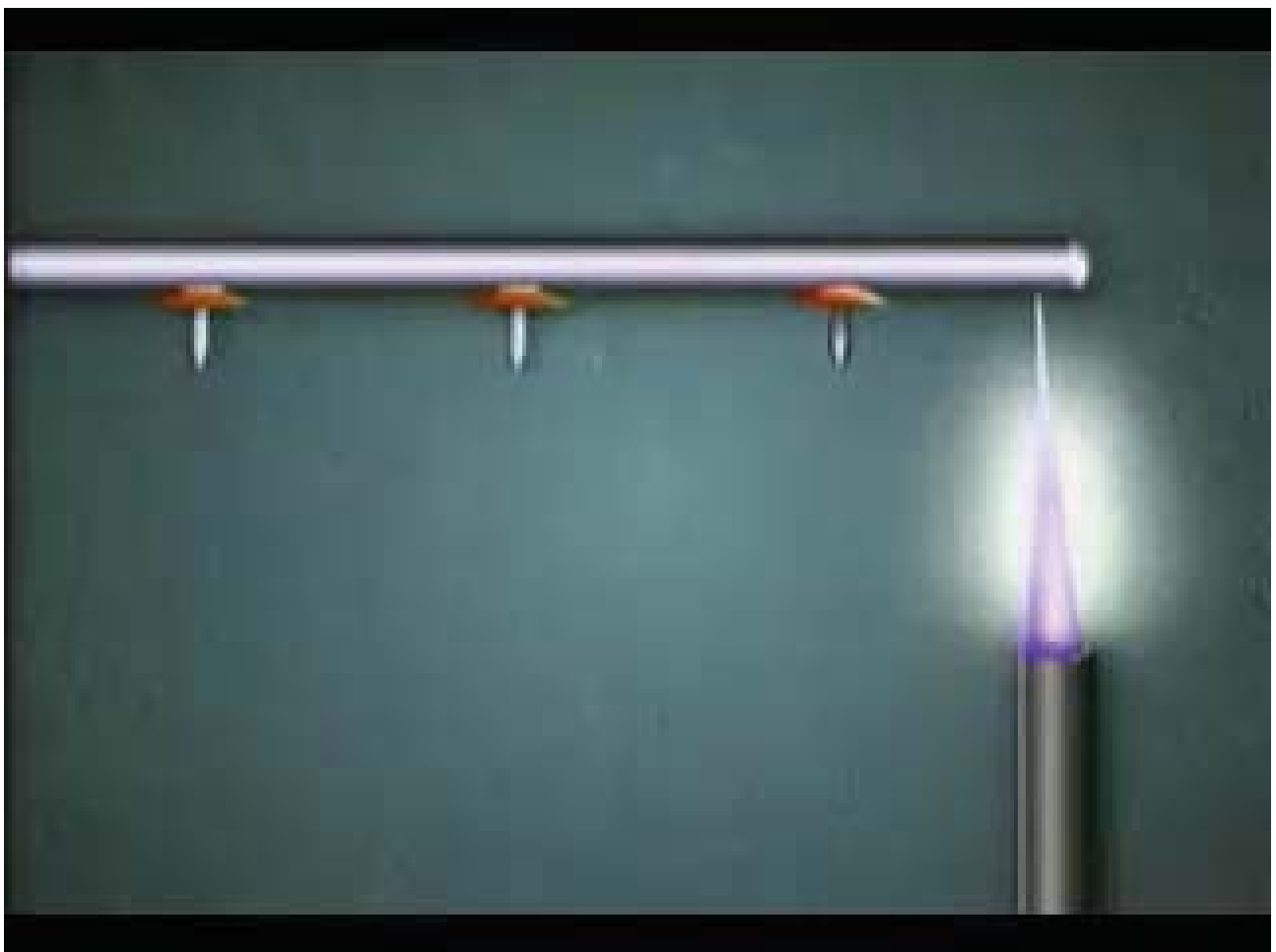
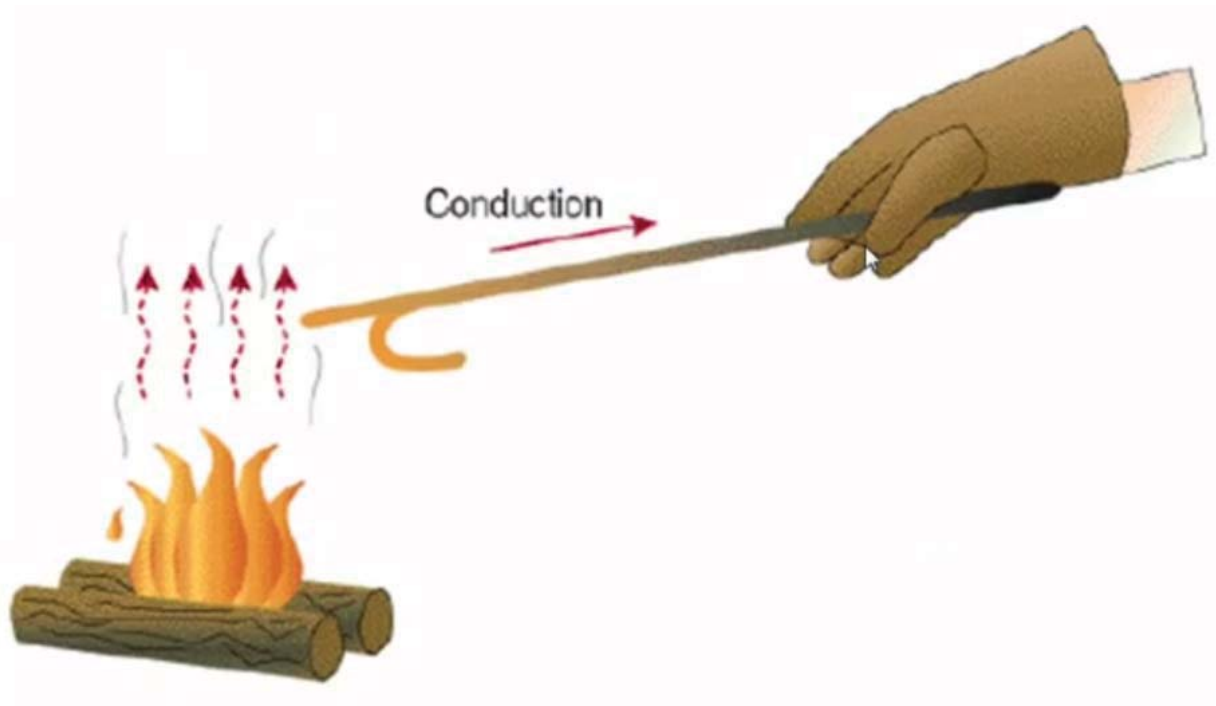
2. Fyzikální zákony šíření tepla vedení, proudění, sálání



Na sluníčku se obvykle více zahřívá předmět s černým povrchem než se světlým. To platí i pro obleky beduínů v Sinaiské poušti: černé obleky se zahřívají více než bílé. Proč je ale tedy beduínové nosí? Nesnižuje to automaticky jejich šanci na přežití v drsném prostředí žhavé pouště?

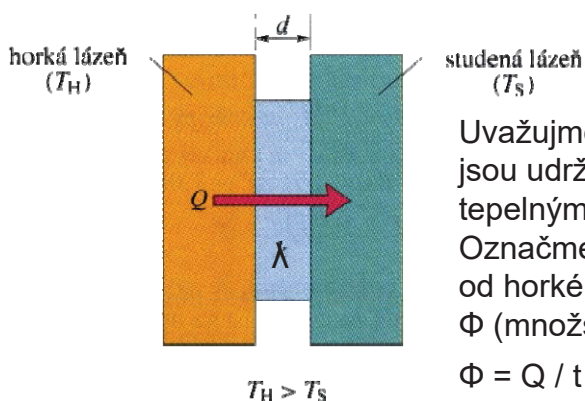
- Již jsme se zabývali přenosem tepla mezi systémem a jeho okolím. Nyní se budeme věnovat tomu, jak takový přenos probíhá.
- Jsou tři mechanizmy přenosu z tělesa teplejšího na těleso studenější:
 1. **Vedením (kondukcí)** – zpravidla v tělesech tuhých
 2. **Prouděním (konvekci)** – v prostředí kapalném nebo plynném
 3. **Sáláním, zářením (radiací)**
- Teplotní vodivost a [m^2/s], $a = \lambda / (\rho \cdot c)$
- V praxi se uvedené přenosy tepla zřídka objevují odděleně
- Při konkrétních řešeních můžeme uvažovat s každým způsobem šíření odděleně a celková přenesená energie je pak rovna součtu energií přenášených jednotlivými způsoby





Šíření tepla vedením

- Ponecháte-li pohrabáč v ohni delší dobu, bude i jeho držadlo horké. Energie se přenáší z ohně do držadla vedením podél celého pohrabáče. Amplitudy kmitů atomů a elektronů tvořících kov výrazně vzrostou v ohni díky vysoké teplotě okolí. Nárůst amplitud kmitání a s ním spojená energie se šíří podél pohrabáče o atomu k atomu prostřednictvím srážek sousedních atomů. Touto cestou se oblast zvýšené teploty rozšiřuje po pohrabáči až k držadlu.



Uvažujme desku o průřezu S a tloušťce d , jejíž stěny jsou udržovány na nepříliš odlišných teplotách T_H a T_S tepelnými lázněmi (horkou a studenou) dle obrázku. Označme Q teplo, které je přeneseno deskou za dobu t od horké ke studené. Pokus nám ukáže, že tepelný tok Φ (množství tepla za jednotku času) je dán vztahem

$$\Phi = Q / t = \lambda * S * (T_H - T_S) / d$$

kde veličina λ , nazývaná součinitel tepelné vodivosti, je Konstanta charakteristická pro materiál desky. Dobrý vodič tepla má vysokou hodnotu λ a naopak.

Tepelný odpor R

- Máte-li zájem udržet si v domě teplo nebo na výletě pivo dobře vychlazené, budou vás více zajímat materiály se špatnou vodivostí než s dobrou. Proto byla do inženýrské praxe koncepte tepelného odporu R . Tepelný odpor desky o tloušťce d je definován jako

$$R = d / \lambda$$

- Čím nižší je tedy tepelná vodivost materiálu desky, tím větší je její tepelný odpor. Všimněte si, že R je veličina typická pro desku určité tloušťky, nikoliv pro materiál.

Kombinací:

$$\Phi = Q / t = \lambda * S * (T_H - T_S) / d$$

s

$$R = d / \lambda$$

získáme

$$\Phi = S * (T_H - T_S) / R$$

λ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$		λ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Kovy		Stavební materiály	
Nerez ocel	14	Molitan	0,024
Olovo	35	Čedičová vlna	0,043
Hliník	235	Skelná vata	0,048
Měď	401	Dřevo (borovice)	0,11
Stříbro	428	Okenní sklo	1,0
Plyny			
Suchý vzduch	0,026		
Helium	0,15		
Vodík	0,18		

^a Tepelné vodivosti závisejí mírně na teplotě. Uvedené hodnoty platí pro pokojovou teplotu.

Šíření tepla vedením

- Proces šíření tepla vedením je velmi složitý a nelze jej v obecném případě zvládnout matematicky
- Budeme vyšetřovat jen některé jednodušší případy důležité při výpočtech elektrotepelných zařízení, a to za použití zjednodušujících předpokladů
- Šíření tepla budeme vyšetřovat ve **stejnorodém (izotropním) prostředí** (má stejné fyzikální vlastnosti ve všech směrech)
- Tepelný stav takového prostředí je určen **teplotním polem**, tj. množinou okamžitých teplot všech bodů zkoumané části prostoru
- Teplotní pole je **spojité (nepřetržité)**, tzn. dvěma nekonečně blízkým bodům přísluší i nekonečně malý rozdíl teplot
- Teplotní pole je pole skalární a v nejobecnějším případě je dáno tímto výrazem pro trojrozměrné neustálené teplotní pole (ϑ je teplota uvažovaného bodu, x, y, z jsou souřadnice bodu a $t(s)$ je časová souřadnice)

$$\vartheta = f(x; y; z; t) \quad (1.1)$$

- Ustálené pole je zvláštním případem obecného pole, kdy teplota jednotlivých bodů se nemění v čase:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

- Obecný výraz pro stacionární pole tedy je:

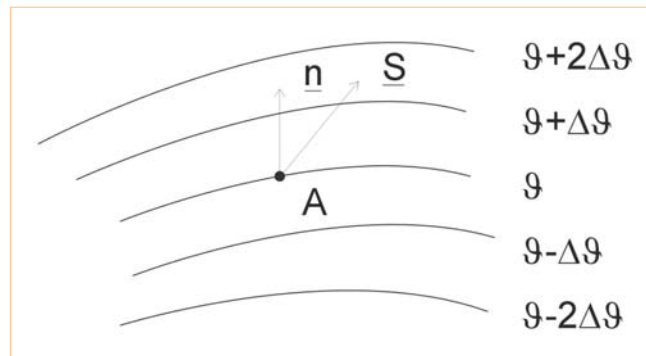
$$\vartheta = f(x; y; z) \quad (1.3)$$

- Uvažujeme-li zvláštní případ šíření tepla rovnou stěnou (teoreticky nekonečných rozměrů), která odděluje dvě prostředí o teplotách ϑ_1 a ϑ_2 , potom tepelný tok postupuje pouze v jednom směru kolmém k rozhraní a předchozí rovnice pro neustálený stav bude mít tvar:

$$\vartheta = f(x; t) \quad \dots\dots\dots \text{neustálený stav}$$

$$\vartheta = f(x) \quad \dots\dots\dots \text{ustálený stav}$$

- Plochy zahrnující body stejné teploty jsou **isotermické plochy**
 - Při prostupu tepla rovnou stěnou jsou isotermické plochy roviny rovnoběžné s rozhraním
 - Při prostupu tepelného toku válcovou stěnou jsou isotermické plochy souosé válce, u stěny kulové soustředné koule
- **Isotermie** jsou křivky spojující body téže teploty
 - Na Obr. 1.1 vidíme isotermie, které se od sebe navzájem liší rozdílem teplot $\Delta\vartheta$



Obr. 1.1

- Při pohybu z bodu A na isotermě ϑ ve směru \underline{S} přecházíme do míst s rozdílnou teplotou. Pohyb ve směru \underline{S} je charakterizován poměrem $\Delta\vartheta/\Delta S$. Tento pohyb nabude maximálně možné hodnoty, jestliže se pohybujeme z bodu A ve směru normály \underline{n} k isotermě J . Při pohybu po kolmici \underline{n} nastávají největší teplotní změny.
- **Teplotní spád** (gradient) $grad\vartheta$ je limitní hodnota poměru $\Delta\vartheta/\Delta n$, kde \underline{n}_0 je jednotkový vektor ve směru \underline{n}

$$grad\vartheta = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta n} \cdot \underline{n}_0 = \frac{\partial\vartheta}{\partial n} \cdot \underline{n}_0 \quad (K \cdot m^{-1}) \quad (1.4)$$

- Teplotní spád je vektor kolmý k isotermické ploše, má směr normály
- Rozložíme-li směr \underline{n} na složky ve směru souřadných os, bude:

$$grad\vartheta = \frac{\partial\vartheta}{\partial x} \cdot \underline{i} + \frac{\partial\vartheta}{\partial y} \cdot \underline{j} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z} \cdot \underline{k} \quad (K \cdot m^{-1}) \quad (1.5)$$

- Ve vztahu (1.5) značí \underline{i} , \underline{j} , \underline{k} jednotkové vektory ve směru souřadných os x , y , z

- Za **kladný** se označuje směr **růstu** teplot, tj. od nižší teploty k vyšší
- Množina teplotních gradientů tvoří **vektorové pole**
- Existence tohoto vektorového pole značí, že v uvažovaném prostoru **nastává šíření tepla**
- Není-li rozdíl teplot, pak:

$$\vartheta = \text{konst. a } \text{grad} \vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \cdot \underline{n}_0 = 0 \quad (1.6)$$

- Závislost mezi tepelným tokem a teplotním spádem (gradientem) je dána **Fourierovým zákonem**:

$$d\underline{Q} = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \cdot d\underline{S} \cdot dt \quad (J; K; m^{-1}; m^2; s) \quad (1.7)$$

- Ve vztahu (1.7) $d\underline{Q}$ je množství tepla které projde kolmo elementární ploškou S isotermické plochy za čas dt . Tento tok závisí na fyzikálních vlastnostech prostředí, což je vyjádřeno součinitelem λ a na teplotním spádu $\text{grad} \vartheta$.

