



Analýza systémů měření



Nejistoty měření x MSA

- **Nejistota měření**
 - intervalový odhad výsledku, ve kterém se s jistou pravděpodobností vyskytuje skutečná naměřená hodnota
- **Analýza systémů měření (MSA)**
 - stanovuje velikost chyby v procesu měření a posuzuje adekvátnost pro kontrolu řízení produktu a procesu
 - zaměřuje se na systém měření jako takový, nikoliv na produkováný výsledek
 - rozhodnutí: vhodný x nevhodný
 - používá se zejména v automobilovém průmyslu

Analýza systémů měření

- **Systém měření**

- soubor operací, postupů, měřidel a dalšího vybavení, software a osob použitých k přidělení čísla měřené charakteristice

- **Ideální systém měření**

- produkována jen „správná“ měření
- každá naměřená hodnota odpovídá hodnotě etalonu
- nulový rozptyl naměřených hodnot, nulová strannost, nulová pravděpodobnost nesprávné klasifikace produktu ... $N(\mu, 0)$

- **Reálný systém měření**

- existují chyby měření
- kvalita systému měření se určuje na základě dat produkováných v čase

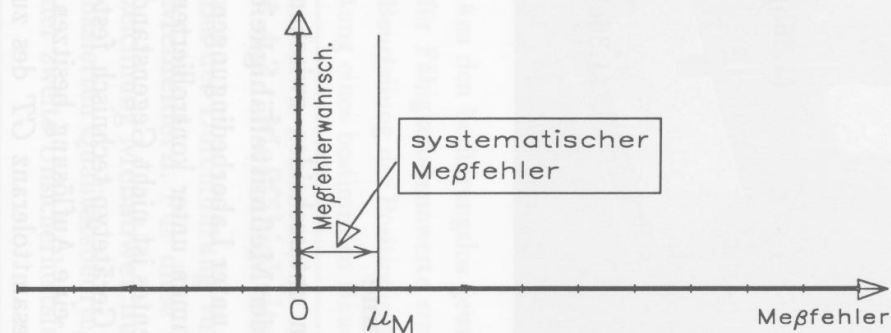
Analýza systémů měření

- **Chyby měření**

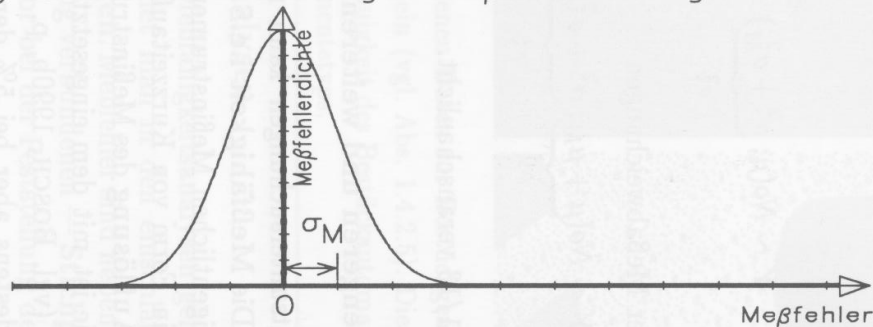
- Zdroje variability způsobují chyby měření
- Rozdělení chyb měření podle účinku:
 - 1) Systematické** – korigovatelné (po odstranění příčiny chyby)
 - 2) Náhodné** – nelze odstranit
- Typické variability v systému měření bývají popisovány:
 - 1) Polohou**, resp. změnou polohy k normálové (skutečné, referenční) hodnotě – váže se k systematické chybě měření
 - 2) Rozptylem** – variabilitou kolem určité hodnoty – váže se k náhodné chybě měření

