

Modelování a simulace v elektrotechnice

Úvod do modelování a simulací

František Mach

Katedra teoretické elektrotechniky
Regionální inovační centrum elektrotechniky
Fakulta elektrotechnická
Západočeská univerzita v Plzni

1. cvičení, 22.9.2016

Obsah

- 1 Co je vlastně matematický model a simulace?**
- 2 Modelování a simulace ve vědě a technice**
- 3 Vymezení základních pojmu**
 - Formulace matematického modelu
 - Metody řešení matematického modelu
 - Obecný postup tvorby modelu
 - Verifikace výsledků
 - Abstrakce matematického modelu
- 4 Průběh cvičení a podmínky absolvování předmětu**
 - Cíle předmětu
 - Informace o cvičení
 - Plán cvičení
 - Samostatná práce a zápočtový test
- 5 Malý sociální experiment**

Co je vlastně matetický model a simulace?

1 Co je vlastně matetický model a simulace?

2 Modelování a simulace ve vědě a technice

3 Vymezení základních pojmu

- Formulace matematického modelu
- Metody řešení matematického modelu
- Obecný postup tvorby modelu
- Verifikace výsledků
- Abstrakce matematického modelu

4 Průběh cvičení a podmínky absolvování předmětu

- Cíle předmětu
- Informace o cvičení
- Plán cvičení
- Samostatná práce a zápočtový test

5 Malý sociální experiment

Co je vlastně matetický model a simulace?

"Předně, co je to vlastně modelování? Pokud slovník anglické „modeling“ vůbec nějak překládá, hovoří např. o „napodobování“ nebo „práci modelek“. Vynechám modelování pomocí atraktivních mladých „modelů“ a soustředím se, jak nadpis předjímá, na modelování pomocí matematiky. Takové modelování napodobuje určitý výsek reality tím, že se snaží ujasnit základní zákonitosti, např. fyzikální, mechanické, biologické, ekonomické, které jej řídí, a formulovat je matematickými rovnicemi či nerovnicemi, případně jejich soustavami. Ty dále analyzuje co se týká třeba existence a vlastností jejich řešení, a navrhuje teoreticky podložené metody jejich (alespoň přibližného) řešení. Tako připravené modely pak počítačově implementuje, provádí simulace, identifikuje parametry modelu či vstupní data. Výsledky pak vizualizuje a interpretuje, případně užívá k optimalizaci."

:

"Matematické modelování se stává prostředkem poznání i relativně levnou technologií. Doplňuje dostupné experimenty nebo nahrazuje experimenty technicky, ekonomicky, či eticky neproveditelné v realitě. Umožňuje predikce nebo naopak pohledy do dávné minulosti překlenující miliony let. Zprostředuje nebo doplňuje pohledy do nedostupných hlubin Země či dalekých mimozemských objektů, nebo naopak mikro- či nano-objektů třeba elektroniky, moderních materiálů (např. kompozitů) či živých buněk. Umožňuje výpočet kvantitativní citlivosti na změnu dat (což je v reálných systémech zpravidla zcela nedostupná informace), a pak vyzkoušením velkého množství situací efektivním způsobem vybrat nejlepší z nich (tzv. optimalizace, optimální návrh, či optimální řízení)."

[Tomáš Roubíček: Zářné zítřky matematického modelování?, Vesmír 91, 2012]

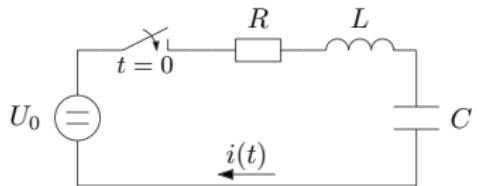
Matematický model

Matematický model představuje abstrakci reálného systému, která jej pomocí matematického aparátu popisuje a umožňuje zkoumat jeho vlastnosti.

"There is no point in trying to be too precise in defining the term mathematical model: we all understand that it is some kind of mathematical statement about a problem that is originally posed in non-mathematical terms. Some models are explicative: that is, they explain a phenomenon in terms of simpler, more basic processes."

[Sam Howison: Applied Mathematics Modelling, Analysis, Approximation, 2003]

Jednoduchý příklad (přechodový jev v sériovém obvodu RLC):



$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = U_0$$

$$U_0 = 10 \text{ V}, i(t_0) = 0$$

$$R = 2 \Omega, L = 3 \cdot 10^{-3} \text{ H}, C = 1 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

Obrázek: Schéma zapojení obvodu

Co je vlastně matematický model a simulace?

