



Fakulta elektrotechnická
Katedra technologií a měření

KET/RJTD

4. přednáška – Nástroje pro řízení a zdokonalování kvality (pokračování)

3.4 Paretova analýza (str. 50)



- Paretův princip
- formulován jako nástroj ŘQ v r. 1980, kdy dr. Juran zjistil, že „nepravidelné rozložení kvality přináší vyšší ztráty“
- jev pojmenován podle italského ekonoma Vilfreda Pareta (již v 19. století zjistil nepravidelnost v rozložení bohatství mezi lidmi, největší část bohatství je vlastněna relativně malou skupinou osob)
- Princip 80% – 20% (až 95 – 5)

- je potvrzeno, že většina následků má původ v relativně malém počtu příčin,
- v oblasti kvality bylo nejčastěji se vyskytujících 5 – 20 % typů příčin nazváno „životně důležitou menšinou“
- naopak 80 – 95 % příčin, které se vyskytují mnohem méně, bylo nazváno „triviální většinou“
- protože platí, že je nutné věnovat pozornost všem negativním jevům ve výrobě, byl pojem „triviální většina“ přejmenován na „užitečnou většinu“



- Paretova analýza se používá:
- při rozhodování o opatřeních při snižování ztrát neshodných výrobků,
- v mnoha oblastech řízení výrobních organizací, např.:
 - zvýšení odbytu,
 - redukce potřebných zásob,
 - zlepšení organizace nákupu materiálu,
 - snížení nákladů na údržbu a opravy, atd.



● formulování cílů Paret. analýzy

- volba vhodných ukazatelů u zkoumaných statistických jednotek (výroby, funkční skupiny, vybrané vlastnosti výrobku, druhy neshod na daném výrobku apod.)

- zápis dat do prvotní tabulky1 (kvantifikace)
- uspořádání dat v tabulce 2 od největší četnosti k nejmenší

- provedení kumulativního součtu – kumulativní Lorenzova křivka

- Celkový kumulativní součet = 100 %

- stanovení kritéria pro rozhodování (např. 60 %)!!

5

● formulování cílů Paret. analýzy

- vyjádření kumulativního součtu jednotlivých neshod v % z celkového počtu hodnot
- kritérium pro rozhodování (např. 60 %) se označí na grafu
- Je patrné, které neshody je nutné odstranit pro splnění tohoto kritéria

grafické znázornění analýzy

osa x: zkoumané jednotky (neshody)

osa y: ztráty v Kč, četnost neshod, rizika apod.

4. týden

© Tůmová

6

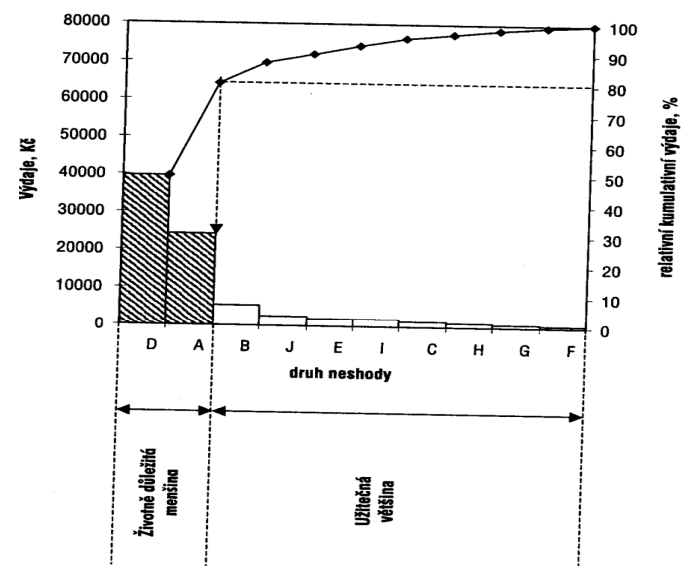
Tab. 10.1: Příklad tabulky prvotních údajů pro zpracování Paretova diagramu (výdaje vztahující se k výskytu neshod za hodnocené období).