Analýza systémů měření

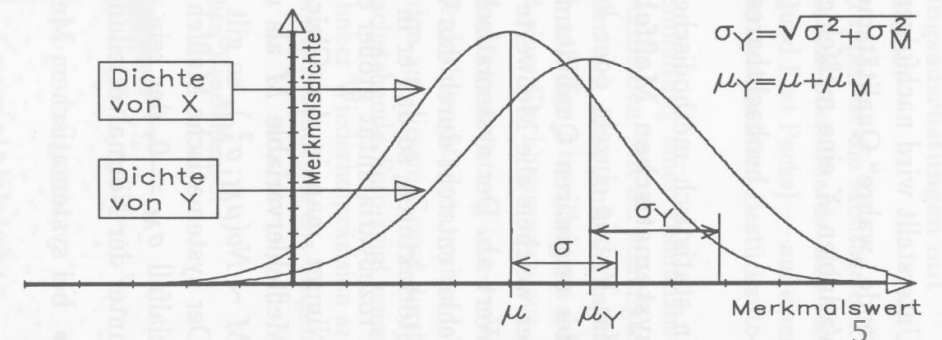
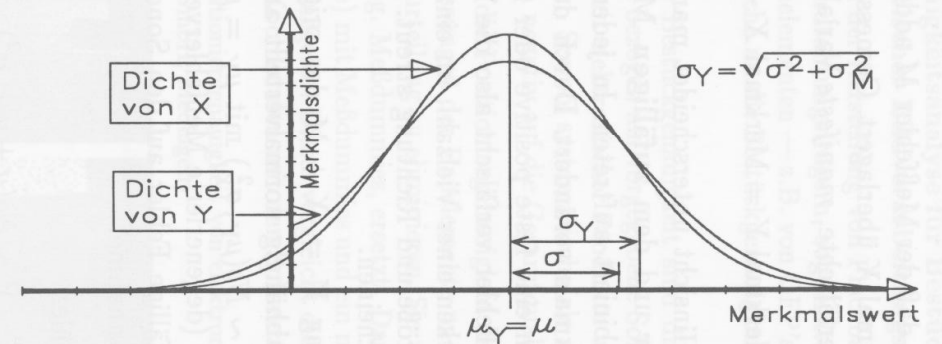
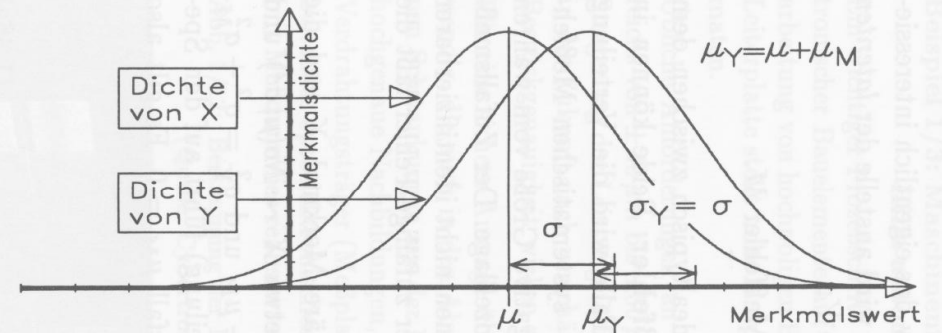
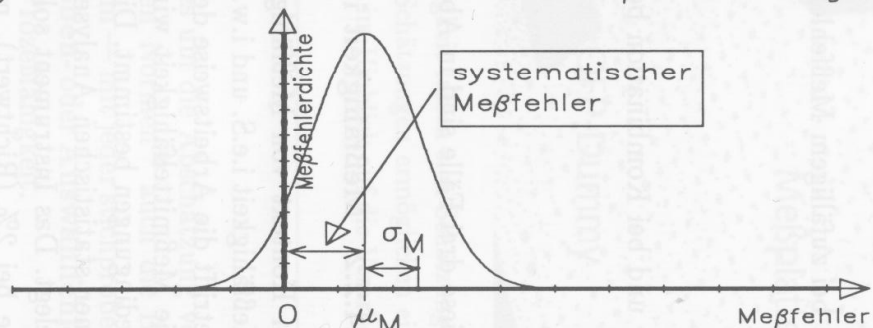
a) Effekt einer systematischen Meßabweichung



b) Effekt einer zufälligen Meßabweichung



c) Kombination beider Arten von Meßabweichungen



Analýza systémů měření

- **Chyby měření**

- Model **aditivního** působení chyby:

$$Y = X + \varepsilon$$

- Y – pozorovaná hodnota

$$Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$$

- X – skutečná hodnota (znaku jakosti)