Počítačová simulace

Počítačová simulace je využití počítačového programu k analýze chování matematického modelu.

```
function [] = seriovy_obvod_RLC()

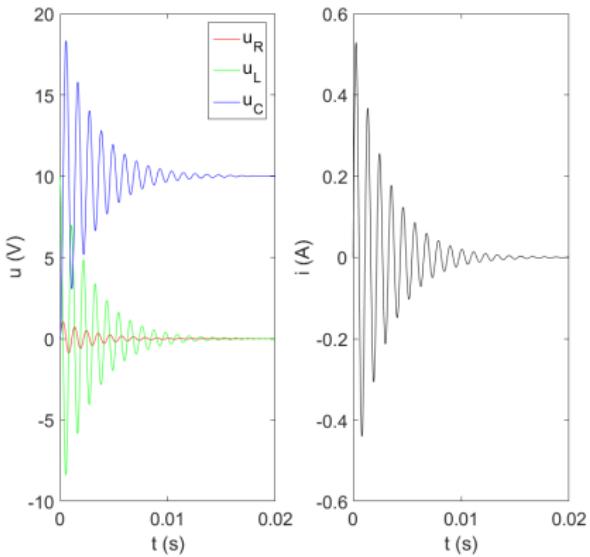
U0 = 10;
R = 2; L = 3e-3; C = 1e-5;

function duidt = rce(t, ui)
    duidt = [ui(2) / C;
              (U0 - ui(1) - R*ui(2)) / L];
end

UC0 = 0; I0 = 0;
[t, ui] = runge_kutta(@rce, [0, 0.02], ...
                      [UC0, I0], 1e3);

UC = ui(:, 1); I = ui(:, 2);
UR = R*I;
UL = U0 - UC - UR;

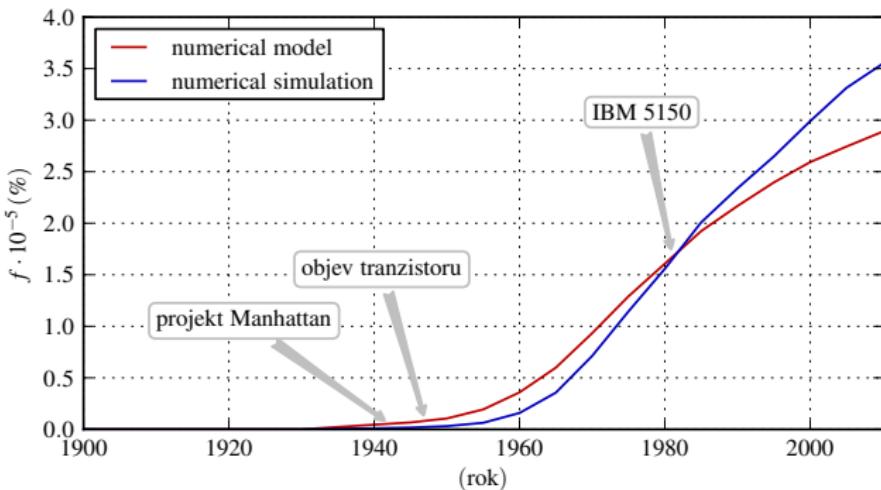
end
```



Obrázek: Výsledky simulace (časová závislost napětí a proudu na jednotlivých pasivních prvcích obvodu)

Co je vlastně matetický model a simulace?

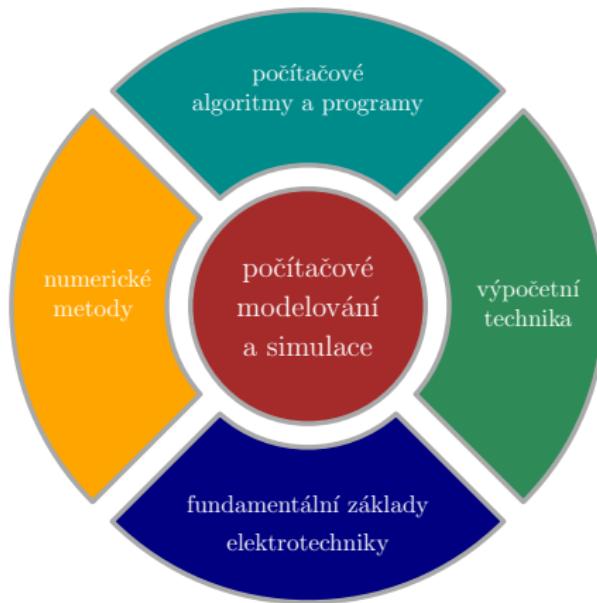
Rapidní rozvoj v oblasti modelování a simulací začal v druhé polovině 20. století a to především díky rozvoji v oblasti výpočetní techniky, který umožnil vývoj nových numerických metod a tím samozřejmě umožnil řešit stále složitější modely a simulace.



Obrázek: Četnost výskytu daných sousloví f v anglicky psané literatuře

Co je vlastně matetický model a simulace?

Reálné modely a simulace v elektrotechnice jsou vždy řešeny s využitím počítačů. Počítačové modelování v elektrotechnice pak zahrnuje čtyři základní odvětví, mezi které patří fundamentální základy elektrotechniky (teorie elektrických obvodů a elektromagnetického pole), numerické metody, počítačové algoritmy a programy a také výpočetní technika.