Druh neshody	Výdaje, Kč	Druh neshody	Výdaje, Kč
A	24200	F	900
B	5600	G	900
C	1300	H	1100
D	39800	I	2000
E	2100	I	2500

Tab. 10.2: Tabulka hodnot pro sestavení Paretova diagramu

Druh neshody	Výdaje, Kč	Kumulativní výdaje, Kč	Relativní kumulativní výdaje, %
D	39800	39800	49,75
A	24200	64000	80,00
B	5600	69600	87,60
J	2500	72100	90,13
E	2100	74200	92,75
I	2000	76200	95,25
G	1300	77500	96,88
H	1100	78600	98,25
G	900	79500	99,38
F	900	80400	100

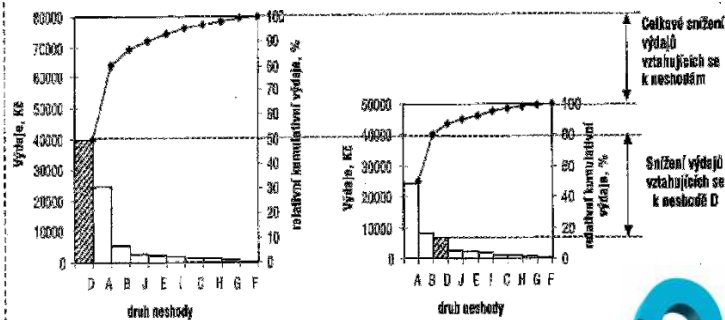
4. týden



3: Paretův diagram a identifikace životně důležité menšiny při přesné platnosti pravidla 80/20

8

7. Posouzení účinnosti nápravných opatření na základě porovnání Paretoových diagramů sestavených na základě údajů získaných před a po provedení opatření



4. týden

© Tůmová

9

- **analýza** může být uplatněna:
- prostou četností jednotlivých položek (mají-li ukazatele stejnou důležitost),
- Při různé závažnosti jednotlivých položek (neshod) se přiřazují určité **váhy** (tj. bodové hodnocení dle závažnosti – 1, 5, 20, 100 apod.):
 - tím může dojít k přeskupení jednotlivých položek v původním grafu,
 - i méně četné závady s velkou váhou mohou představovat značnou finanční ztrátu

- **pozn.** výpočet nositele příčin ztrát = četnost \times váha \times cena v Kč

4. týden

© Tůmová

10

Hodnoty nesetříděné,
viz diagram nebo Tabulka 1



Obr. 3.3: Diagram ztrát

Hodnoty setříděné, viz tabulka 2

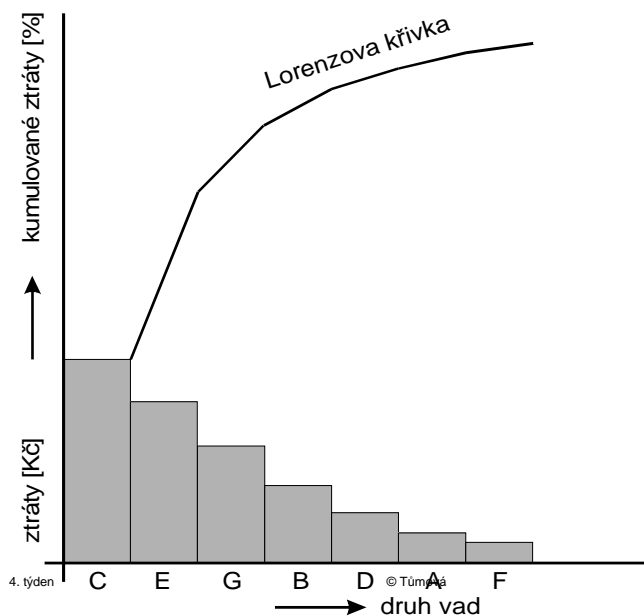
Druhy vad na výrobku	Ztráty (Kč)	Kumulované ztráty (Kč)	Kumulované ztráty (%)
C	$600 \cdot 10^3$	$600 \cdot 10^3$	37,5
E	$500 \cdot 10^3$	$1100 \cdot 10^3$	68,7
G	$240 \cdot 10^3$	$1340 \cdot 10^3$	83,8
B	$120 \cdot 10^3$	$1460 \cdot 10^3$	91,1
D	$80 \cdot 10^3$	$1540 \cdot 10^3$	96,2
A	$40 \cdot 10^3$	$1580 \cdot 10^3$	98,7
F	$20 \cdot 10^3$	$1600 \cdot 10^3$	100,0
CELKEM	$1600 \cdot 10^3$	-	-