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

- ε – chyba měření

$$\varepsilon \sim N(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2)$$

- a platí $\mu_Y = \mu + \mu_\varepsilon$ a $\sigma_Y^2 = \sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2$

a) jen systematické chyby měření

$$\sigma_\varepsilon^2 = 0$$

$$Y \sim N(\mu + \mu_\varepsilon, \sigma^2)$$

b) jen náhodné chyby měření

$$\mu_\varepsilon = 0$$

$$Y \sim N(\mu, \sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)$$

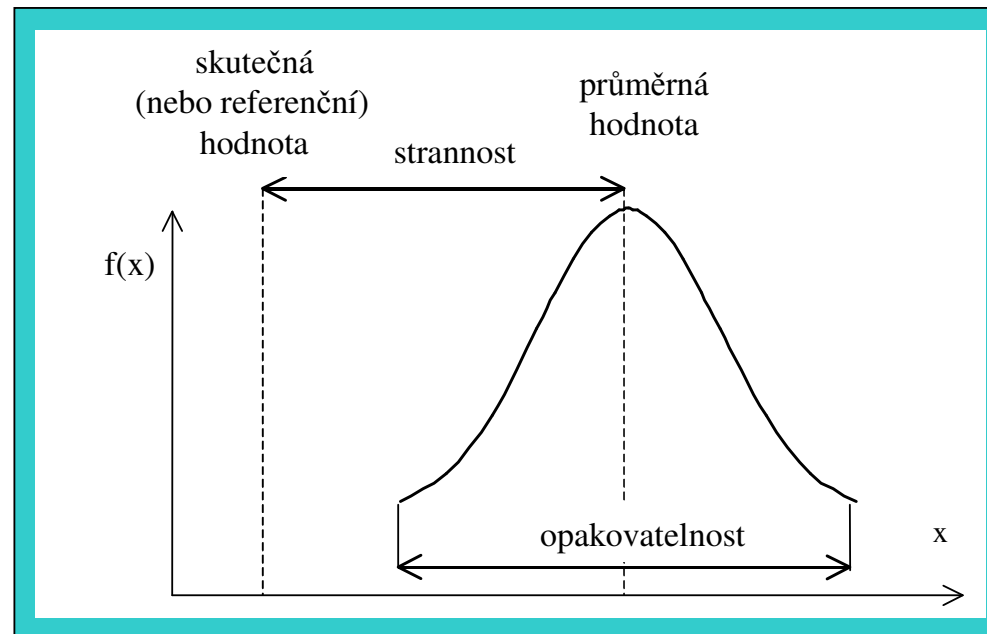
c) obě chyby měření

$$Y \sim N(\mu + \mu_\varepsilon, \sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)$$