1 Co je vlastně matematický model a simulace?

2 Modelování a simulace ve vědě a technice

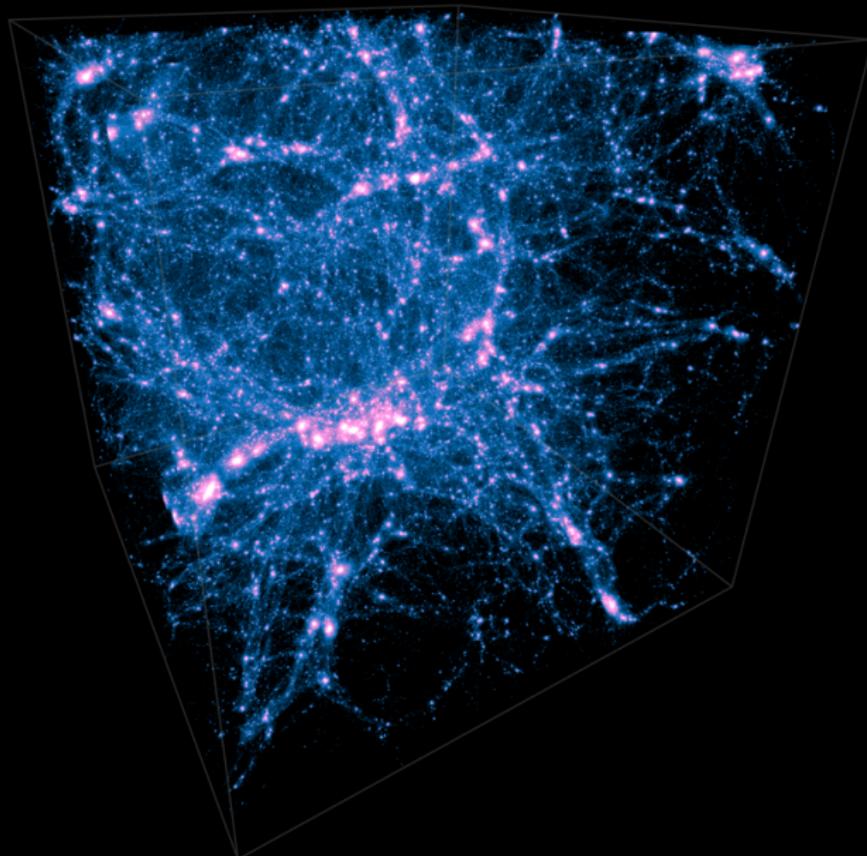
3 Vymezení základních pojmu

- Formulace matematického modelu
- Metody řešení matematického modelu
- Obecný postup tvorby modelu
- Verifikace výsledků
- Abstrakce matematického modelu

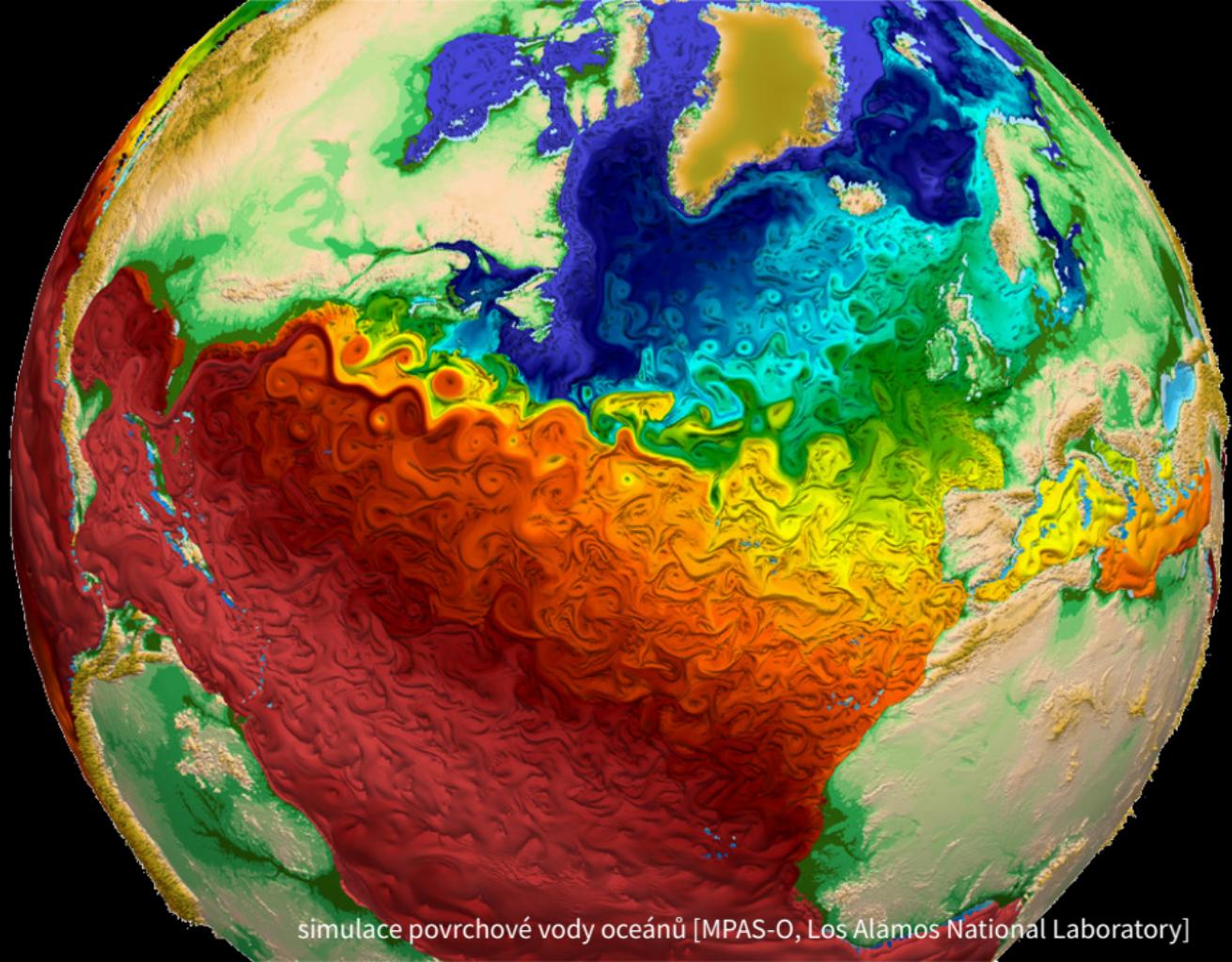
4 Průběh cvičení a podmínky absolvování předmětu