- Dále ze vztahu (1.7) – λ je **součinitel tepelné vodivosti prostředí (měrná tepelná vodivost)**. Znaménko minus v rovnici značí, že tepelný tok jde vždy od teploty vyšší k nižší, tj. obráceně než-li je směr $\text{grad} \vartheta$. Protože $\text{grad} \vartheta$ je vektor, je i množství tepla $d\underline{Q}$ vektor.
- Tepelný tok procházející jednotkou plochy za jednotku času se nazývá **hustota tepelného toku \underline{q} (tepelný příkon)**

$$|\underline{q}| = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \cdot 1 \cdot 1 \quad (J; m^{-2}; s^{-1}) \quad (1.8)$$

- Vektor můžeme rozložit na složky ve směru os:

$$\underline{q}_x = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot \underline{i}; \underline{q}_y = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \cdot \underline{j}; \underline{q}_z = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \cdot \underline{k} \quad (1.9)$$

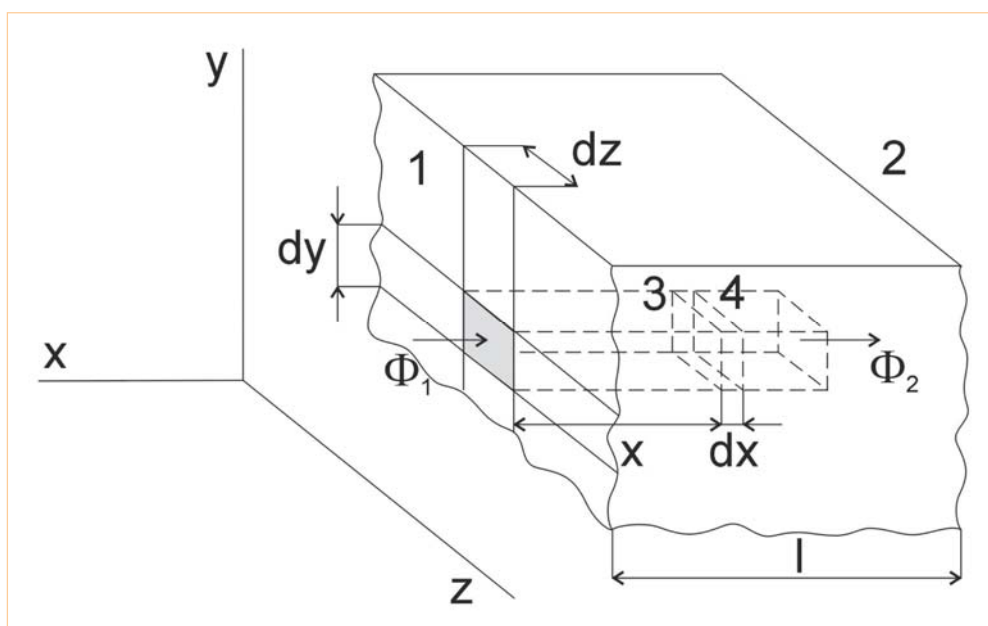
- Rozměr měrné tepelné vodivosti:

$$\lambda = \frac{dQ}{dS \cdot dt \cdot \text{grad} \vartheta} = (J; m^{-2}; s^{-1}; K^{-1}; m) = (J; m^{-1}; s^{-1}; K^{-1}) \quad (1.10)$$

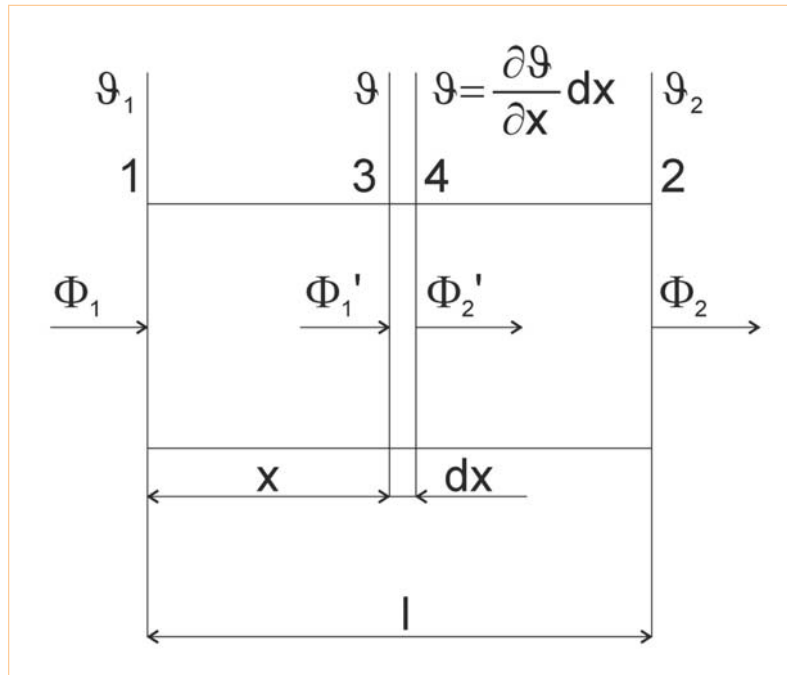
- Měrná tepelná vodivost je množství tepla, které projde za jednotku času plochou 1 m^2 isotermické plochy při teplotním spádu 1 K.m^{-1}

*Následují obrázky 1.2 a 1.3 pro odvození
Fourier-Kirchhoffovy rovnice*

Diferenciální rovnice vedení tepla – rovnice Fourier-Kirchhoffova



Obr. 1.2



Obr. 1.3

- Rovnici odvodíme pro zjednodušený případ podle obr. 1.2
- Uvažujeme tepelný tok procházející kolmo k rozhraní ve směru X rovnou stěnou o tloušťce l , rozprostřenou ve směrech Y a Z do nekonečna
- Schématické zobrazení je na obr. 1.3.
- Uvažovaná stěna odděluje dvě plynná prostředí, vlevo je prostředí o teplotě ϑ_1 , vpravo je prostředí o teplotě ϑ_2
- Tepelný tok je v tomto případě kolmý k rozhraní. Isotermické plochy jsou roviny rovnoběžné s rozhraním. Ve všech bodech zvolené isotermické plochy je stejná hustota tepelného toku
- Ve stěně vytkneme hranol o základně $\Delta y \cdot \Delta z$ (m^2) v rozhraní 1
- Do tohoto hranolu vstupuje v rozhraní 1 tepelný tok Φ_1
- Rozhraním 2 ve vzdálenosti l vystupuje tepelný tok Φ_2
- Ve vzdálenosti x od předního rozhraní uvažujeme prostorový element o rozměrech $\Delta y \cdot \Delta z \cdot dx$
- Do tohoto elementu vstupuje tepelný tok Φ_1' a vystupuje Φ_2'
- Jejich rozdíl zvýší teplotu elementu o $d\vartheta$

- Gradient teploty v místě X o teplotě ϑ se rovná:

$$\text{grad } \vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{x}} \cdot \underline{i} \quad (1.11)$$

- Tepelný tok Φ_1' v místě X bude:

$$\frac{dQ_1'}{dt} = \Phi_1' = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{x}} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (1.12)$$

- V místě $(x+dx)$ je teplota $[\vartheta - (\partial \vartheta / \partial x) dx]$
- Gradient v tomto místě je:

$$\text{grad} \left(\vartheta - \frac{\partial \vartheta}{\partial x} dx \right) = \text{grad } \vartheta - \text{grad} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} dx = \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot \underline{i} - \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \cdot \underline{i} \quad (1.13)$$

- Tepelný tok Φ_2' vystupující z elementu bude potom:

$$\frac{dQ_2'}{dt} = \Phi_2' = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (1.14)$$

- Rozdíl obou uvažovaných toků způsobí ohřátí uvažovaného elementu o $d\vartheta$:

$$\Phi_1' - \Phi_2' = \lambda \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (1.15)$$

- Diferenciální rovnice pro vedení tepla ve směru osy x pro uvažovaný případ v obr. 1.2:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \quad (1.16)$$

- V obecném případě by místo tepelného toku Φ_1' ve směru osy x vstupoval do elementu $(dx \cdot dy \cdot dz)$ obecně orientovaný vektor tepelného toku, který lze rozložit na složky ve směru souřadných os
- Pro jednotlivé složky bychom odvodili vzrůst teploty v elementu z výrazu uvedeného pro konkrétní případ vedení tepla ve směru osy x
- **Vzrůst teploty od všech tří složek bude dán jejich součtem**

Diferenciální rovnice vedení tepla v obecném tvaru – rovnice Fourier-Kirchhofova

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) = a \cdot \Delta \vartheta \quad (1.17)$$

- Výraz v závorce je **Laplaceův diferenciální operátor teploty** $\Delta \vartheta$
 - Součinitel a se nazývá **součinitel teplotní vodivosti** daného materiálu
 - Součinitel teplotní vodivosti a zahrnuje tři fyzikální konstanty materiálu (měrnou vodivost, měrnou hmotnost a měrné teplo) a komplexně charakterizuje každou látku
 - Čím vyšší je a , tím rychleji se těleso ohřívá nebo ochlazuje
 - Odvozené diferenciální rovnice pro vedení tepla umožňuje určit rozložení teploty v uvažovaném tělese v každém místě a čase
 - Při řešení v konkrétních případech je třeba uvedenou diferenciální rovnici **doplnit**
 - Musíme vyjít z určitých mezních podmínek platných v uvažovaném případě
-
- Je to např. rozdělení teploty v uvažovaném tělese v čase $t = 0$ (počáteční stav)
 - Další podmínkou může být vzájemné působení povrchu tělesa s okolním prostředím atd.
 - V praxi se obvykle spokojujeme s řešením odvozené diferenciální rovnice jen pro určité jednoduché případy, jako jsou například rovná stěna, dutý válec, dutá koule

Odvození Fourier-Kirchhoffovy rovnice z rovnice energetické (speciální případ energetické rovnice)

Při odvození budeme vycházet z Energetické rovnice. V tomto případě je výhodné použít Einsteinovu sumarizační konvekci a pro operátor derivování podle k -té souřadnice bude použit symbol

$$\frac{\partial}{\partial k}$$

$$\frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \frac{\tau_{kl}}{\rho} \frac{\partial w_k}{\partial l} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} + \frac{q_v}{\rho}$$

$$\frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} \quad \text{člen popisující rychlost výměny energie}$$

$$\frac{\tau_{kl}}{\rho} \frac{\partial w_k}{\partial l} \quad \text{člen popisující disipaci, přeměnu kinetická energie na teplo}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} \quad \text{člen popisující difuzi, odvod nebo přívod tepla povrchem do okolí}$$

$$\frac{q_v}{\rho} \quad \text{popisuje produkci, tedy teplo, které se vyvine na úkor jiného druhu energie}$$

Odvození Fourier-Kirchhoffovy rovnice provedeme za následujících předpokladů a zjednodušujících podmínek: budeme se pohybovat v pevném skupenství látek, proto nemusíme uvažovat viskozitu, budeme uvažovat konstantní tlak, konstantní měrnou tepelnou kapacitu a ohřívané součásti se nebudou pohybovat.

$$\tau_{kl} = 0$$

$$h = c_p T$$

$$c_p = \text{konst.}$$

$$p = \text{konst.} \Rightarrow dp = 0$$

$$w_k = 0$$

$$c_p \frac{dT}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} + \frac{q_v}{\rho} \quad / \cdot \frac{1}{c_p}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + w_k \cdot \frac{\partial T}{\partial k}, \text{ vektorově } \frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{w} \cdot \text{grad } T$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w_k \frac{\partial T}{\partial k} = -\frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial k} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial k} \right) + \frac{q_v}{c_p \rho}$$

$$\lambda = \text{konst.}$$

Při uvažování konstantní tepelné vodivosti, pak můžeme provést další zjednodušení.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{\partial T}{\partial k} \right) + \frac{q_v}{c_p \rho}$$

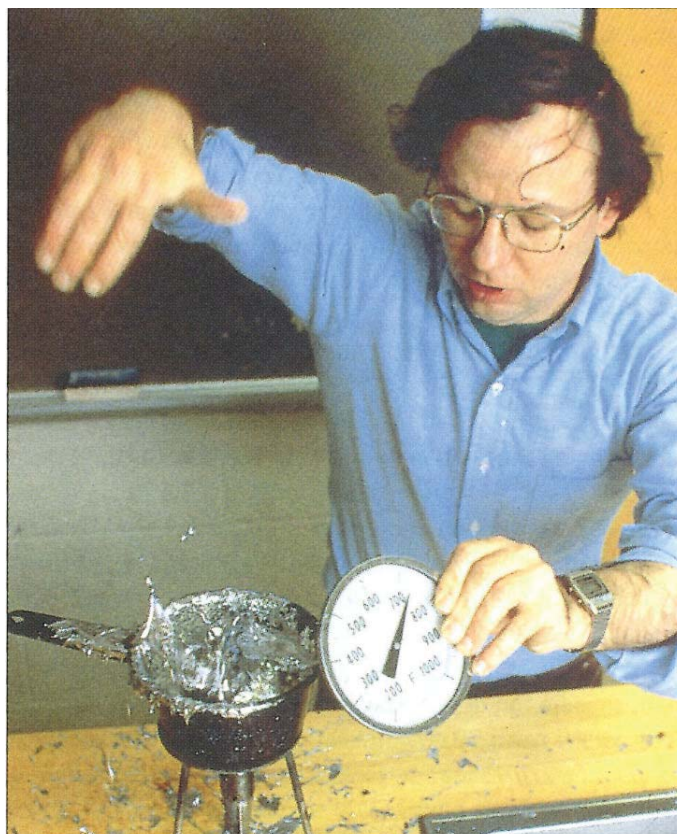
$$a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{\partial T}{\partial k} \right) + \frac{q_v}{c_p \rho}$$

$q_v = w_j$ při indukčních ohřevech tento člen zohledňuje Jouleovy ztráty

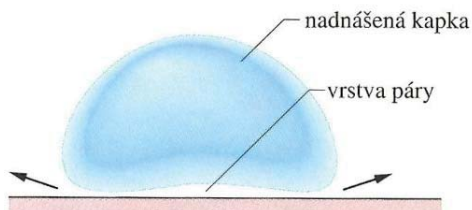
$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial k^2} + \frac{w_j}{c_p \rho}$$

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div}(-\lambda \text{grad } T) + w_j$$

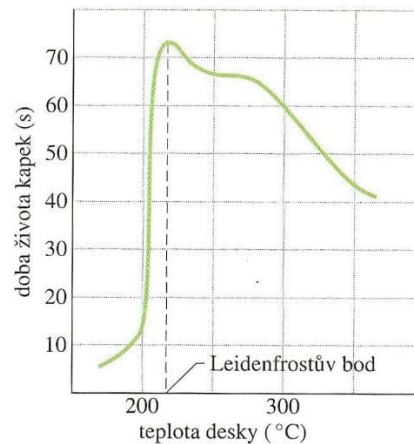


Obr. 5 Walker demonstruje Leidenfrostův jev s roztaveným olovem. Právě ponořil svoje prsty do olova a dotkl se dna nádoby. Teplota olova na průmyslovém teploměru je udána ve stupních Fahrenheita.

Leidenfrostův jev



Obr. 4 Průřez Leidenfrostovou kapkou



Obr. 3 Doba života kapek na horké desce. Je zajímavé, že v jistém rozsahu teplot vydrží kapky tím déle, čím vyšší je teplota desky.