Analýza systémů měření

- **MSA – základní charakteristiky**

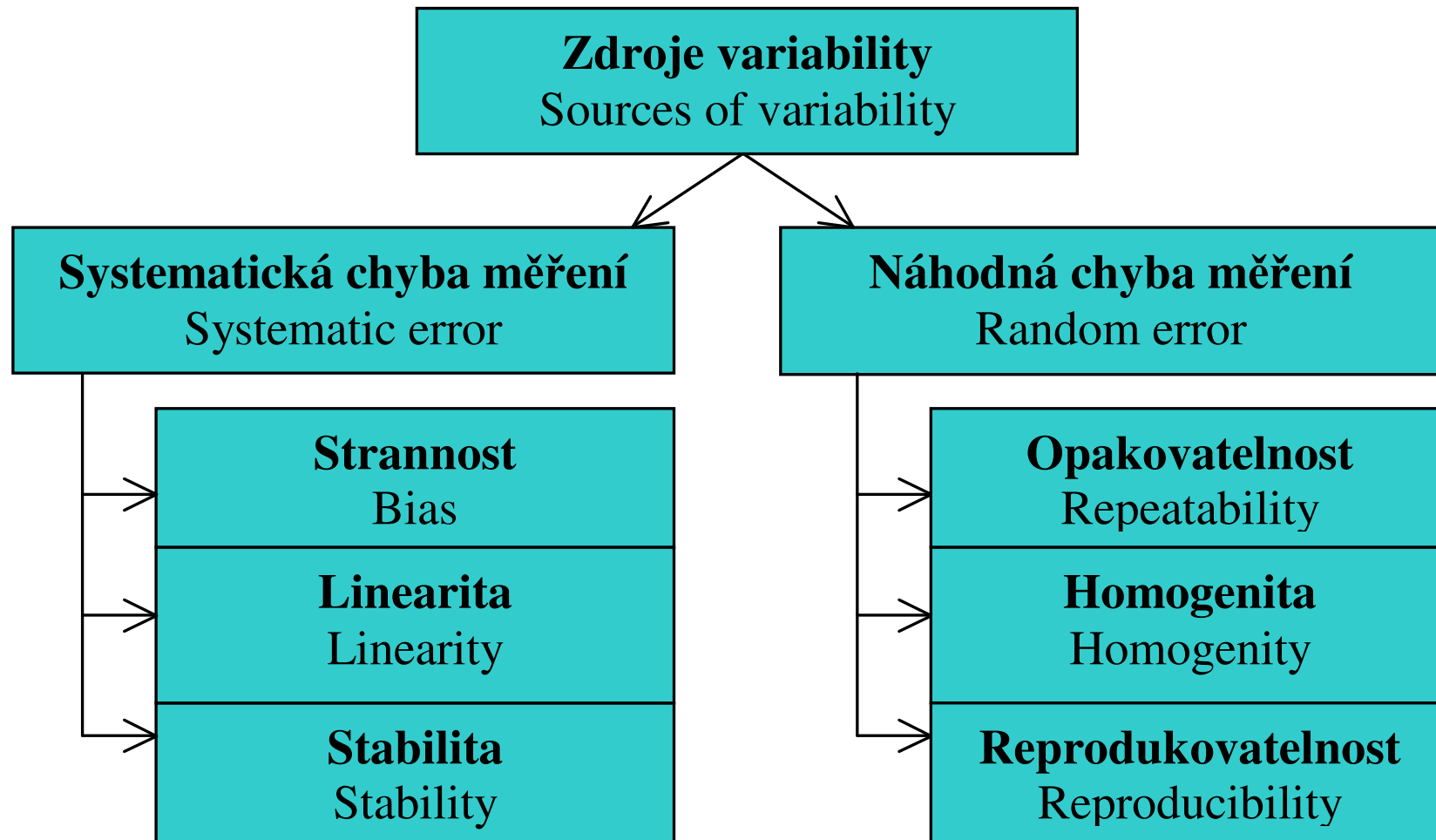
- 1) **Strannost** – míra změny polohy měřené veličiny
- 2) **Opakovatelnost** – míra rozptylu měření veličiny



- x – měřená veličina,
- $f(x)$ - hustota pravděpodobnosti měřené veličiny x

Analýza systémů měření

- MSA – základní charakteristiky



Analýza systémů měření

- **MSA – kombinované charakteristiky**
 - kombinace základních charakteristik
 - ucelenější pohled na samotný systém měření – např. možnost sledování interakcí
- 1) **R&R měřidla** – kombinovaná charakteristika opakovatelnosti a reprodukovatelnosti,
- 2) **strannost & linearita** – kombinovaná charakteristika vzniklá stranností a linearitou systému měření,
- 3) **hodnocení systémů měření pomocí indexů způsobilosti C_g a C_{g_k}** – kombinovaná charakteristika strannosti a opakovatelnosti (vzhledem k indexu C_{g_k}).

Analýza systémů měření

- **MSA – další charakteristiky**
- většinou se jedná o kombinace předcházejících druhů

DALŠÍ CHARAKTERISTIKY SYSTÉMU MĚŘENÍ

Systém měření je možné samozřejmě popsat i pomocí jiných charakteristik. Většinou se jedná o kombinace předcházejících druhů a lze je z předcházejících výše uvedených stanovit. Proto jsou zde uvedeny pouze doplňkově.