- Cíle předmětu
- Informace o cvičení
- Plán cvičení
- Samostatná práce a zápočtový test

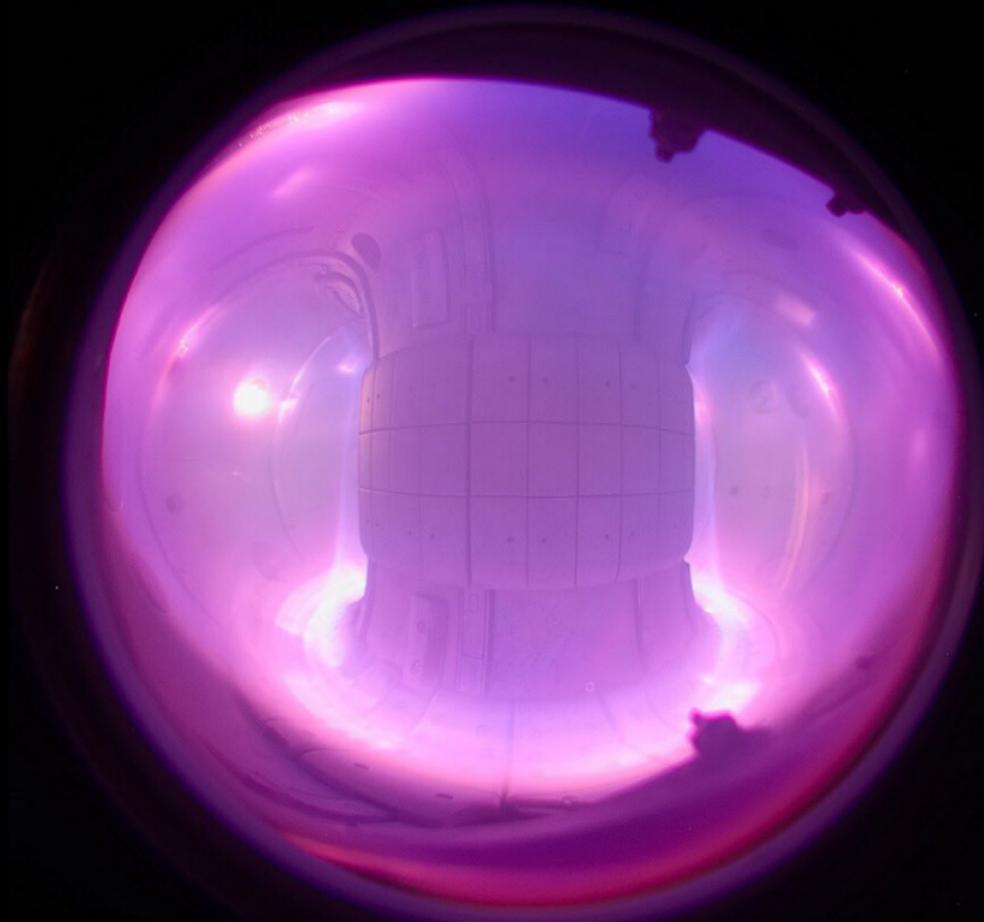
5 Malý sociální experiment



simulace vývoje vesmíru [Illustris simulation]



simulace povrchové vody oceánů [MPAS-O, Los Alamos National Laboratory]



hořící plasma v komoře tokamaku COMPASS [Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i.]



detektor častic Compact muon Solenoid (CMS) [LHC/CERN]