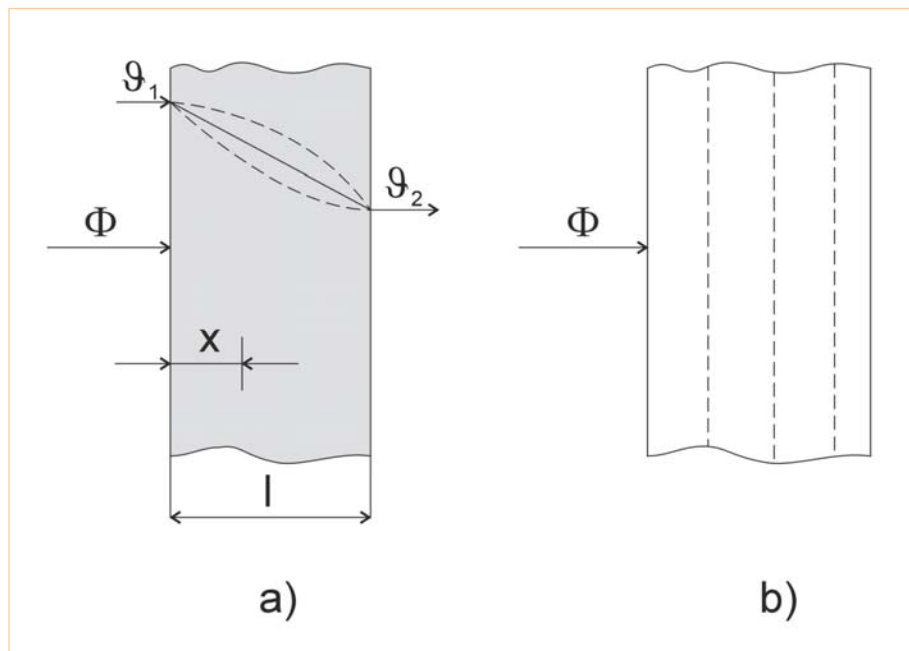
Ustálené stavy vedení tepla

- Při ustáleném stavu je teplota každého zvoleného místa neměnná, takže pravá strana odvozené rovnice je rovná nule

$$a \cdot \left[\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \right] = 0 \quad (1.18)$$

- Protože součinitel teplotní vodivosti a není roven nule, musí být rovny nule druhé derivace v závorce
- Budeme vyšetřovat tyto základní případy:
 - **Rovná stěna nekonečných rozměrů** ve směrech osy Y a Z , tepelný tok vstupuje do stěny kolmo k rozhraní ve směru osy X
 - **Dutý válec nekonečné délky** je rozdíl teplot mezi dutinou s vnějším povrchem, tepelný tok se šíří radiálně
 - **Dutá koule** je rozdíl teplot mezi dutinou a vnějším povrchem, tepelný tok se šíří radiálně

Vedení tepla rovnou stěnou



Obr. 1.4

- V případě schematicky znázorněném na Obr. 1.4 bude teplota obou rozhraní ϑ_1, ϑ_2
- Tepelný tok prochází stěnou kolmo k rozhraní zleva doprava
- Isotermické plochy jsou rovnoběžné s rozhraním (viz. Obr. 1.4b)
- Vyšetříme teplotu v obecném bodě ve vzdálenosti x od levého rozhraní
- Stejnou teplotu budou mít všechny body na isothermické rovině vedené tímto bodem
- Potom:

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial z} = 0 \quad (1.19)$$

- Rovnice Fourier-Kirchhofova pro ustálený stav se tak dále zjednoduší:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = 0 \quad (1.20)$$

- První derivace je rovna nule, tedy i druhá derivace je rovna nule pro rovinu y,z
- Dostali jsme tedy diferenciální rovnici druhého řádu, kterou vyřešíme **dvojím integrováním**
- Po první integraci bude:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = C_1$$

- Výsledek znamená, že průběh teploty má konstantní směrnici, je to tedy **přímka**
- Po druhé integraci bude:

$$\vartheta = C_1 \cdot x + C_2$$

- Z výsledků vidíme, že teplota ve stěně se mění lineárně s X
- Integrační konstanty C_1 a C_2 určíme z mezních podmínek z teplot na obou rozhraních

- Předpokládejme prozatím zjednodušeně, že teplota ϑ_1 , na levém rozhraní je stejná jako teplota plynného prostředí
- Obdobně teplota ϑ_2 na pravém rozhraní je rovna teplotě plynného prostředí
- Nyní budeme řešit lineární rovnici $\vartheta = C_1 \cdot x + C_2$ pro body $x=0$ a $x=l$

$$1. \text{ pro } x=0 \quad \vartheta = \vartheta_1 = C_2$$

$$2. \text{ pro } x=l \quad \vartheta = \vartheta_2 = C_1 \cdot l + \vartheta_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l} = \frac{\partial \vartheta}{\partial x}$$

- Obě integrační konstanty dosadíme do řešené lineární rovnice $\vartheta = C_1 \cdot x + C_2$
- Dostaneme:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l} \cdot x + \vartheta_1 = \vartheta_1 - \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{l} \cdot x \quad (1.21)$$

- V uvažovaném případě se teplota ϑ ve stěně zmenšuje lineárně se vzdáleností X z hodnoty ϑ_1 na levém rozhraní k hodnotě ϑ_2 na pravém rozhraní
- V předchozím jsme předpokládali, že tepelná vodivost λ je konstantní, nezávislá na teplotě
- Vezmeme-li v úvahu, že pro keramické materiály tepelná vodivost λ s teplotou mírně roste, bude skutečný průběh teploty ve stěně dán přibližně křivkou znázorněnou na Obr. 1.4a nad lineárním průběhem
- Druhá křivka zakreslená pod lineárním průběhem platí pro čisté kovy se záporným teplotním součinitelem tepelné vodivosti

Fourierův výraz pro tepelný tok

- Elementární tepelný tok $d\Phi$ projde plochou dS za 1 sekundu

$$d\Phi = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot dS \cdot 1 = -\lambda \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l} \cdot dS \cdot 1 = \lambda \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l} \cdot dS \cdot 1 \quad (1.22)$$

$$\Phi = \lambda \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l} \cdot S \cdot dS = \lambda \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l} \cdot S \quad (J \cdot s^{-1}) \quad (1.23)$$

- Množství tepla, které projde za 1 sekundu částí S nekonečné stěny, je úměrné měrné vodivosti λ , rozdílu teplot povrchů stěny, ploše S a nepřímo úměrné tloušťce stěny l
- Výsledný výraz pro tepelný tok můžeme napsat ve tvaru, který je analogií Ohmova zákona

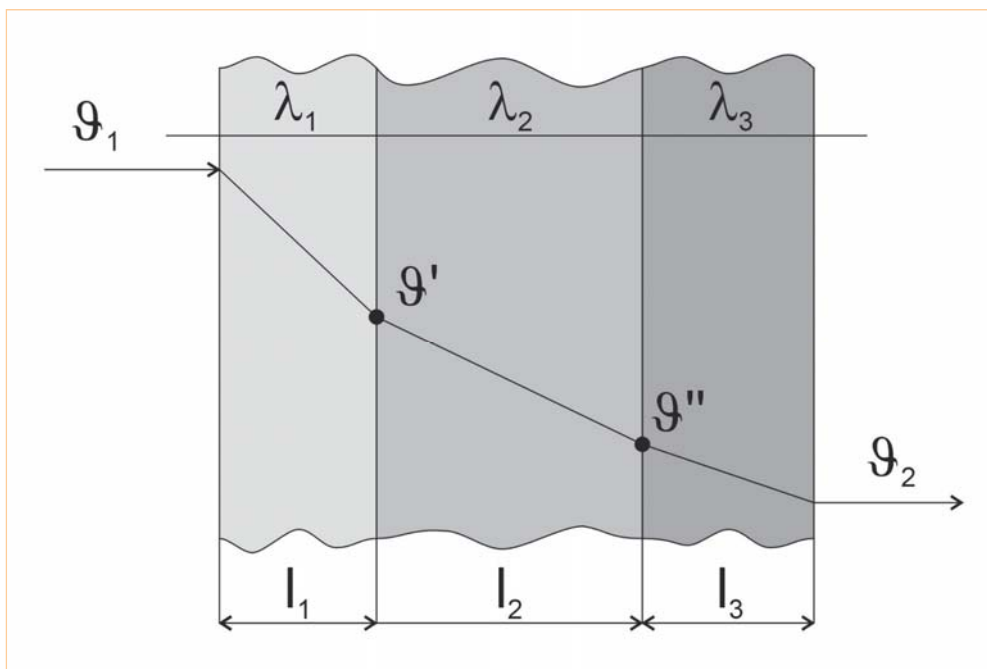
$$\Phi = (\vartheta_2 - \vartheta_1) \cdot \frac{\lambda \cdot S}{l} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{\frac{l}{\lambda \cdot S}} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{R_t} \quad (1.24)$$

- Tzn. analogicky s $I = \frac{U}{R_e}$

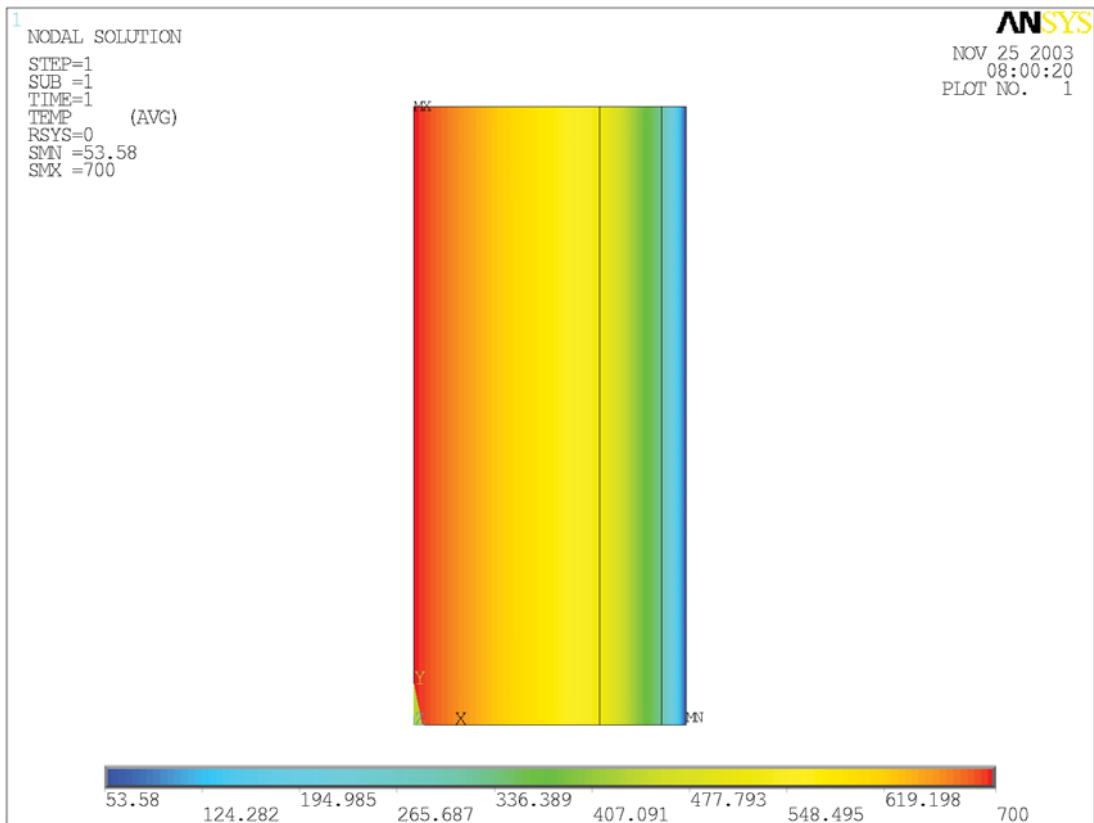
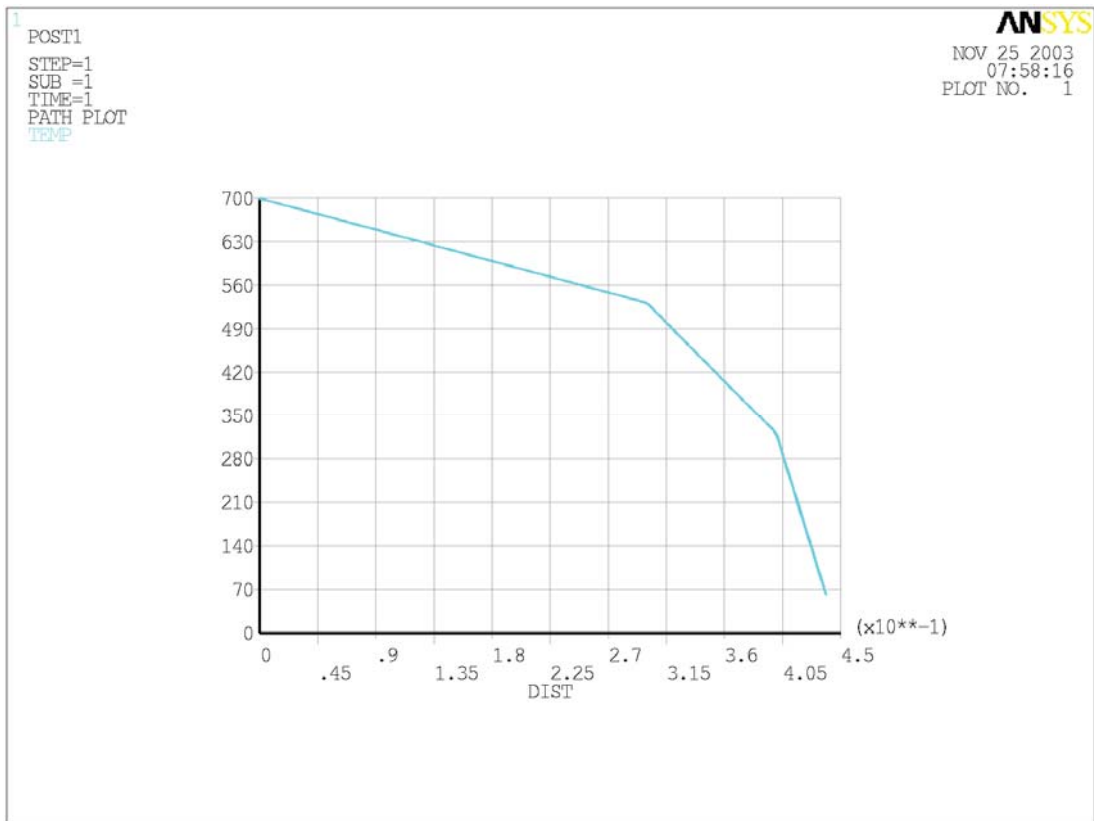
- Tepelný tok Φ odpovídá intenzitě proudu I , rozdíl teplot odpovídá napětí, přivedenému na odpor R_t , resp. R_e
- Výraz $R_t = \frac{l}{\lambda \cdot S}$ nazýváme **tepelným odporem stěny**
- Jestliže oba povrchy uvažované stěny nemají stejnou plochu, pak při výpočtu dosazujeme za S **geometrický střed z obou ploch**