4. týden

© Tůmová

11

grafické znázornění analýzy



Paretův diagram

4. týden

© Tůmová

12

3.5 Histogramy (str. 52)



- sběr dat do tabulek, protokolů a deníků je u velkých souborů nepřehledný
- histogramy jsou mnohem přehlednější
- Určení počtu sloupců histogramu:

Rozsah výběru	Počet sloupců
Do 50	5 - 7
50 - 100	6 - 10
101 - 150	7 - 12
Nad 500	10 - 12

4. týden

© Tůmová

13

3.5.1 Sestavování základních dat (str. 52)



- vytvoření skupinového rozdělení četností – vytvoříme třídy (skupiny, intervaly)

malý počet různých číselných hodnot

- při malém počtu různých číselných hodnot (např. 32,0; 32,1; 32,2; ...; 33,0), kdy každá číselná hodnota tvoří samostatnou třídu, existuje jediná hodnota znaku X_j , kterou nazýváme třídní znak

- často se využívá i tzv. čárková metoda:

např. 32,0 /// 32,1 / 32,2 ////

4. týden

© Tůmová

14

velký počet různých číselných hodnot

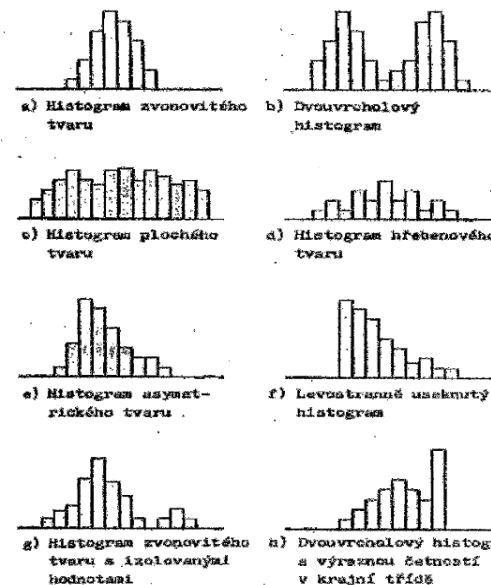


- při velkém počtu různých číselných hodnot (např. 32,001; 32,002; ...; 33,000) seskupíme různé hodnoty do jednoho intervalu (třídy, skupiny)
- každá číselná hodnota musí být jednoznačně zařazena do určitého intervalu:
- např. 9,01 – 9,50 a 9,51 – 10,00 nebo 9,00 – 9,49 a 9,50 – 9,99,
- chybně jsou zvoleny intervaly o rozpětí 9,00 – 9,50 a 9,50 – 10,00

4. týden

© Tůmová

15



4. týden

© Tůmová

16

- je-li k (nebo m) počet intervalů (tříd),
 n celkový počet údajů (měření),
 h šířka (délka) intervalu (třídy)



- pak rozpětí souboru dat $R = X_{\max} - X_{\min}$
- vhodný počet intervalů (tříd) k – různé metody výpočtu

$$k_1 = R / h$$

$$k_2 = 1 + 3,3 \log n \text{ (pro velký počet měření)}$$

$$k_3 = 5 \log n$$

$$k_4 = \sqrt{n}$$

Pro $n = \text{konst.}$, je počet tříd $k_2 < k_3 < k_4$

- volba šířky 1 intervalu (třídy, sloupce) h
 (šířky tříd se volí obvykle stejně široké)



Šířka intervalu $h = R / \text{počet intervalů}$,

nebo

$$h = 0,08 R$$

nebo

$$h \leq \frac{R}{12} \leq 2h$$

$$0,05 R \leq h \leq 0,08 R$$

$$0,05 R \leq h \leq 0,12 R$$

- data pro vytvoření histogramu se uspořádají do tabulky rozdělení četností, která obsahuje