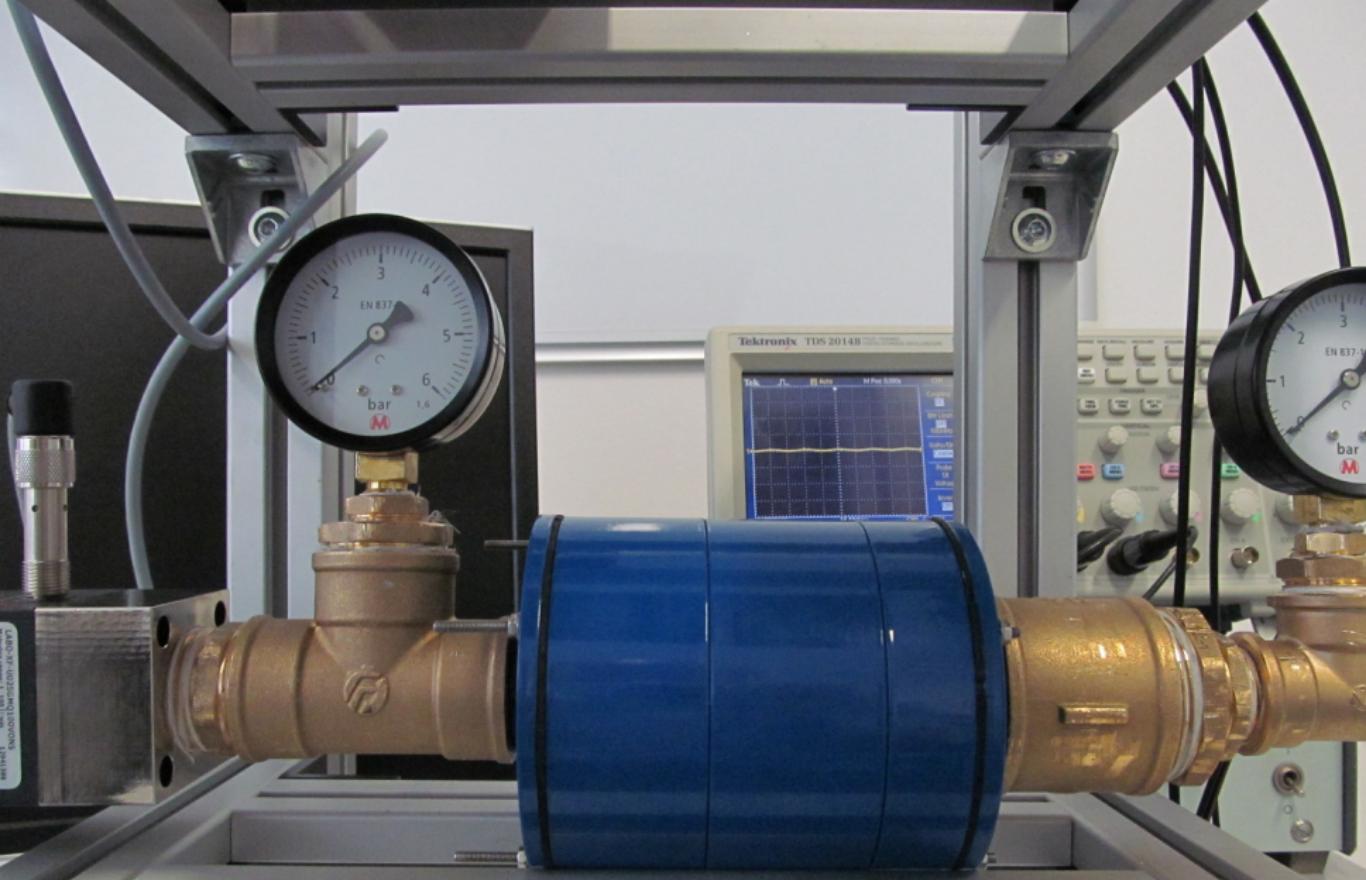
koncepcja Boeing Blended Wing Body [Boeing, Robert Ferguson]



prototyp supersonického vozu [BLOODHOUND SSC]



Sebastian Kienle (Kona 2014) na kole Scott Plasma [Scott Sports SA]



elektromagnetický ventil TROMAG Valve 2PM [Martin Kurfířt]

Vymezení základních pojmu

1 Co je vlastně matematický model a simulace?

2 Modelování a simulace ve vědě a technice

3 Vymezení základních pojmu

- Formulace matematického modelu
- Metody řešení matematického modelu
- Obecný postup tvorby modelu
- Verifikace výsledků
- Abstrakce matematického modelu

4 Průběh cvičení a podmínky absolvování předmětu

- Cíle předmětu
- Informace o cvičení
- Plán cvičení
- Samostatná práce a zápočtový test

5 Malý sociální experiment

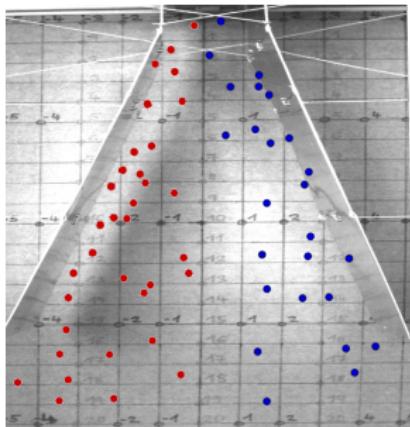
Vymezení základních pojmu

Formulace matematického modelu

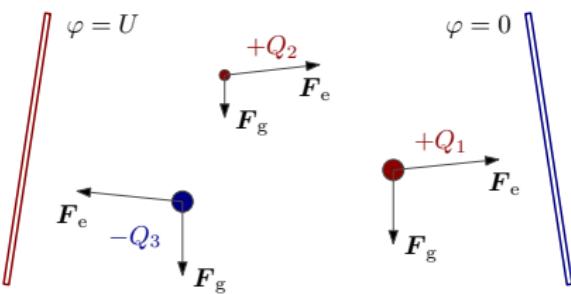
Matematické modelování tedy představuje proces, při kterém se snažíme převést realitu na model, který tuto realitu popisuje a následně jej řešit za účelem analýzy chování reálného systému. Můžeme rozlišit dva základní modely a to

- **fyzikální model** (fyzikální popis reality) a
- **matematický model** (rovnice popisující daný fyzikální model).

Při vytváření fyzikálního i matematického modelu se vždy dopouštíme určitých zjednodušení, která výsledky řešení zkreslují. Při formulaci modelu se těmto chybám musíme snažit vyhnout.