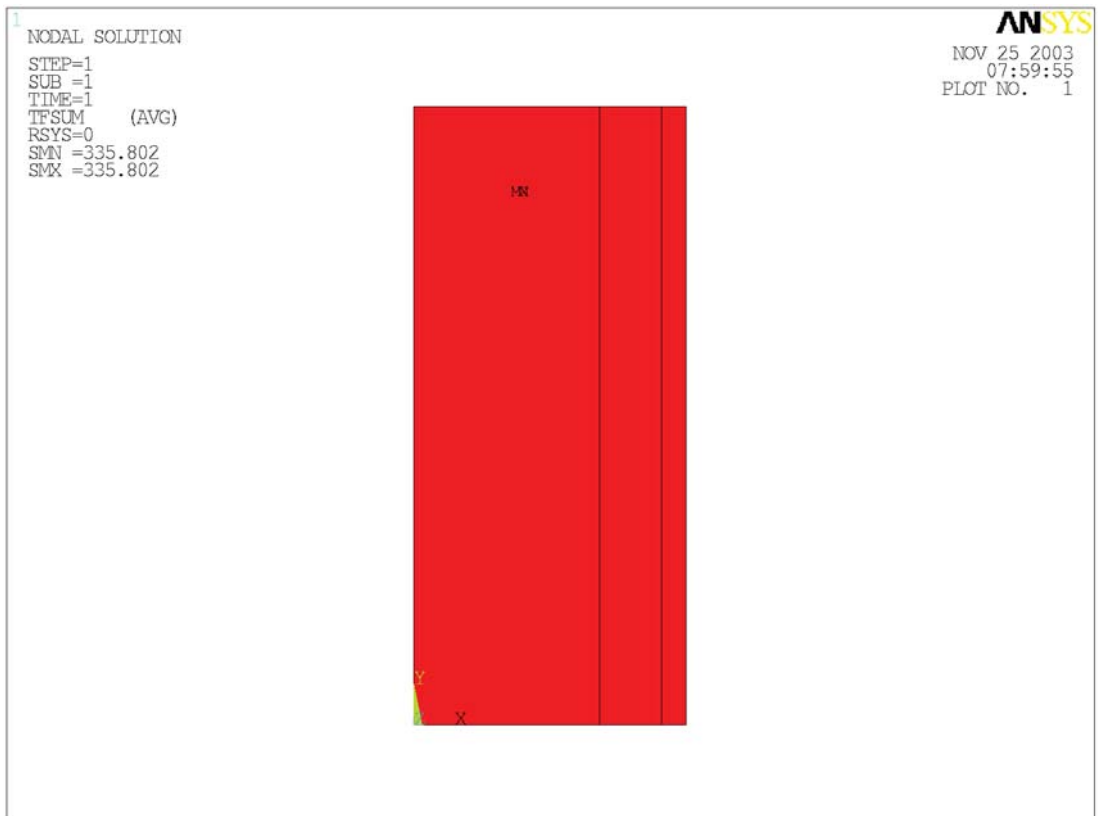
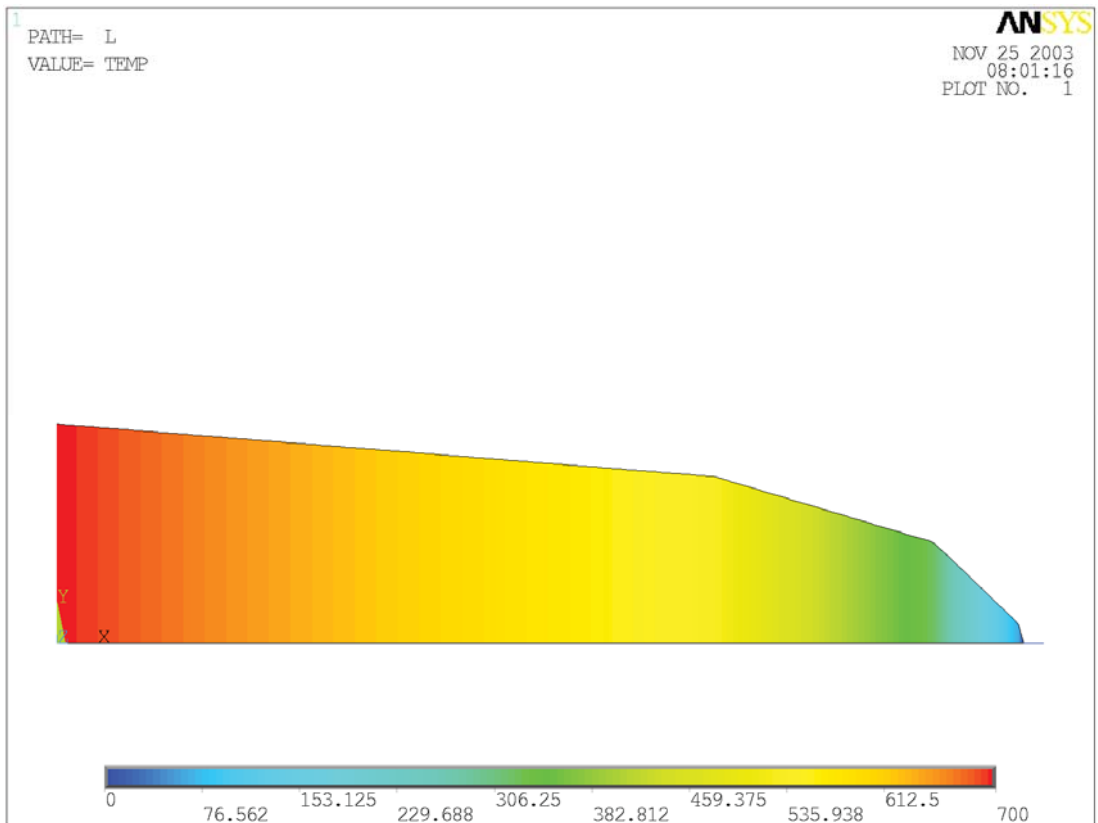
$$S_{stř} = \sqrt{S_1 \cdot S_2} ; \quad \Phi = \lambda \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{l} \cdot S_{stř} \quad (1.25)$$

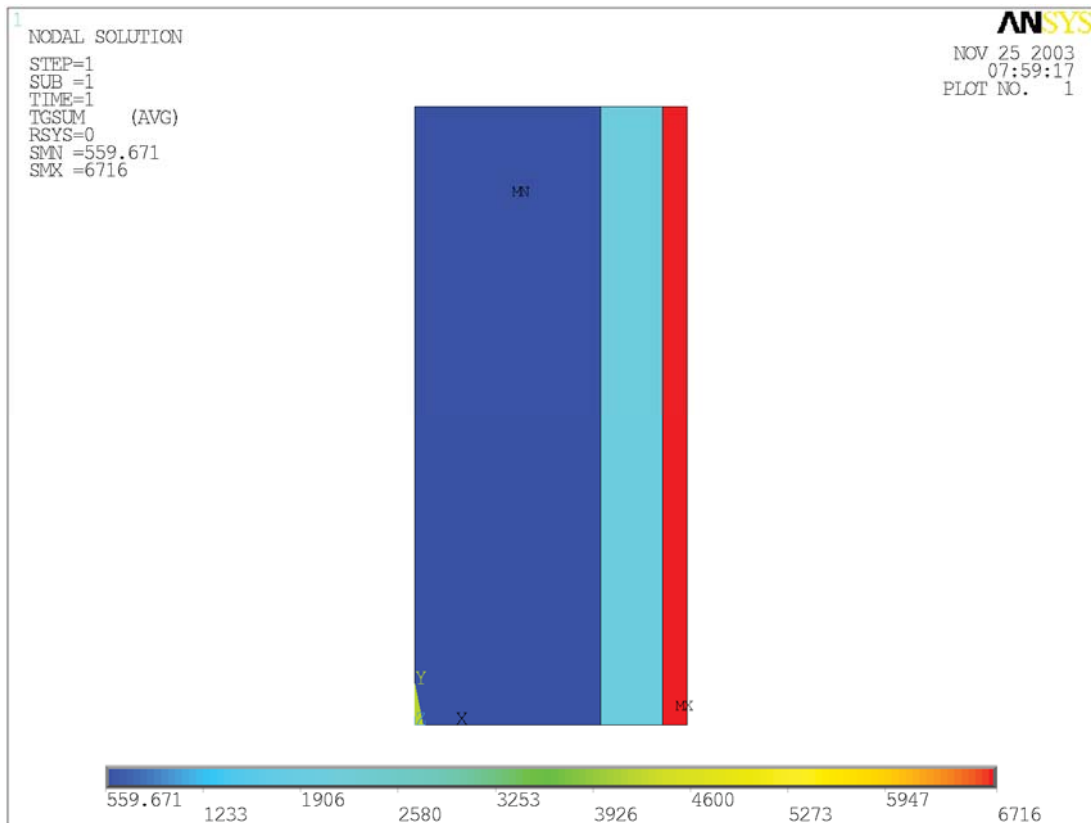
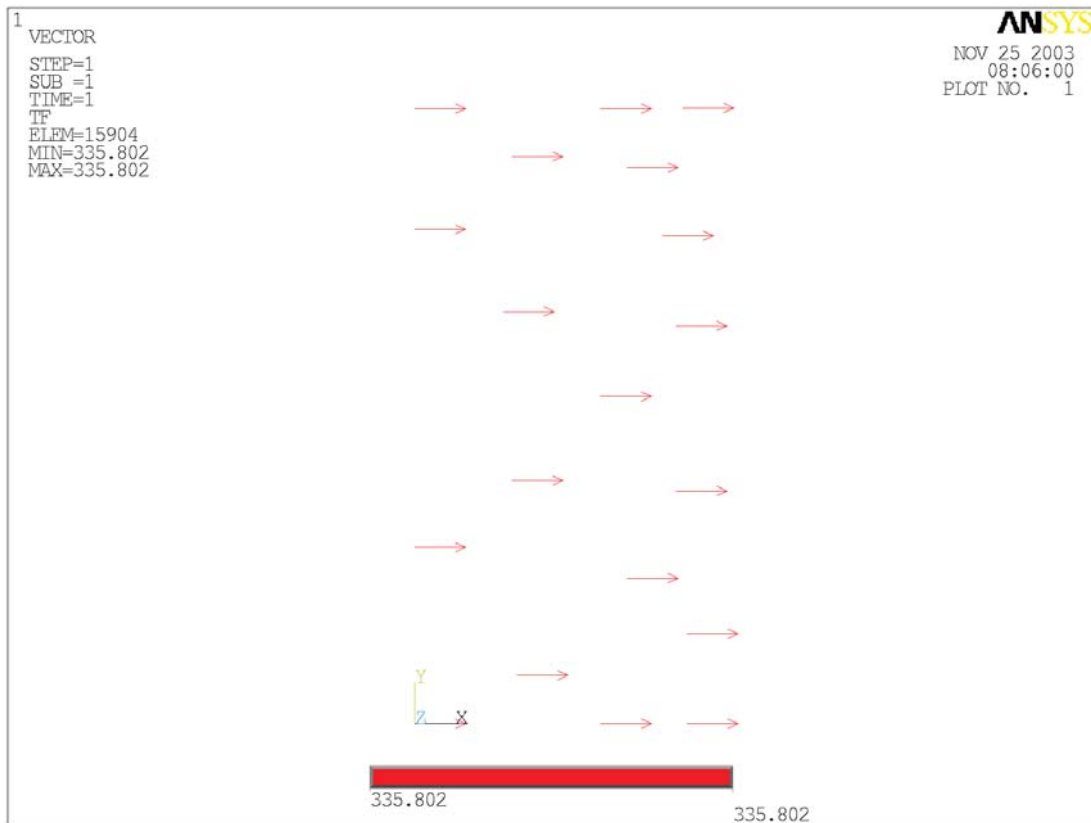
Rovná stěna složená z více vrstev



Obr. 1.5







- Jednotlivé vrstvy jsou z různých materiálů, **tepelná vodivost λ je různá**, tloušťky jsou rovněž různé, plochu S však uvažujeme **stejnou u všech vrstev**
- V ustáleném stavu prochází všemi vrstvami tentýž tepelný tok Φ
- Pro jednotlivé vrstvy můžeme napsat výrazy:

$$1. \text{ vrstva} \quad \Phi = \lambda_1 \cdot \frac{\vartheta_1 - \vartheta'}{l_1} \cdot S \Rightarrow \vartheta_1 - \vartheta' = \frac{\Phi \cdot l_1}{\lambda_1 \cdot S} \quad (1.26)$$

$$2. \text{ vrstva} \quad \Phi = \lambda_2 \cdot \frac{\vartheta' - \vartheta''}{l_2} \cdot S \Rightarrow \vartheta' - \vartheta'' = \frac{\Phi \cdot l_2}{\lambda_2 \cdot S} \quad (1.27)$$

$$3. \text{ vrstva} \quad \Phi = \lambda_3 \cdot \frac{\vartheta'' - \vartheta_2}{l_3} \cdot S \Rightarrow \vartheta'' - \vartheta_2 = \frac{\Phi \cdot l_3}{\lambda_3 \cdot S} \quad (1.28)$$

- Ustálený tepelný tok Φ uvažovanou vícevrstvou stěnou bude:

$$\Phi = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\frac{l_1}{\lambda_1 \cdot S} + \frac{l_2}{\lambda_2 \cdot S} + \frac{l_3}{\lambda_3 \cdot S}} (J \cdot s^{-1}) \quad (1.29)$$

- Tento vztah značí, že tepelné odpory jednotlivých vrstev se sčítají podobně jako se sčítají v elektrotechnice **odpory spojené za sebou (sériově)**
- Z uvedených vztahů můžeme po stanovení tepelného toku Φ určit teploty ϑ' a ϑ'' na rozhraních mezi vrstvami

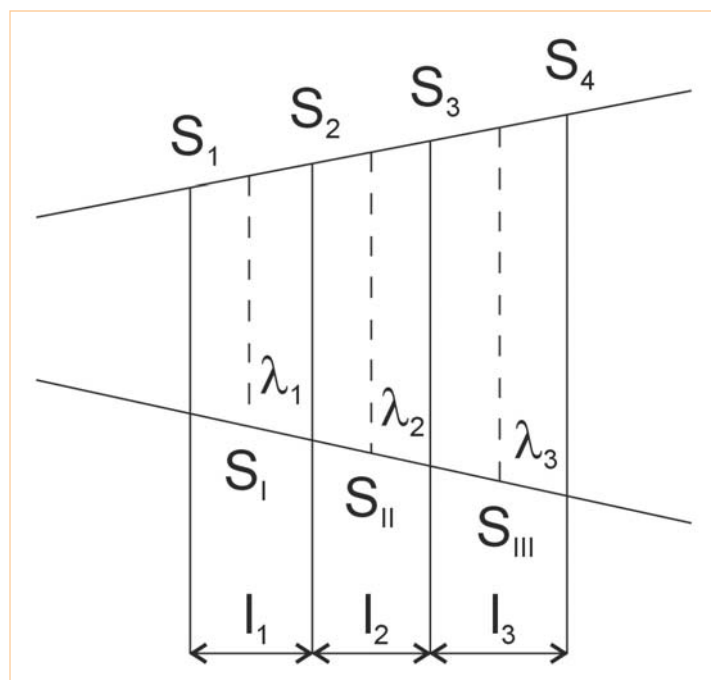
$$\vartheta' = \vartheta_1 - \frac{\Phi \cdot l_1}{\lambda_1 \cdot S}; \vartheta'' = \vartheta_2 + \frac{\Phi \cdot l_3}{\lambda_3 \cdot S} (K) \quad (1.30)$$

- **U skutečných odporových pecí však nejsou plochy S u všech vrstev stejné (Obr. 1.6 na následující straně)**
- Zvětšují se, postupujeme-li z vnitřních vrstev k vnějším

$$S_I = \sqrt{S_1 \cdot S_2}; S_{II} = \sqrt{S_2 \cdot S_3}; S_{III} = \sqrt{S_3 \cdot S_4} \quad (1.31)$$

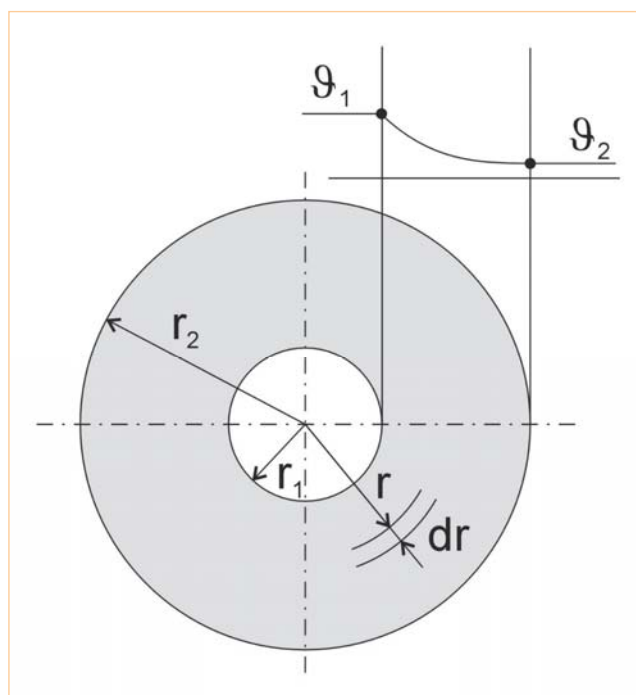
- Výsledný tepelný tok stěnou je pak:

$$\Phi = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\frac{l_1}{\lambda_1 \cdot S_I} + \frac{l_2}{\lambda_2 \cdot S_{II}} + \frac{l_3}{\lambda_3 \cdot S_{III}}} (J \cdot s^{-1}) \quad (1.32)$$