Přesnost - Pojem přesnosti souvisí s těsností shody mezi průměrnou hodnotou jednoho nebo několika naměřených výsledků a skutečnou (nebo referenční) hodnotou. Pod termínem přesnost se zahrnuje strannost a opakovatelnost.

Shodnost - Shodnost je používána k popisu očekávané variability opakovaných výsledků měření v rozsahu měření - tímto rozsahem může být velikost nebo čas.

Konzistence - Konzistence je rozdíl ve variabilitě měření v čase. Může být považována za opakovatelnost v čase.

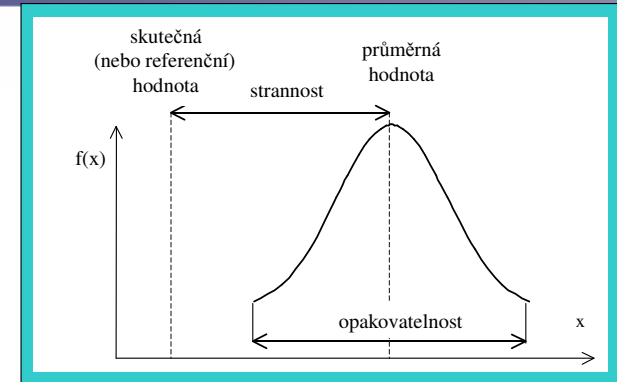
Způsobilost - Způsobilost systému měření je odhadem kombinované variability chyb měření (systematických a náhodných) založených na krátkodobém vyhodnocení. Tato způsobilost zahrnuje složky neopravené strannosti nebo linearit a opakovatelnosti a reprodukovatelnosti včetně krátkodobé konzistence.

Výkonnost - Výkonnost systému měření je celkovým účinkem všech významných a stanovitelných zdrojů variability v čase. Výkonnost kvantitativně vyjadřuje dlouhodobé posuzování kombinovaných chyb měření (systematických i náhodných) a zahrnuje složky dlouhodobé chyby způsobilosti, tj. krátkodobé chyby a stability a konzistence.