Obrázek: Experiment separace plastových částic v elektrostatické separátoru [Brabec, Kacerovský]



Obrázek: Zjednodušený fyzikální model pohybu částic v elektrostatickém poli

Vymezení základních pojmu

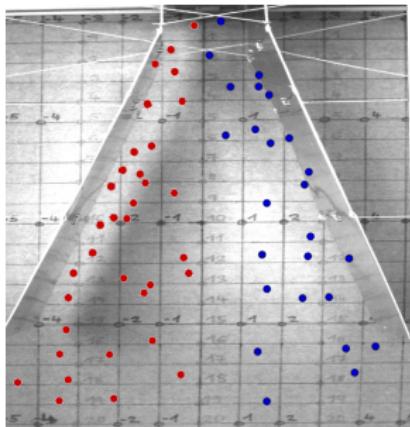
Formulace matematického modelu



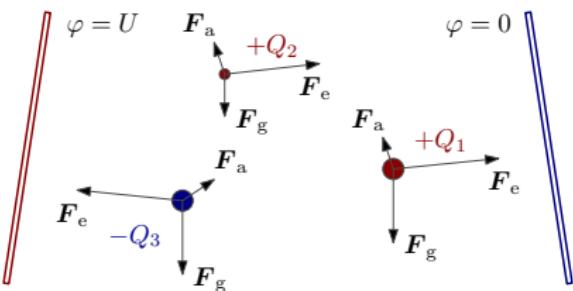
Matematické modelování tedy představuje proces, při kterém se snažíme převést realitu na model, který tuto realitu popisuje a následně jej řešit za účelem analýzy chování reálného systému. Můžeme rozlišit dva základní modely a to

- **fyzikální model** (fyzikální popis reality) a
- **matematický model** (rovnice popisující daný fyzikální model).

Při vytváření fyzikálního i matematického modelu se vždy dopouštíme určitých zjednodušení, která výsledky řešení zkreslují. Při formulaci modelu se těmto chybám musíme snažit vyhnout.



Obrázek: Experiment separace plastových částic v elektrostatické separátoru [Brabec, Kacerovský]



Obrázek: Zjednodušený fyzikální model pohybu částic v elektrostatickém poli

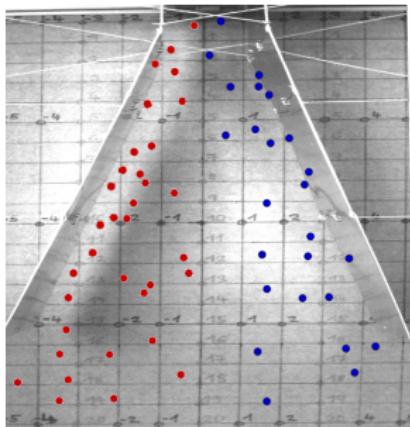
Vymezení základních pojmu

Formulace matematického modelu

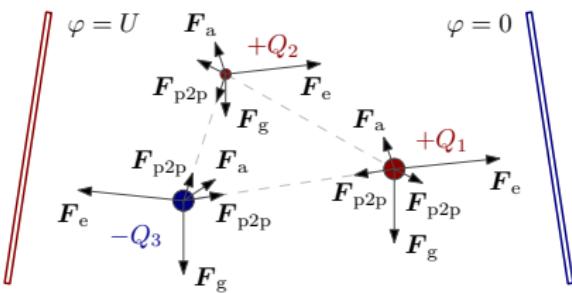
Matematické modelování tedy představuje proces, při kterém se snažíme převést realitu na model, který tuto realitu popisuje a následně jej řešit za účelem analýzy chování reálného systému. Můžeme rozlišit dva základní modely a to

- **fyzikální model** (fyzikální popis reality) a
- **matematický model** (rovnice popisující daný fyzikální model).

Při vytváření fyzikálního i matematického modelu se vždy dopouštíme určitých zjednodušení, která výsledky řešení zkreslují. Při formulaci modelu se těmto chybám musíme snažit vyhnout.



Obrázek: Experiment separace plastových částic v elektrostatické separátoru [Brabec, Kacerovský]



Obrázek: Zjednodušený fyzikální model pohybu částic v elektrostatickém poli

Pro řešení formulovaného matematického modelu je možné obecně využít

- analytické metody a
- metody numerické.

Analytické metody

Analytické metody umožňují získat obecné řešení (řešení v uzavřeném tvaru) a dávají tak úplnou představu o chování daného modelu. Často je však nutné pro řešení využít složitý matematický aparát a pro praktické problémy je tak mnohdy řešení nemožné. V současné době jsou analytické metody na ústupu a využívají se jen ve specifických případech.

Numerické metody

Numerické metody umožňují řešit velmi složité a komplexní úlohy. Ve většině případů však vedou k řešení jedné konkrétní varianty modelu (řešení je vždy závislé na vstupních parametrech modelu). Pro komplexní analýzu je tak nutné provádět řešení opakovaně se změnou dílčích parametrů. Při numerickém řešení matematického modelu je nutné dále rozlišovat

- **numerický model** (algoritmus řešení matematického modelu) a
- **počítačový model** (programová implementace numerického modelu - počítačový program).

Při využití numerických metod je vždy nutné věnovat značnou pozornost **konvergenci řešení** a také **stabilitě metody**. Je však velmi důležité si uvědomit, že na základě konvergence nelze vyloučit chyby způsobené nesprávně sestaveným fyzikálním, nebo matematickým modelem. Tedy i fyzikálně ne-reálný model může při numerickém řešení konvergovat a může tak mít řešení. Toto řešení však samozřejmě neodpovídá modelované realitě!

Při implementaci numerické metody je velmi důležité sledovat chyby počítačového modelu, mezi které patří především **zaokrouhlovací chyby** (pozor na šíření chyby při opakovaných operacích).

Konvergence

Konvergence numerické metody udává, zda použití této metody vede k řešení modelu. Pokud metoda konverguje k jednomu řešení je možné jej označit za dostatečnou approximaci řešení přesného.