Obr. 1.6

Vedení tepla stěnou dutého válce nekonečné délky



Obr. 1.7

- V dutině válce nechť je prostředí o teplotě ϑ_1 , vně válce nechť je prostředí o teplotě ϑ_2
- Zjednodušeně předpokládejme, že teplotu ϑ_1 má i vnitřní povrch o poloměru r_1 a teplotu ϑ_2 má vnější povrch o poloměru r_2
- Uvažujeme opět **ustálený stav**, tepelný tok má radiální směr od vnitřního k vnějšímu povrchu
- Isotermické plochy jsou souosé válce
- Uvažujeme isotermickou plochu o obecném poloměru r
- Touto plochou prochází tepelný tok Φ (uvažujeme část válce o délce l):

$$\Phi = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot 2\pi r \cdot l \quad (J \cdot s^{-1}) \quad (1.33)$$

$$d\vartheta = -\frac{\Phi}{2\pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \frac{dr}{r}$$

- Integrací dostaneme teplotu ϑ na poloměru r

$$\vartheta = -\frac{\Phi}{2\pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \ln(r) + C$$

- Integrační konstantu dostaneme z mezních podmínek

$$\text{pro } r = r_1 \quad \vartheta_1 = -\frac{\Phi}{2\pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \ln(r_1) + C$$

$$\text{pro } r = r_2 \quad \vartheta_2 = -\frac{\Phi}{2\pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \ln(r_2) + C$$

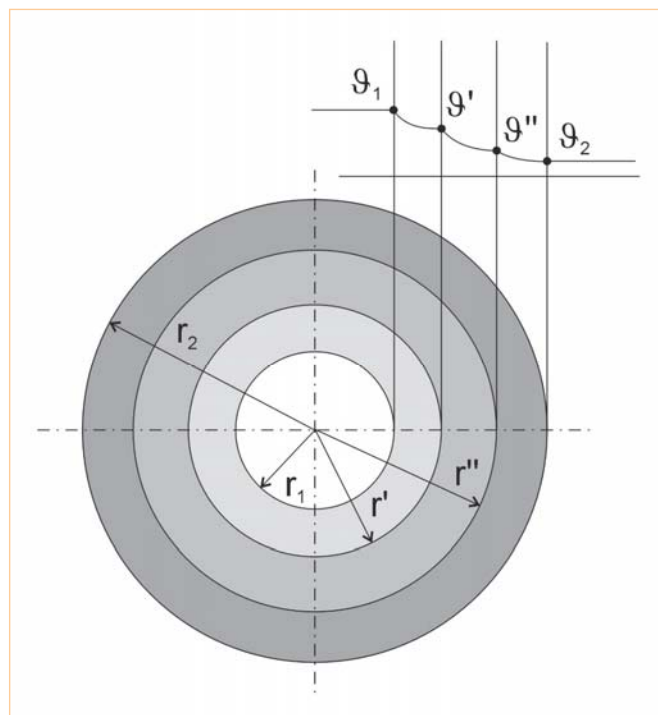
- Odečtením druhé rovnice od první dostaneme:

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = -\frac{\Phi}{2\pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot (\ln r_1 - \ln r_2) = \frac{\Phi}{2\pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r_1}{r_2}$$

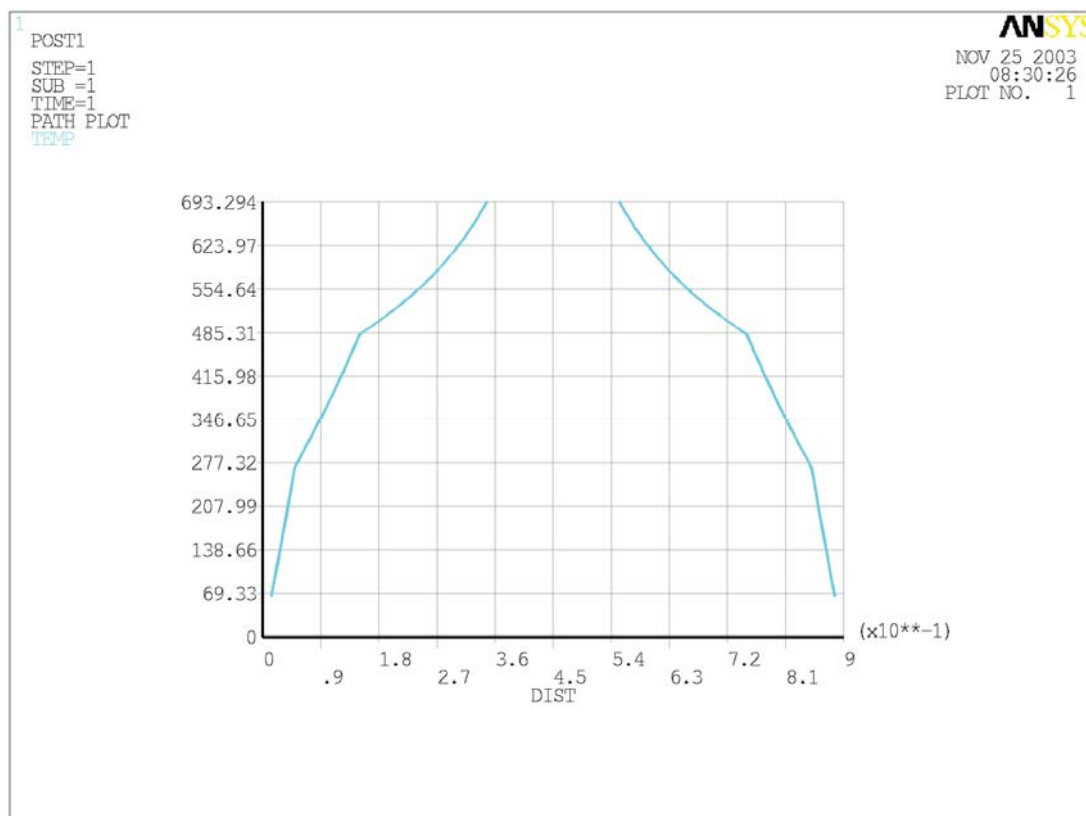
- **Hledaný tepelný tok Φ je pak:**

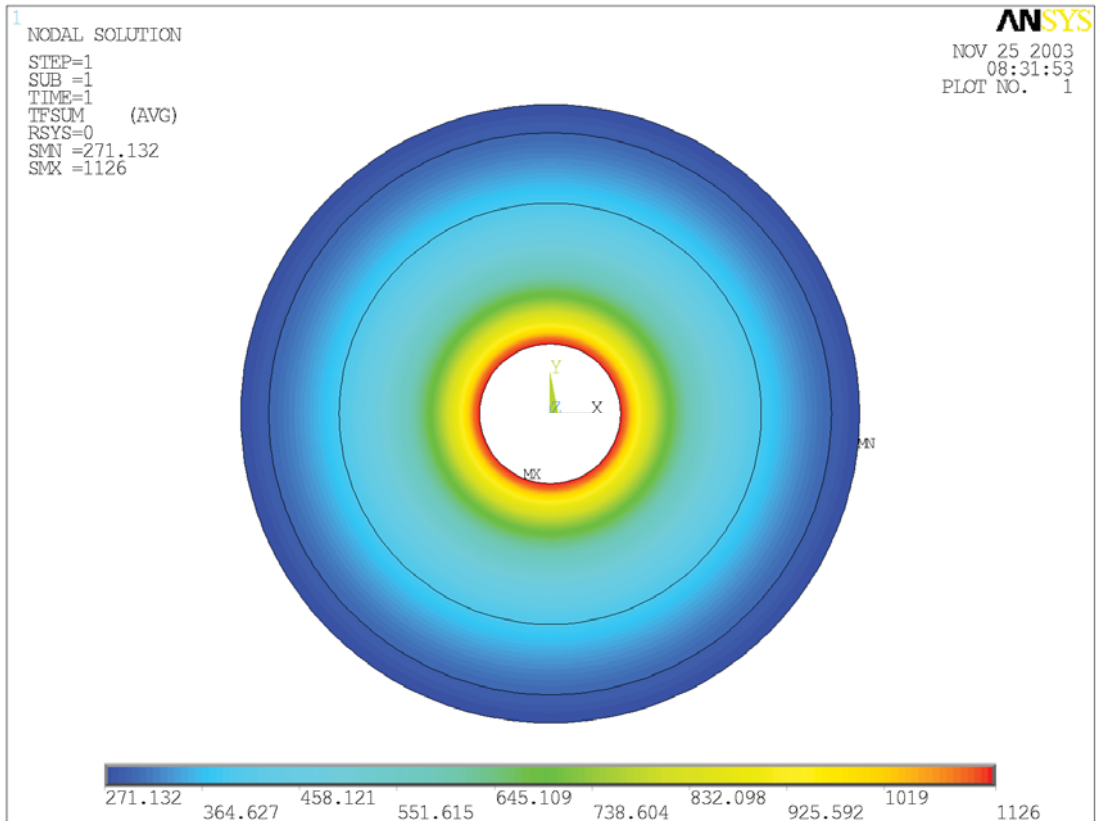
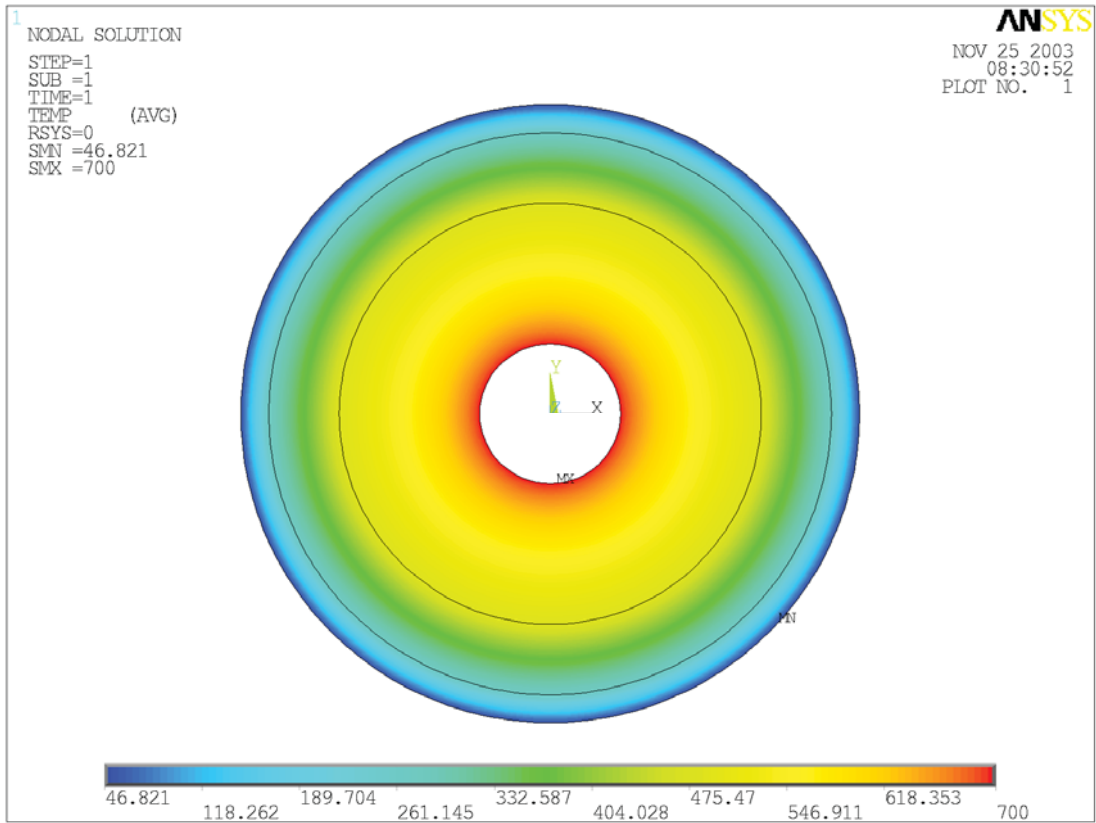
$$\Phi = \frac{2\pi \cdot l \cdot \lambda \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\pi \cdot l \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (J \cdot s^{-1}) \quad (1.34)$$

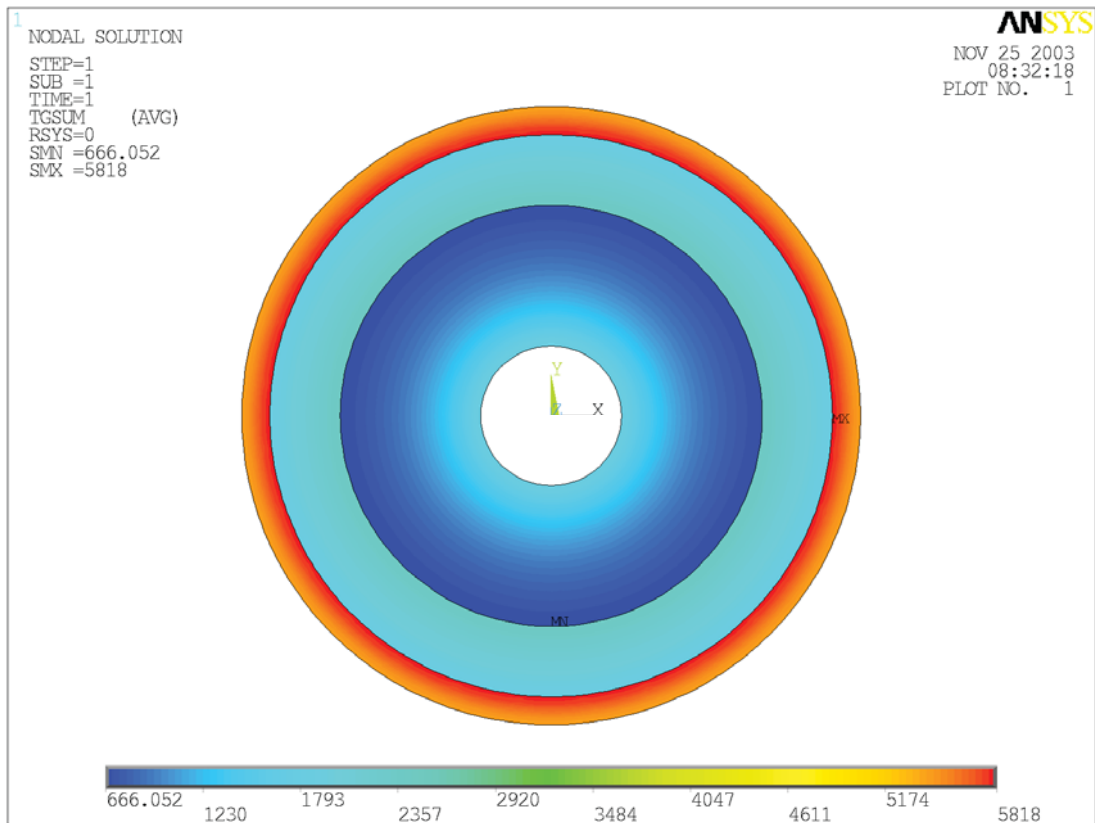
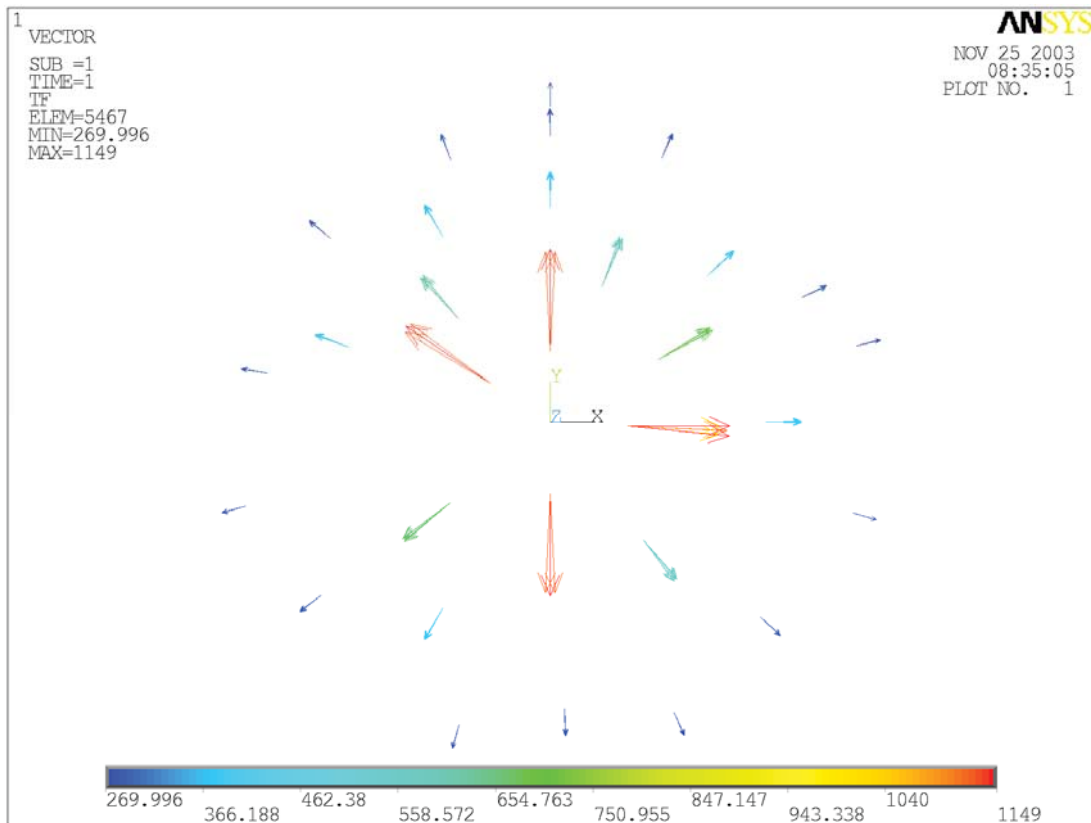
Vícevrstvý dutý válec