- třídní interval j -té třídy

$$X_{j \max} - X_{j \min}$$

- třídní znak (střed intervalu) j -té třídy

$$\overline{X}_j = \frac{1}{2} (X_{j \max} + X_{j \min})$$

- absolutní, resp. relativní četnost

$$n_j \text{ resp. } f_j = n_j / n$$

- kumulativní absolutní (její obalová plocha je distribuční funkce), resp. kumulativní relativní četnost



$$N_j = \sum_{j=1}^k n_j \quad \text{resp.} \quad F_j = \sum_{j=1}^k f_j$$

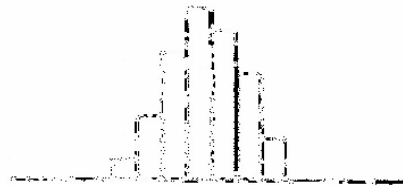
- celková kumulativní relativní četnost

$$F_j = \sum_{j=1}^k f_j = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j = \frac{1}{n} n = 1$$

3.5.2 Tvary histogramů (str. 54)

histogram zvonovitého tvaru

- představuje $N(\mu, \sigma^2)$ – tento histogram je ideální, jeho obal. plochou je Gaussova křivka
- vznikne tam, kde je proměnlivost vyvolána velkým počtem náhodných příčin,
- z nichž každá se podílí na celkové změně jen velmi malou složkou



4. týden

21

dvouvrcholový histogram

- charakterizován výrazným sedlem v okolí středu a dvěma vrcholy po obou stranách sedla
- vzniká obvykle spojením 2 souborů vzniklých za částečně odlišných podmínek,
- např. při smíšení dvou různých výrobních dávek ze dvou výrobních zařízení, dvou odlišně tepelně zpracovaných dávek, apod.

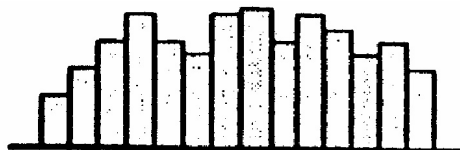


4. týden

22

histogram plochého tvaru

- nemá výrazné vrcholy, na stranách ukončen symetricky
- průběh nastává např. při studiu změny průměru válečků vyráběných z tyčového materiálu (v průběhu obrábění způsobí opotřebení nože nárůst jejich průměru)
- podobný průběh je i při spojení více výrob. dávek vyrobených na zařízeních stejně přesných ale nastavených na různé úrovně



4. týden

23

histogram hřebenovitého tvaru

- charakteristické je pravidelné střídání vyšších a nižších hodnot v jednotlivých třídách
- v praxi je tento průběh vyvolán:
- přítomností chyb měření,
- nerespektováním přesnosti měření, začleňováním hodnot do intervalů
- nebo přítomností systematické chyby při zaokrouhlování



4. týden

© Tůmová

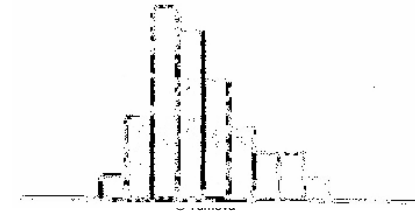
24



- při malých diferencích mezi četnostmi v sousedních třídách by v krajním případě mohlo jít o plochý diagram
- proto se doporučuje znovu přezkoumat postup, jak byly získány údaje, jakým způsobem byly zaokrouhleny výsledky měření, apod.
- až po vyloučení těchto skutečností se hledají další příčiny vzniku histogramu tohoto tvaru

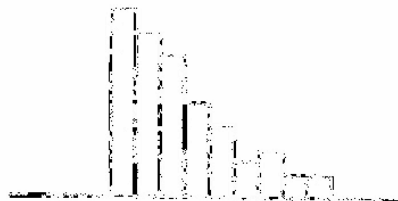
histogram asymetrického tvaru

- je-li vrchol umístěn nalevo od středu pole kolísání údajů, jedná se o tzv. pozitivní šikmost, v opačném případě šikmost negativní,
- takové rozdělení se interpretuje z různých pohledů
- např. nakloněné normální rozdělení (šikmost) nebo logaritmicko-normální rozdělení