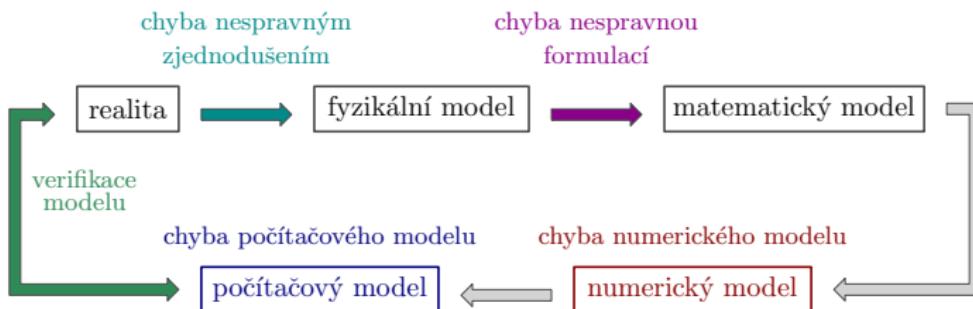
Stabilita

Stabilita numerické metody udává, jak se mění řešení získané metodou na základě změny vstupních parametrů modelu. Pokud způsobí malá změna vstupních parametrů velkou změnu výsledku řešení je metoda nestabilní a může vést k velmi nepřesným výsledkům.

Vymezení základních pojmu

Obecný postup tvorby modelu

Při vytváření modelu se tedy vždy dopouštíme chyby nesprávným zjednodušením reality při sestavení fyzikálního modelu (nerespektování všech důležitých jevů), následně pak nesprávnou formulací matematického modelu (použití modelu nerespektujícího fyzikální podstatu problému). Pokud využíváme numerické řešení, vždy se uplatňují chyby numerické metody (např. chyby způsobené diskretizací) a dále také chyby počítačového modelu (především zaokrouhlovací chyby).



Obrázek: Obecný postup tvorby modelu a chyby

Výsledky řešení modelu je vždy nutné následně ověřit, přitom můžeme využít několik metod, mezi které patří

- konvergenční analýza,
- vyšetření vlastností matematického modelu,
- vyšetření vlastností numerické metody a
- srovnání výsledků s experimentem.

Konvergenční analýza

Konvergenční analýza je základní metoda verifikace výsledků modelu a musí být vždy provedena. Základní princip spočívá v postupném zpřesňování modelu pomocí dostupných možností (zmenšení kroku metody, použití více iterací, snížení relativní chyby řešení, atd.). Pokud se výsledek výpočtu nemění, můžeme výsledek řešení považovat za dostačující approximaci přesného řešení modelu.

Srovnání výsledků s experimentem

Nejlepším způsobem jak provést verifikaci výsledků je však vždy srovnání výsledků řešení s reálným experimentem. Tato metoda je však často komplikovaná (někdy dokonce nemožná) a samozřejmě také časově náročná a finančně nákladná.

Při modelování fyzikálních systémů si lze povšimnout, že velmi odlišné fyzikální děje popisují formálně stejné matematické modely. Abstrakcí reality k matematickému modelu tak získáme velmi silný nástroj, kterým lze velmi odlišné fyzikální děje řešit stejným způsobem a není nutné měnit numerický ani počítačový model. Uvedeme například podobnost modelu elektrostatického a teplotního pole, nebo přechodových jevů v elektrických obvodech a dynamiky mechanických systémů.

Sériový RLC obvod

Přechodový děj, který vznikne po připojení stejnosměrného zdroje k sériovému RLC obvodu lze popsat rovnicí

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = U_0 ,$$

kde L značí indukčnost cívky, i proud obvodem, R odpor rezistoru, C kapacitu kondenzátoru a U_0 napětí připojeného zdroje.

Pružinový oscilátor

Dynamiku pohybu závaží zavěšeného na pružině (uvažujeme kmity pouze v jednom směru) lze popsat rovnicí

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha \frac{dy}{dt} + ky = 0 ,$$

kde m je hmotnost závaží, y jeho pozice, α koeficient tření závaží o vzduch a konečně k tuhost pružiny.

1 Co je vlastně matematický model a simulace?

2 Modelování a simulace ve vědě a technice

3 Vymezení základních pojmu

- Formulace matematického modelu
- Metody řešení matematického modelu
- Obecný postup tvorby modelu
- Verifikace výsledků
- Abstrakce matematického modelu

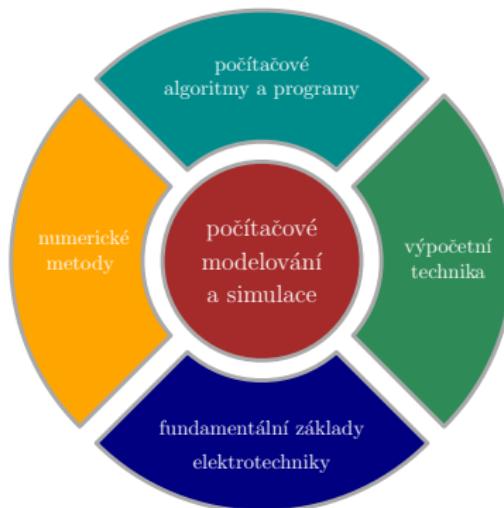
4 Průběh cvičení a podmínky absolvování předmětu

- Cíle předmětu
- Informace o cvičení
- Plán cvičení
- Samostatná práce a zápočtový test

5 Malý sociální experiment

Hlavním cílem předmětu je seznámit studenty se základní tvorbou modelů fyzikálních procesů a naučit je využít tyto modely při simulacích reálných zařízení a to především z oblasti elektrotechniky, ale také z dalších oblastí současné techniky. Mezi dovednosti, které by měl student v předmětu získat patří

- sestavení fyzikálního modelu,
- formulace matematického modelu,
- výběr vhodného numerického modelu,
- implementace počítačového modelu,
- zhodnocení výsledků řešení a jejich verifikace a
- využití modelu pro pokročilé simulace.