Obr. 1.8







- Analogicky můžeme odvodit výsledný tepelný tok Φ a teploty ϑ_1 a ϑ_2 na rozhraních pro vícevrstvý dutý válec:

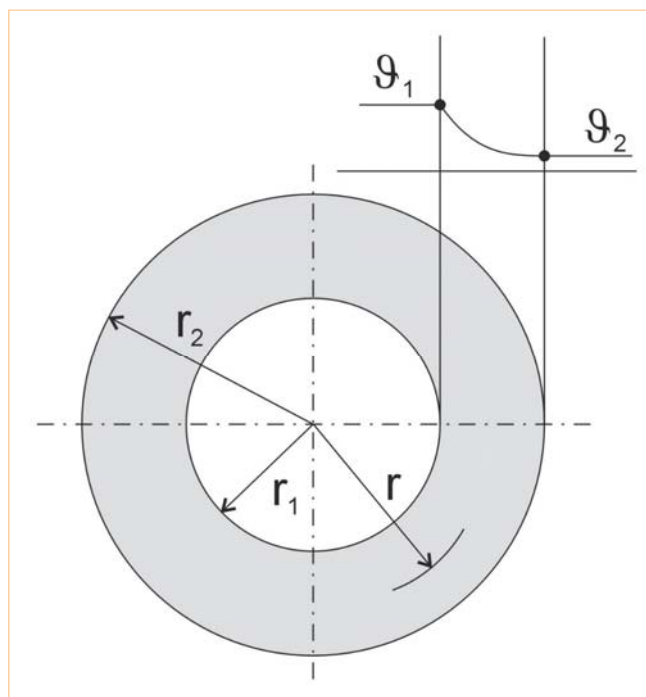
$$\Phi = \frac{\pi \cdot l \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\frac{1}{2\lambda_1} \cdot \ln \frac{d'}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \cdot \ln \frac{d''}{d'} + \frac{1}{2\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_2}{d''}} (J \cdot s^{-1}) \quad (1.35)$$

- Pro teploty rozhraní ϑ' a ϑ'' platí:

$$\vartheta' = \vartheta_1 - \frac{\Phi}{\pi \cdot l} \cdot \frac{1}{2\lambda_1} \cdot \ln \frac{d'}{d_1}$$

$$\vartheta'' = \vartheta_2 - \frac{\Phi}{\pi \cdot l} \cdot \frac{1}{2\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_2}{d''}$$

Vedení tepla kulovou stěnou



Obr. 1.9

- Isotermické plochy jsou v tomto případě soustředné koule
- V dutině koule nechť je teplota stejná i na vnitřním povrchu o poloměru r_1
- Vně koule je prostředí o teplotě ϑ_2
- Stejná teplota je i na vnějším povrchu o poloměru r_2
- Zvolíme isotermickou plochu o obecném poloměru r a určíme tepelný tok touto Isotermickou plochou

$$\Phi = -\lambda \cdot \frac{d\vartheta}{dr} \cdot S = -\lambda \cdot \frac{d\vartheta}{dr} \cdot 4\pi r^2 \quad (1.36)$$

$$d\vartheta = -\frac{\Phi}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

- Integrací tohoto výrazu dostaneme teplotu ϑ na isotermické ploše o poloměru r

$$\vartheta = -\frac{\Phi}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \left(-\frac{1}{r}\right) + C$$

- Integrační konstantu C dostaneme opět z mezních podmínek

$$\text{pro } r_1 \quad \vartheta_1 = -\frac{\Phi}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r_1} + C$$

$$\text{pro } r_2 \quad \vartheta_2 = -\frac{\Phi}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r_2} + C$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = -\frac{\Phi}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

- **Stěnou prochází ustálený tepelný tok Φ**

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} (J \cdot s^{-1}) \quad (1.37)$$

- Tento vztah platí pro jednovrstvovou kulovou plochu
- Pro vícevrstvou kulovou plochu můžeme odvodit stejným způsobem analogicky jako u rovinné stěny nebo dutého válce

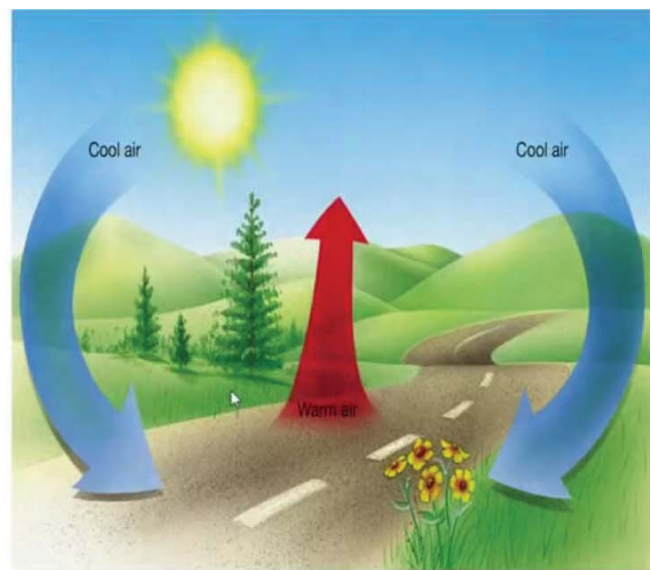
- Ztrátový tepelný tok Φ a teploty na rozhraních ϑ' a ϑ'' :

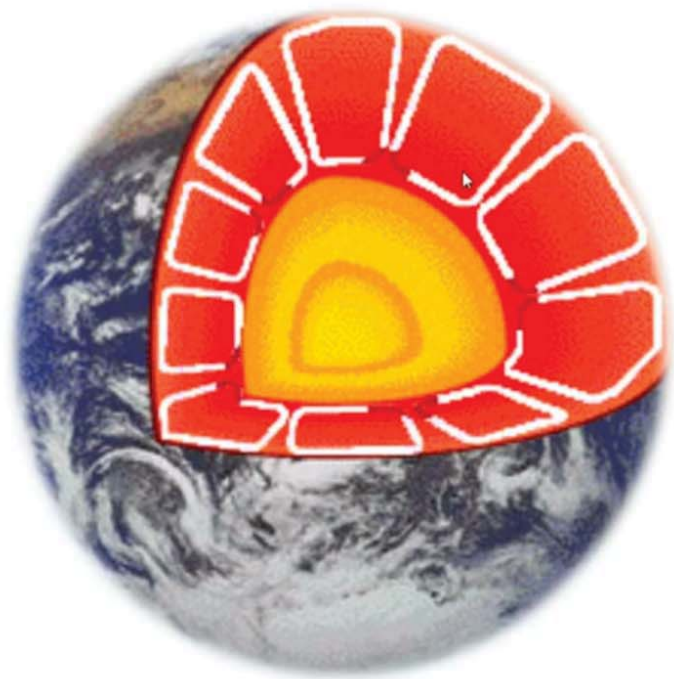
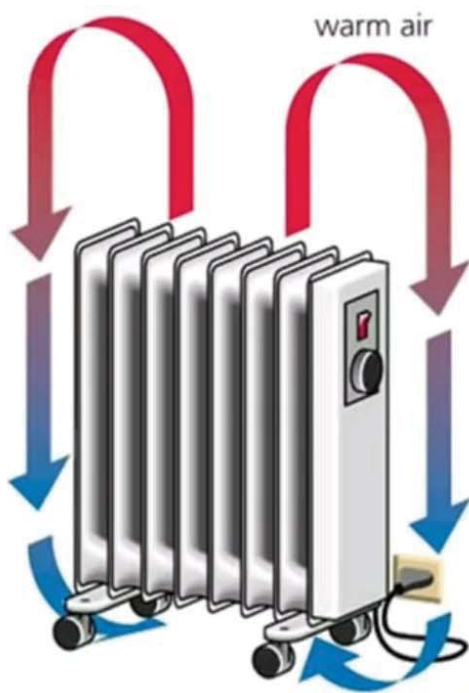
$$\Phi = \frac{4\pi \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right) + \frac{1}{\lambda_3} \cdot \left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r_2} \right)} (J \cdot s^{-1}) \quad (1.38)$$

- Teploty na rozhraní vrstev:

$$\vartheta' = \vartheta_1 - \frac{\Phi}{\pi} \cdot \frac{1}{4\lambda_1} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'} \right)$$

$$\vartheta'' = \vartheta_2 - \frac{\Phi}{\pi} \cdot \frac{1}{4\lambda_3} \cdot \left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r_2} \right)$$





Šíření tepla prouděním (konvekcí)

- Pozorujeme-li plamen svíce nebo zápalky, vidíme přenos tepla vzhůru prouděním. Takový přenos tepla nastává tehdy, když tekutina (jako je vzduch nebo voda) je ve styku s předmětem vyšší teploty. Teplota tekutiny ve styku s tímto předmětem roste a tekutina (ve většině případů) se roztahuje, čímž klesá její hustota. Protože se tím stává lehčí než okolní chladnější tekutina, začne ohřátá tekutina vlivem vztlaku stoupat vzhůru. Část chladnější tekutiny se dostane na její místo a tam se také zahřeje; proces může pokračovat.
- Proudění je součástí mnoha přírodních dějů. Proudění v atmosféře hraje základní úlohu při vytváření globálního klimatu i denních změn počasí. Piloti kluzáků a ptáci vyhledávají stoupající vzdušné proudy, které je vynesou vzhůru. Obrovský přenos energie v oceánech probíhá rovněž mechanismem proudění. A energie z termonukleárních dějů v nitru Slunce se dostává na povrch obrovskými proudy hmot, v nichž žhavá tekutina (plazma) proudí z vnitřku na povrch a je nahrazována chladnější, klesající dolů pod povrch.

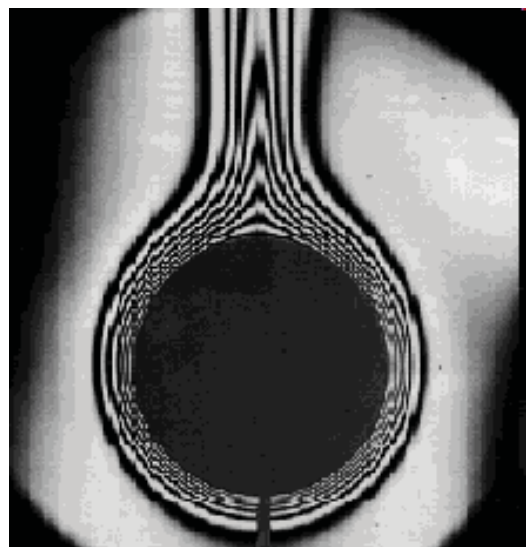
Šíření tepla prouděním

- Vždy se jedná o výměny tepla mezi tekutinou (kapalinou, či plynem) a tuhým tělesem

Podle způsobu vzniku proudění (konvekce) rozlišujeme:

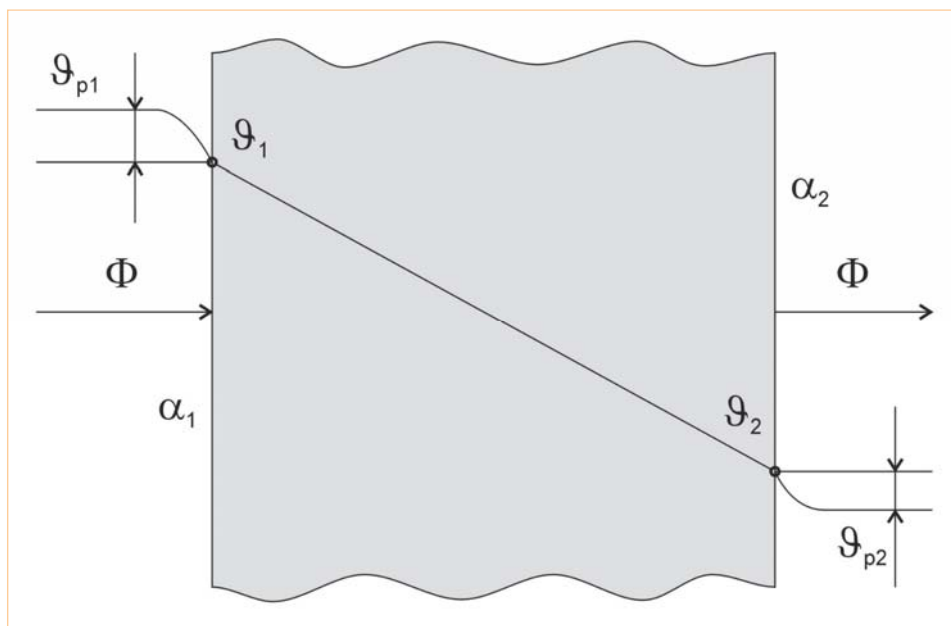
- volná konvekce (volný pohyb, přirozená konvekce)
- vynucená (nucená) konvekce
- smíšená

- na obrázku ukázka volné konvekce kolem trubky



Proudění (konvekce) - rozlišení dle způsobu přenosu

- laminární proudění
 - v podélném směru dochází k přenosu tepla vlastním přenosem hmoty (proudění)
 - ve směru příčném se jedná o přenos tepla vedením
- turbulentní proudění
 - v podélném směru opět postupem-přenosem proudící hmotnosti
 - v příčném směru máme dvě vrstvy:
 - laminární mezní vrstvu ve které dochází přenosu tepla vedením
 - turbulentní jádro – zde dochází k velmi intenzivnímu přenosu tepla přenosem proudící hmotnosti, neboť se zde molekuly sdružují do molekulárních částic, z nich se vytvářejí víry – což má za následek výrazně větší přenos tepla vlivem intenzivnějšího promíchávání (např. při varu)



Obr. 1.10

- Na obr. 1.10 je vyznačena svislá stěna odporové pece
- Uvnitř této pece je teplota ϑ_{p1} vyšší než je teplota ϑ_{p2} v okolí pece
- Uvažujeme ustálený stav
- Určitý stálý tepelný tok bude procházet stěnou k vnějšímu povrchu pece
- Na vnitřním povrchu stěny vznikne teplota $\vartheta_1 < \vartheta_{p1}$
- Na vnějším povrchu bude teplota $\vartheta_2 > \vartheta_{p2}$
- Plynné prostředí (vzduch) v blízkosti povrchu pece se bude zahřívat a protože ohřátý vzduch je lehčí než-li studený, nastane podél stěny přirozené proudění vzduchu
- **Mezi teplotou prostředí a teplotou povrchu je i v ustáleném stavu teplotní rozdíl daný tím, že na povrchu stěny lpí vždy tenká vrstva plynu, která se nezúčastní proudění**
- **Touto vrstvou prochází tepelný tok pouze vedením a protože tepelná vodivost plynu je malá, nastává zde teplotní skok**