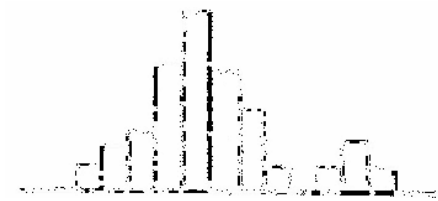
levostranně useknutý histogram

- má obvykle 1 vrchol; je jedno-, popř. oboustranně strmě ukončen
- důvodem bývá třídicí kontrola –
- ta vyřadí ze souboru výrobky, jejichž parametry leží nad mezní hodnotou T_H horního tolerančního pole nebo pod hodnotou T_D dolního tolerančního pole
- čím je rozptýlení výrob. procesu větší než toleranční pole, tím výraznější je useknutí



histogram zvonovitého tvaru s izolovanými hodnotami

- kromě základního skupinového rozdělení existuje malá separovaná skupina údajů
- ačkoliv tento typ rozdělení vypadá jako dvouvrcholový histogram, jde většinou o přítomnost tzv. odlehlých hodnot

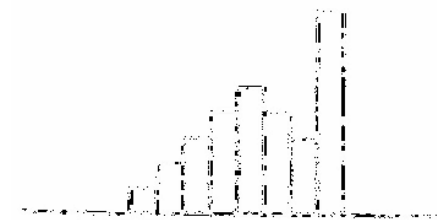


- je třeba rozhodnout:
- jde o odlehlé hodnoty (pomocí tzv. testů odlehlé hodnoty) a ze souboru je vyřadit,
- nebo hodnoty patří do souboru a jejich velikost a počet svědčí:
 - o nedostatečné třídící kontrole,
 - chybném měření vzorků nebo
 - špatném zápisu, apod.



dvouvrcholový histogram s výraznou četností v krajní třídě

- diagram svědčí :
- o zkreslených údajích, nebo
- nevhodně připraveném a špatně poznamenaném experimentu, jehož výsledky jsou nepoužitelné



3.6 Bodové diagramy, stochastická závislost, korelační analýza (str. 57)



- existují různé typy stochastických závislostí

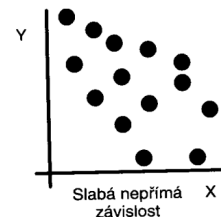
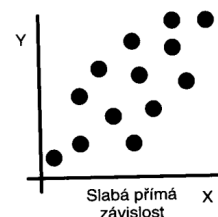
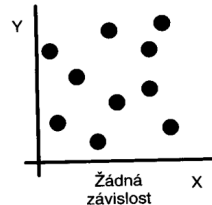
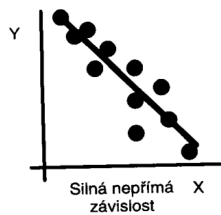
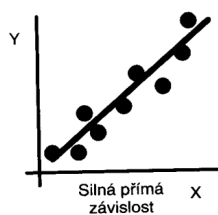
- 1. body jsou rozmístěny po celé ploše diagramu;
jednotlivým hodnotám nezávisle proměnné x odpovídají libovolné hodnoty proměnné y – **hodnoty nekorelují**

- 2. čím těsněji jsou body soustředěny kolem regresní přímky, tím silnější je vzájemná závislost – **korelace**

- mírou závislosti je **výběrový korelační koeficient r**:

nabývá hodnot v intervalu $[-1, +1]$





4. týden

© Tůmová

- koeficient korelace výběrového souboru

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

kde \bar{x}, \bar{y} ... výběr. průměry určené z hodnot x_i a y_i
 s_x a s_y ... směř. odchylky náhod. proměnných X, Y
 s_{xy} ... odhad kovariance, který se vypočte ze vztahu

4. týden

© Tůmová

34

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

- koeficient korelace základního souboru

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Uvědomit si rozdíl mezi r a ρ !!

jednoduchá lineární regrese

- každá hodnota X_i je hodnota náhodné veličiny, která má rozdělení $N(a+bx_i, s^2)$
- předpokládáme konstantní rozptyl pro určitou hodnotu Y_i ,
- očekávaná hodnota na přímce $y_i=a+bx_i$
- pro každou hodnotu existuje základní soubor y_i s rozdělením $N(\mu, \sigma^2)$

4. týden

© Tůmová

35

4. týden

© Tůmová

36

jednoduchá lineární regrese



- očekávané hodnoty leží na přímce
 $y = a + bx$,
tato závislost je lineární regrese;
- kde b ... regresní koeficient (určuje sklon
přímky),
- a ... posun na ose y

Konec 4.přednášky



D Ě K U J I
Z A
P O Z O R N O S T