V průběhu jednotlivých cvičení bude vždy probrána potřebná teorie¹, hlavní důraz však bude kladen na samostatnou práci studentů. Cílem bude pochopit probírané algoritmy, jejich implementaci v prostředí MATLAB a následně jejich využití pro řešení modelových příkladů a také praktických problémů z oblasti elektrotechniky.

Samostatná práce studenta bude následně nutná pro úspěšné zvládnutí samostatného projektu a zápočtového testu, proto je důležité, aby student bezpečně ovládnl základy programování v prostředí MATLAB.

Pro absolvování předmětu je nutné

- vypracovat samostatný projekt (60 bodů),
- úspěšně splnit zápočtový test (40 bodů).

Pro získání zápočtu je přitom nutné získat v součtu nejméně 80 bodů.

¹Co nemůžeš povědět do 30 minut, nechť zůstane tajemstvím.

- Úvod do modelování a simulací
- Elektrické obvody v ustáleném stavu (metody řešení soustav lineárních algebraických rovnic)
- Přechodové jevy v elektrických obvodech (metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic)
- Magnetické obvody (metody řešení nelineárních algebraických rovnic), ekvivalentní elektrické obvody
- Dynamika a kinematika tuhých těles
- Laboratorní cvičení
- Trasování pohybu částic v elektromagnetickém poli
- Elektromagnetické pole (metody řešení parciálních diferenciálních rovnic)
- Zápočtový test
- Hodnocení samostatných projektů, udílení zápočtů, konzultace

Doplňující přednášky a semináře:

- Pokročilé algoritmy optimalizace, plánování a strojového učení (4.10.2016)

Cílem samostatného projektu je aplikace získaných znalostí na konkrétní zadaný problém. Základní podmínkou je vytvoření funkčního modelu dle zadání a také souhrnné zprávy, která musí obsahovat

- stručný úvod do problematiky,
- formulaci problému,
- popis řešeného matematického modelu,
- komentář ke zvolené implementaci modelu,
- zobrazení získaných výsledků a
- zhodnocení výsledků a práce.

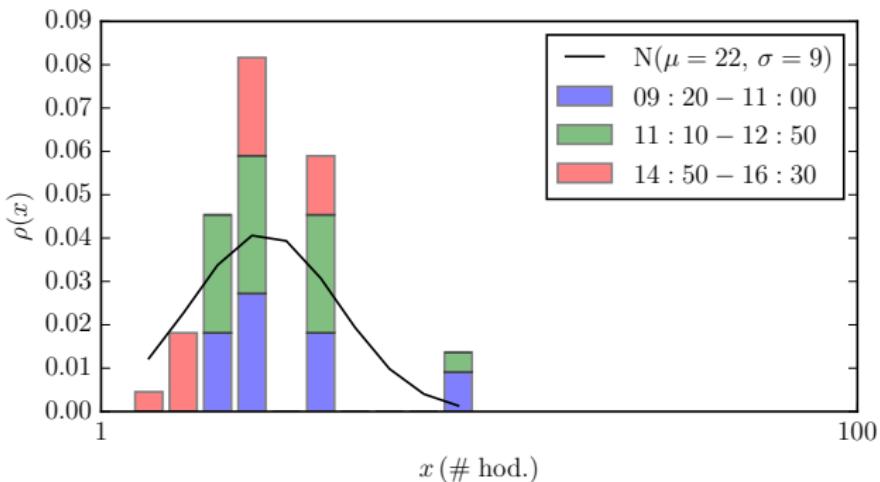
Zprávu je nutné odevzdat elektronicky ve formátu PDF. Následně je nutné práci obhájit společně s předvedením funkčního modelu.

Reusability is more valuable than reproducibility.
[Gael Varoquaux]

Zápočtový test se bude skládat ze dvou části, teoretické a praktické. V teoretické části se bude testovat znalost probrané látky během semestru. V praktické části pak budou studenti modelovat zadaný systém pomocí programu Simulink, případně vytvářet jednoduchý program v jazyku MATLAB.

- 1 Co je vlastně matematický model a simulace?**
- 2 Modelování a simulace ve vědě a technice**
- 3 Vymezení základních pojmu**
 - Formulace matematického modelu
 - Metody řešení matematického modelu
 - Obecný postup tvorby modelu
 - Verifikace výsledků
 - Abstrakce matematického modelu
- 4 Průběh cvičení a podmínky absolvování předmětu**
 - Cíle předmětu
 - Informace o cvičení
 - Plán cvičení
 - Samostatná práce a zápočtový test
- 5 Malý sociální experiment**

"Odhadněte kolik **svého** času budete věnovat práci na svém samostatném projektu."



Obrázek: Odhad počtu hodin strávených při práci na samostatném projektu podle studentů na jednotlivých cvičeních (graf zobrazuje rozložení pravděpodobnosti a její hustoty ρ)