- Chceme-li, aby ochlazování stěny bylo účinnější, pak zavedeme umělou cirkulaci ovzduší, např. ofukování ventilátorem
- Přitom se zeslabí vrstva, která ulpívá na povrchu a součinitel přestupu tepla α vzroste
- Při předávání tepla prouděním užíváme pro výpočty **Newtonova vztahu**:

$$\Phi = \alpha_1 \cdot (\vartheta_{p1} - \vartheta_1) \cdot S(W) \quad (1.40)$$

$$\Phi = \alpha_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_{p2}) \cdot S(W) \quad (1.41)$$

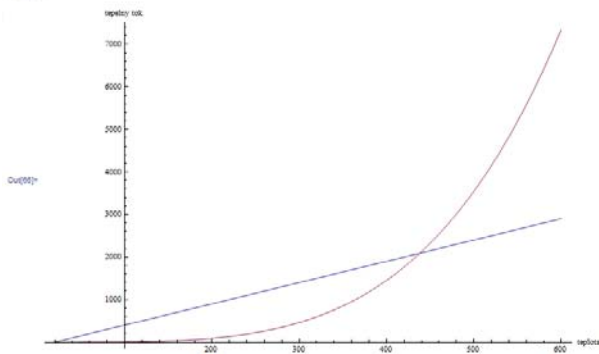
- α je součinitel přestupu tepla

$$\alpha = (J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot K^{-1}) \quad (1.42)$$

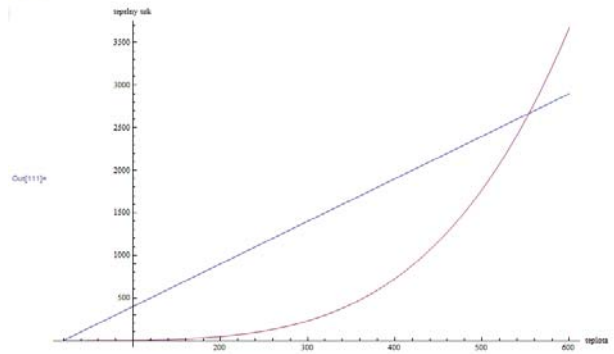
- Součinitel přestupu tepla α závisí na mnoha činitelích, např. rozměry, tvar, plocha, drsnost povrchu, viskozita, rychlost proudění

$$\alpha = \alpha(l, \rho, p, w, \nu, \lambda, T, g, \tau, \dots) \quad (Wm^{-2}K^{-1})$$

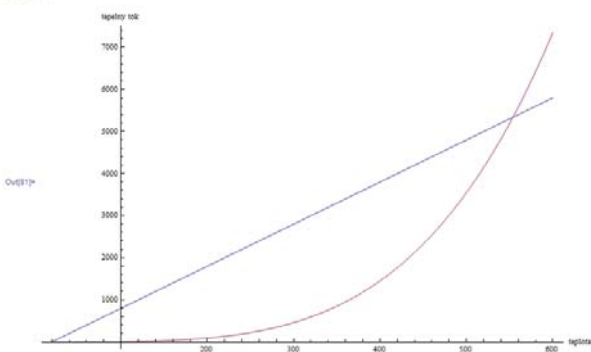
Out(77)= alfa
Out(88)= 5
Out(89)= epsilon
Out(90)= 1



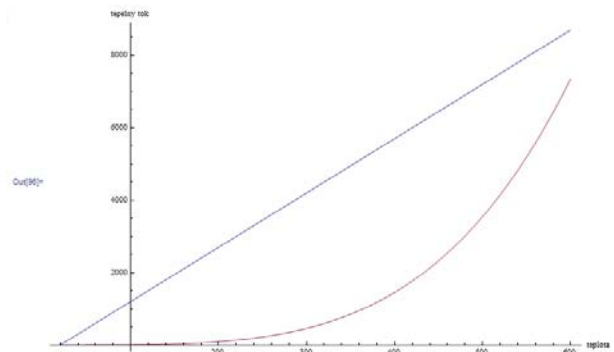
Out(102)= alfa
Out(103)= 5
Out(104)= epsilon
Out(105)= 0.5



Out(72)= alfa
Out(73)= 10
Out(74)= epsilon
Out(75)= 1

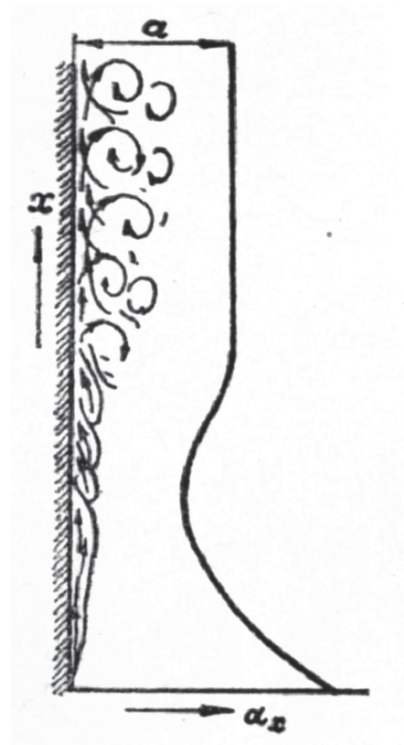


Out(87)= alfa
Out(88)= 15
Out(89)= epsilon
Out(90)= 1

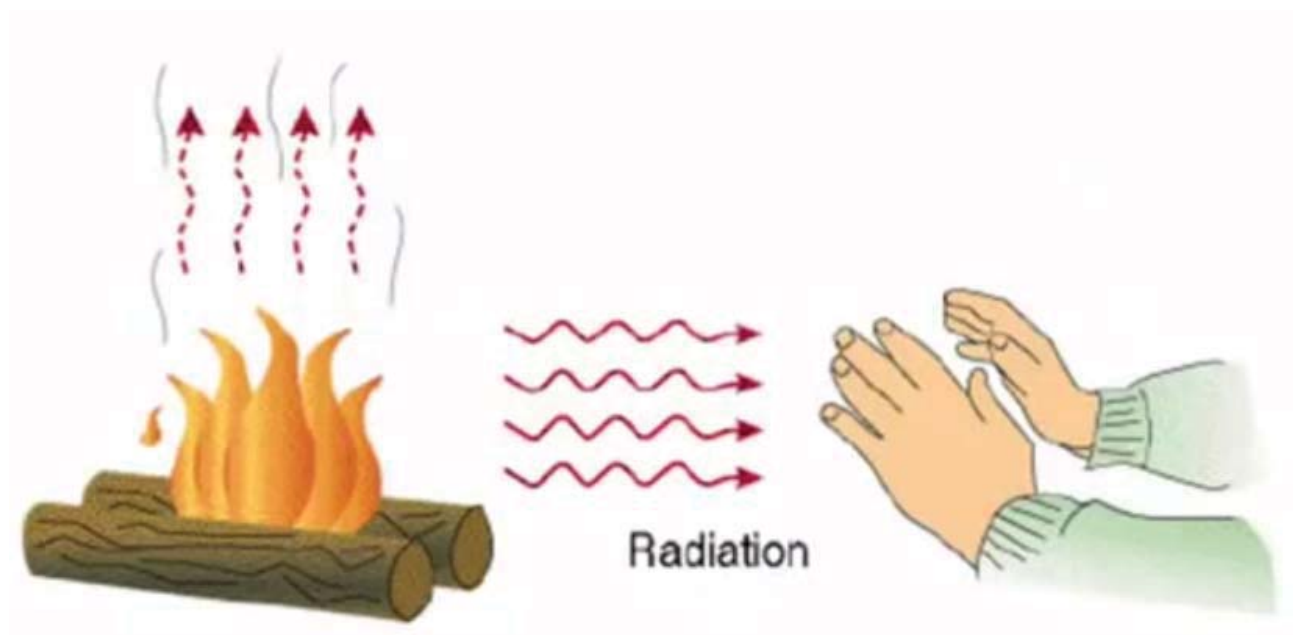
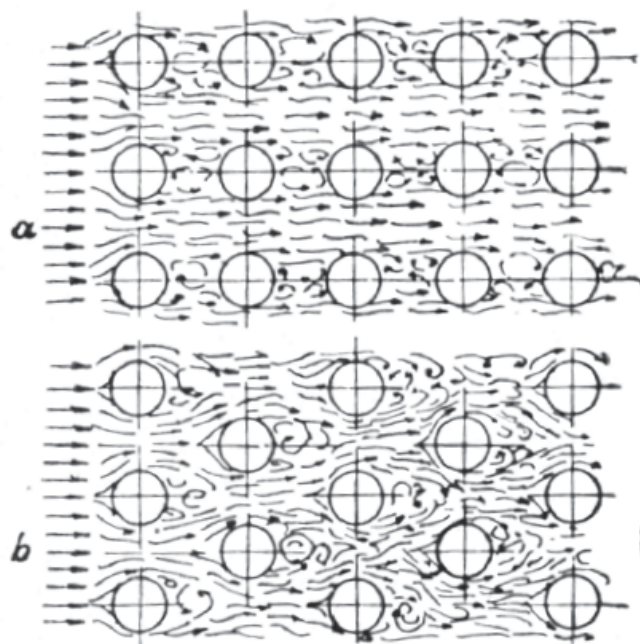


Konvekce při volném proudění

- závisí na druhu proudění:
 - laminární
 - vírnaté
 - vířivé, turbulentní
- závisí na velikosti prostoru
 - „neomezený“
 - omezený



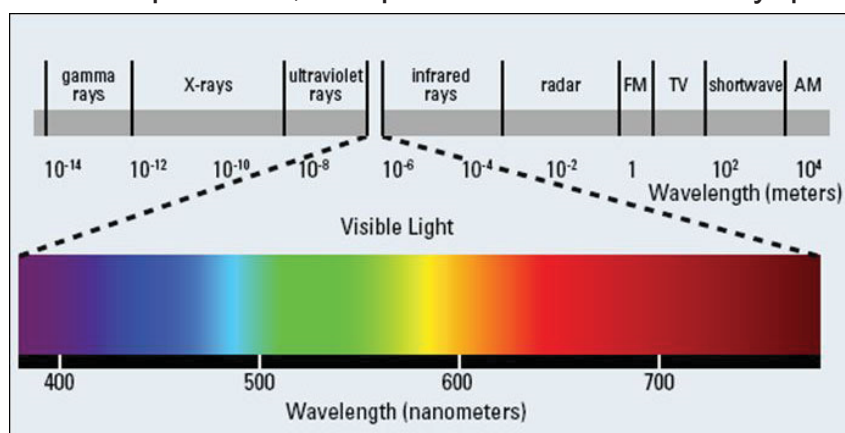
Konvekce při nuceném proudění, přestup tepla při proudění kolmo k svazku trubek





Šíření tepla zářením

- Třetí způsob přenosu tepla mezi předmětem a jeho okolím je přenos tepla zářením, někdy též sáláním, prostřednictvím elektromagnetických vln (tak jako např. viditelné světlo). V takovém případě mluvíme o tepelném záření, abychom ho odlišili od elektromagnetických signálů (jako je např. TV vysílání) nebo radioaktivní záření (energie a částice vyzařované atomovými jádry). Stojíme-li na poledním slunci, zahříváme se tím, že pohlcujeme tepelné záření od Slunce. Pro přenos tepla zářením nepotřebujeme žádné hmotné prostředí, toto prostředí ovšem musí být pružné.



Zabarvení žhavých těles v tmavém prostoru při udaných teplotách °C

Označení:	
1250 ÷ 1220 °	Bílá
1150 ÷ 1250 °	Světlo žluté
1050 ÷ 1150 °	Tmavé žluté
880 ÷ 1050 °	Žlutočervené
830 ÷ 880 °	Světlo červené
800 ÷ 830 °	Světlo třešňové červené
780 ÷ 800 °	Třešňové červené
750 ÷ 780 °	Tmavé třešňové červené
650 ÷ 750 °	Tmavé červené
580 ÷ 650 °	Červenohnědé
520 ÷ 580 °	Černohnědé

Tabulka vzešla z Poldiny Huť, Praha

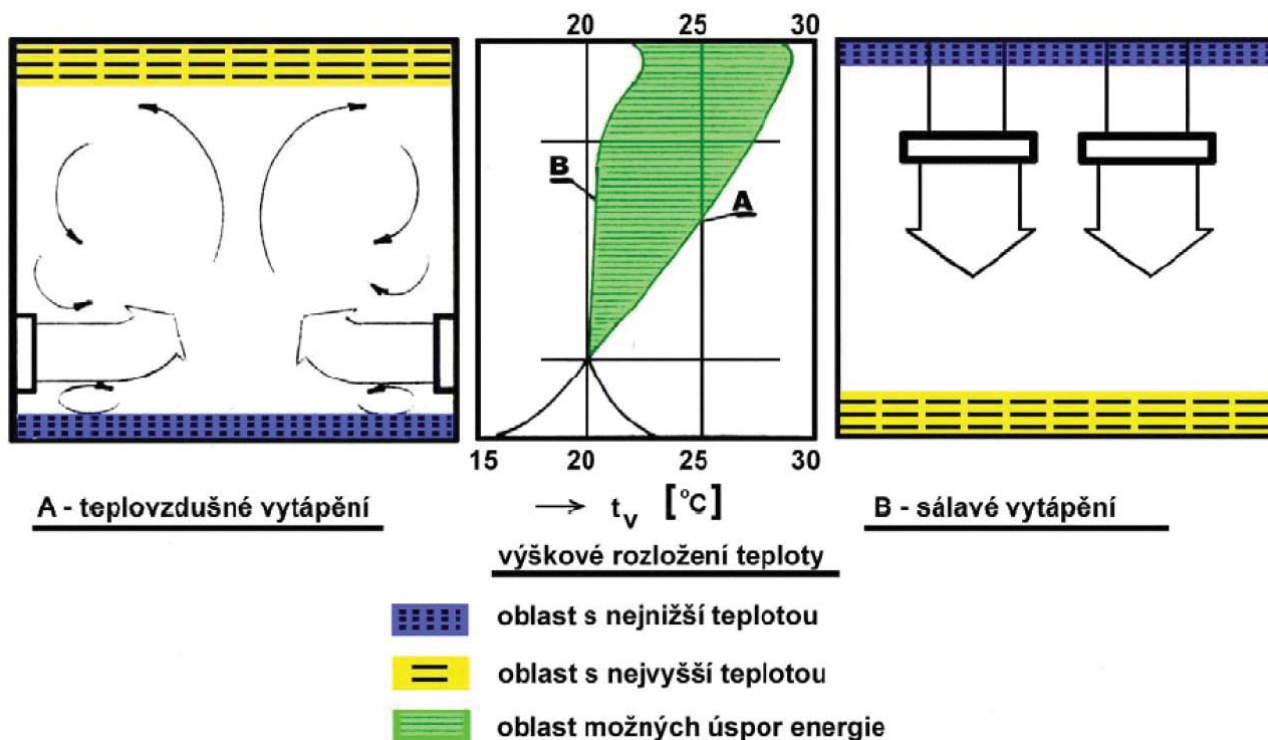
Šíření tepla zářením

- Výzkumy ukázaly, že v horké poušti může být černý plášť beduínů až o 6 °C teplejší než stejný v bílé barvě. Proč by tedy měl nosit černý plášť ten, kdo chce zabránit přehřátí a přežít v drsné poušti?
- Odpověď spočívá v tom, že černý plášť, který je sám teplejší než stejný plášť bílé barvy, opravdu zahřívá vzduch pod sebou více. Tento teplejší vzduch stoupá rychleji a odchází ven porézní látkou, zatímco vnější vzduch je zespoda vtahován pod plášť. Černá látka tedy podporuje cirkulaci vzduchu pod pláštěm a brání beduínům v přehřátí více, než kdyby měli oblečený plášť bílý. Stálý vánek proudící pod pláštěm podél těla je beduínovi příjemnější.



Šíření tepla zářením

- **Každé těleso, jehož teplota je větší než absolutní nula, vyzařuje svým povrchem tepelnou energii**
- Je to elektromagnetické vlnění, které se šíří v průzračném prostředí přímočaře všemi směry
- Každé těleso, které se nachází v **průzračném prostředí**, vyzařuje svým povrchem do okolí, avšak současně přijímá energii vyzařovanou jinými tělesy
- V konečné fázi je zářivá energie pohlcena neprůzračnými tělesy a přemění se v energii tepelnou
- Těleso se buď zahřívá, když přijímá více než vyzařuje, nebo se ochlazuje, když převažuje jeho vlastní vyzařování
- **Absolutně prázdný prostor** je dokonale průzračný pro procházející záření
- Každé jiné prostředí částečně pohlcuje procházející záření



- Při dopadu záření na jakékoliv těleso se rozdělí přicházející tok energie **na tři části**:
 - *První část se odrazí*
 - *Druhá část projde tělesem, je-li průzračné*
 - *Třetí část je pohlcena a přemění se v teplo*
- Rozhraní, která odráží všechny dopadající paprsky, se nazývá „**absolutně bílé**„
- Rozhraní, které pohltí všechny dopadající paprsky, se nazývá „**absolutně černé**„ (tomuto stavu se blíží platinová čern, saze)
- Skutečné povrchy nejsou ani absolutně bílé, ani absolutně černé, a proto jsou z fyzikálního hlediska považovány za povrchy „**šedé**“
- Podle Kirchhofova zákona je absolutně černé těleso schopno nejen všechny dopadající paprsky pohltit, ale současně má i maximální schopnost energii vyzařovat
- Slouží proto jako etalon ke srovnání vyzařovací schopnosti jiných těles

- Základní zákony záření jsou odvozeny pro absolutně černé těleso
- Dopadající záření se rozdělí na tři části:
 - A - záření pohlcené (A je poměrná pohltivost - absorpce)
 - B - záření odražené (B je poměrná odrazivost - reflexe)
 - C - záření, které projde tělesem (C je poměrná propustnost)

- Platí:

$$A + B + C = 1 \quad (1.43)$$

- U těles neprůzračných je $C = 0$, tj. $A + B = 1$
- Absolutně černý povrch má dokonalou pohltivost, $A = 1$, odrazivost $B = 0$
- Absolutně bílý povrch má dokonalou odrazivost $B = 1$ a pohltivost $A = 0$
- Jednotlivé složky A B C ve výrazu $A + B + C = 1$ vycházejí odlišné pro různé vlnové délky

- Proto je správnější uvažovat tzv. spektrální hodnoty, tj.:

poměrnou pohltivost A_λ
 poměrnou odrazivost B_λ
 poměrnou propustnost C_λ

pro určitou vlnovou délku λ

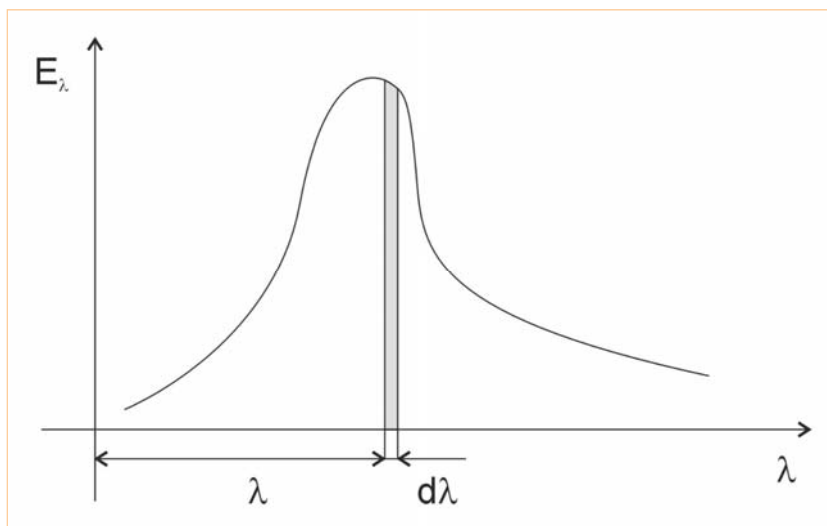
- Potom platí vztah:

$$A_\lambda + B_\lambda + C_\lambda = 1 \quad (1.44)$$

- Index λ značí, že se jedná o monochromatické vlnění o vlnové délce λ
- Ebonit pohlcuje viditelné paprsky, avšak propouští infračervené záření

Zákony záření absolutně černého povrchu

- Povrch zahřátého absolutně černého tělesa vyzařuje souvislé spektrum záření o různých vlnových délkách



Obr. 1.11

- Na obr. 1.11 je vyznačen průběh spektrální zářivosti E_λ v závislosti na vlnové délce λ
- Úhrnná energie, kterou vyzáří zahřáté těleso jednotkou svého povrchu, se nazývá úhrnná zářivost (emise) E
- Z této úhrnné zářivosti E připadá na obor vlnových délek od λ do $(\lambda+d\lambda)$ část $E_\lambda d\lambda$
- Řekli jsme si, že E_λ je spektrální zářivost (hustota záření), příslušná vlnové délce λ
- Pro úhrnnou zářivost platí vztah:

$$E = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} E_\lambda d\lambda \quad (W \cdot m^{-2}) \quad (1.45)$$

Zákon Kirchhofův pro záření

Definice:

- Poměr úhrnné zářivosti $E_{\text{š}}$ – šedého povrchu – a relativní pohltivosti $A_{\text{š}}$ závisí pouze na absolutní teplotě tělesa, ne však na barvě jeho povrchu
- Pro absolutně černé těleso je poměrná pohltivost $A_{\text{č}} = 1$ – pohlcuje všechny dopadající paprsky
- Můžeme tedy napsat vztah pro úhrnnou zářivost:

$$\frac{E_{\text{š}}}{A_{\text{š}}} = f(\Theta) = \frac{E_{\text{č}}}{A_{\text{č}}} = E_{\text{č}} \quad (1.46)$$

- Uvedený poměr je roven úhrnné zářivosti absolutně černého tělesa
- Na základě tohoto zákona můžeme říci, že černé povrchy nejsilněji vyzařují
- $E_{\text{š}} = E_{\text{č}} + A_{\text{š}}$, tzn. poměrná pohltivost šedého povrchu $A_{\text{š}}$ je vždy menší než 1

- Kirchhofův zákon platí nejen pro úhrnnou zářivost, ale i pro spektrální zářivost E_{λ} , a pohltivost A_{λ}
- Jejich poměr závisí pouze na absolutní teplotě T a na délce vlny λ
- Můžeme tedy napsat Kirchhofův zákon pro záření také v této podobě – pro spektrální zářivost:

$$\frac{E_{\lambda\text{š}}}{A_{\lambda\text{š}}} = f(\Theta; \lambda) = E_{\lambda\text{č}} \quad (1.47)$$

Zákon Stefan-Boltzmanův

- Na základě různých měření odvodil Stefan zákon, že úhrnná zářivost E_{ζ} absolutně černého povrchu roste úměrně se čtvrtou mocninou absolutní teploty Θ

$$E_{\zeta} = \sigma_{\zeta} \cdot \Theta^4 \text{ (W; m}^{-2}\text{)} \quad (1.48)$$

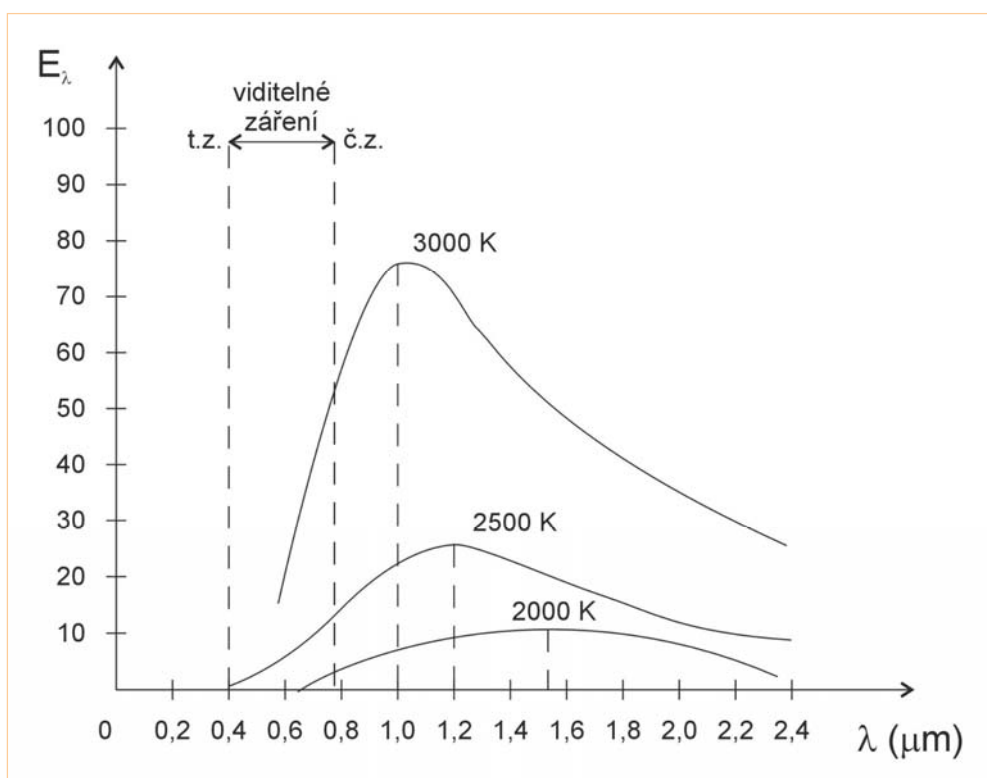
- $\sigma_{\zeta} = 5,77 \cdot 10^{-8} \text{ (W; m}^{-2}\text{; K}^{-4}\text{)}$ je tzv. Stefan-Boltzmanova konstanta, resp. součinitel sálání absolutně černého povrchu
- Praktická hodnota pro výpočet: $Q'_s = C_0 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4$, kde $C_0 = \sigma \cdot 100^4$

Zákon Wienův

- Wien odvodil důležitou závislost mezi vlnovou délkou λ a spektrálním zářením E_{λ}
- Spektrální záření E_{λ} je za dané teploty Θ největší pro vlnovou délku λ_{max} , která je nepřímo úměrná této teplotě Θ

$$\lambda_{max} = \frac{2,892 \cdot 10^{-3}}{\Theta} \text{ (m; K)} \quad (1.49)$$

- Tento vztah znamená, že čím je vyšší teplota Θ , tím více se maximum záření posunuje na stranu kratších vlnových délek
- Je to tzv. Wienův posunovací zákon



Obr. 1.12

- Těleso vyzařuje svým povrchem při nízké teplotě pouze záření dlouhovlnné, infračervené
- S rostoucí teplotou se křivka spektrální zářivosti zvyšuje směrem nahoru a současně svůj vrchol posouvá ke kratším vlnovým délkám
- Při stoupající teplotě tělesa vidíme napřed jeho povrch jako temně červený a postupně se barva mění v oranžovou, žlutou až bílou v souladu s tím, jak se zvětšuje ta část emisní plochy, která zasahuje do viditelného spektra
- Z Wienova zákona můžeme určit k uvedeným teplotám v následující tabulce příslušné délky vln λ s maximálním spektrálním zářením

Teplota (K)	1000	2000	3800	4000	5784	6000	7400
λ (μm)	2,900	1,450	0,760	0,725	0,500	0,485	0,390
Barva vyzař. plochy	infračervené záření 10 - 0,75 μm			červeno oranžová	žluto zelená	modrá	fialová

- Viditelné záření: $\lambda = 0,39\,\mu m \div 0,76\,\mu m$
- Teplota slunečního povrchu: $\Theta = \frac{2892}{0,5} = 5784\,K \cong 5511^\circ C$

Záření a pohlcování fyzikálně šedých povrchů

- Z křivek v Planckově diagramu obr. 1.12 vidíme, že absolutně černý povrch vyzařuje plynulé spektrum zářivosti, nepřerušované mezerami
- Pro většinu skutečných, tj. fyzikálně šedých povrchů, je křivka spektrální zářivosti rovněž nepřerušovaná a je podobná křivce černého tělesa
- Můžeme tedy napsat poměr:

$$\frac{E_{\lambda s}}{E_{\lambda c}} = konst. = \varepsilon < 1 \quad (1.53)$$

- Součinitel ε je stálý pro všechny vlnové délky a nazývá se **stupeň černosti** daného povrchu

Stefan-Boltzmannův zákon pro fyzikálně šedé těleso

$$E_s = \int_0^{\infty} E_{\lambda s} d\lambda = \int_0^{\infty} \varepsilon \cdot E_{\lambda c} d\lambda = \varepsilon \cdot \int_0^{\infty} E_{\lambda c} d\lambda = \varepsilon \cdot E_c = \varepsilon \cdot \sigma_c \cdot \Theta^4 \text{ (W;m}^{-2}\text{)} \quad (1.54)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} \quad (1.55)$$

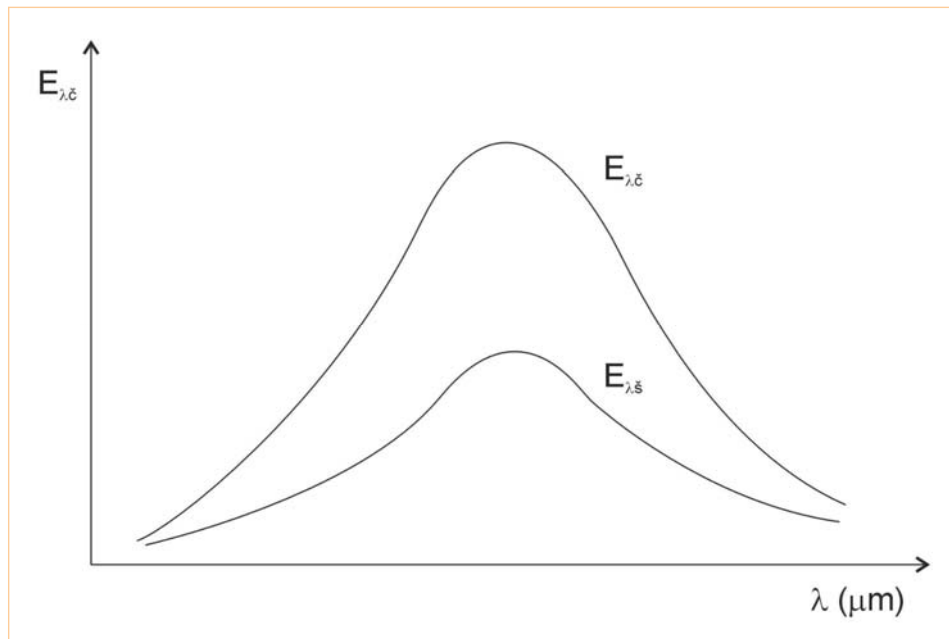
- ε je poměrný součinitel sálání
- Při výkladu Kirchhoffova zákona o záření jsme uvedli výraz A pro proměnnou pohltivost, která má stejnou hodnotu pro spektrální i úhrnnou zářivost
- Poměrná pohltivost absolutně černého povrchu $A_c = 1$, proto:

$$\frac{E_s}{A_s} = \frac{E_c}{A_c} = E_c \quad (1.56)$$

- E_s a E_c značí úhrnnou zářivost šedého a černého povrchu

$$A_s = \frac{E_s}{E_c} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma_c \cdot \Theta^4}{\sigma_c \cdot \Theta^4} = \varepsilon \quad (1.57)$$

- Můžeme tedy říci, že poměrná pohltivost A_s je číselně rovna stupni černosti ε uvažovaného povrchu
- **Uvažované poznatky můžeme shrnout do těchto bodů:**
 - úhrnná zářivost E_s fyzikálně šedého povrchu je $A_s = \varepsilon$ krát menší než úhrnná zářivost černého povrchu při téže teplotě
 - Čím intenzivněji nějaké těleso vyzařuje paprsky určité délky, tím silněji pohlcuje paprsky téže délky
 - Schopnost fyzikálně šedého povrchu pohlcovat záření, daná součinitelem A_s , nezávisí ani na vlnové délce, ani na teplotě



Obr. 1.13

Děkuji za pozornost

- Použitá literatura:
 - Halliday D., Resnick R., Walker J., Fyzika, Brno: VUTIUM 2003
 - Rada J., Elektrotepelná technika, Praha : SNTL 1985
 - Hradílek, Z.: Elektrické teplo, Skripta VŠB Ostrava 1989
 - Hradílek Z., Přednášky elektrotepelná technika
 - Internet
 - Youtube