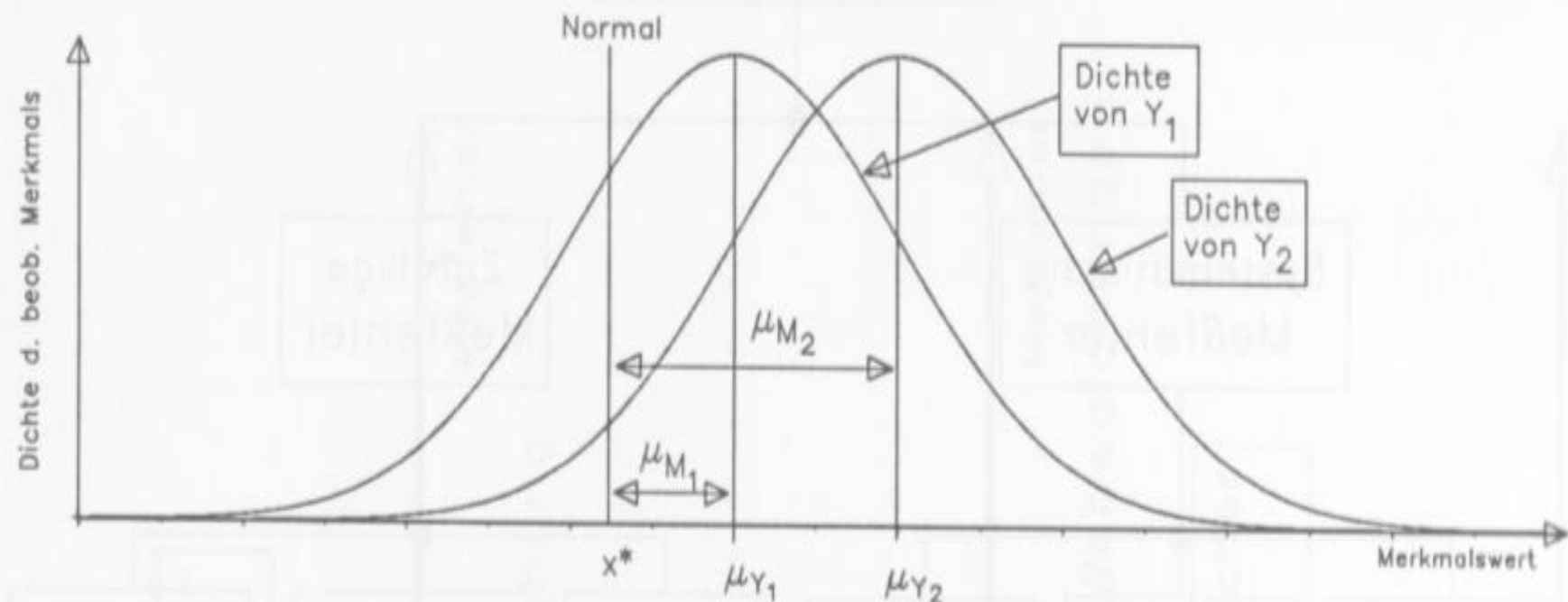
Analýza systémů měření

- **MSA – strannost**

- výpočet $\mu_{\varepsilon} = \mu_Y - \mu$
- rozdíl mezi střední hodnotou pozorované hodnoty Y a skutečnou hodnotou sledovaného znaku jakosti X
- střední hodnota μ_{ε} normálního rozdělení pravděpodobnosti chyb měření



a) Zwei Meßmittel mit unterschiedlicher Genauigkeit



Analýza systémů měření

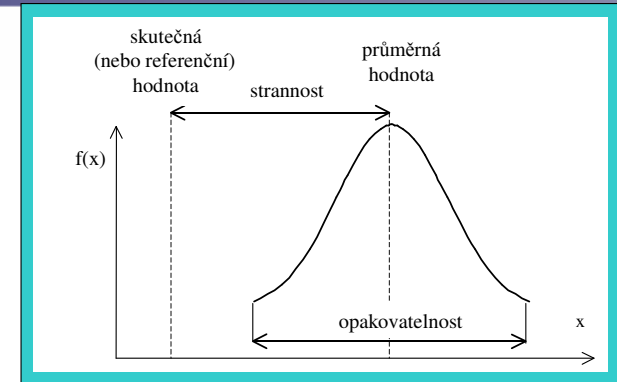
- **MSA – strannost**

- data pro výpočet strannosti x_i se získávají z provozního měření (pozorované hodnoty Y) při opakovaném měření v krátkém časovém úseku, na identickém objektu, pevně stanoveným postupem, stejnou obsluhou, na stejném vybavení a stejném místě.
- pro výpočet potřebná referenční hodnota x_{ref}
- počet naměřených hodnot $n = 50$ (nejméně 25)

- Příklad – na etalonu s ref. hodnotou

$$x_{ref} = 20,302 \text{ mm}$$

- byly naměřené následující hodnoty x_i :



20,303	20,311	20,311	20,313	20,306
20,301	20,297	20,309	20,303	20,296
20,304	20,295	20,308	20,308	20,306
20,303	20,302	20,304	20,298	20,299
20,306	20,304	20,298	20,306	20,300
20,296	20,298	20,308	20,303	20,302
20,301	20,295	20,302	20,310	20,303
20,300	20,301	20,294	20,304	20,307
20,307	20,307	20,302	20,309	20,303
20,305	20,312	20,304	20,305	20,305.

Analýza systémů měření

- **MSA – strannost**
- Statistická významnost

Zjišťování statistické významnosti strannosti se provede testováním významnosti rozdílu mezi průměrnou naměřenou hodnotou provozního měření \bar{x} a referenční hodnotou měřeného objektu x_{ref} .

Je formulována nulová hypotéza ve tvaru $H_0: \bar{x} = x_{ref}$ proti oboustranné alternativní hypotéze $H_A: \bar{x} \neq x_{ref}$. Nulová hypotéza H_0 se zamítá na hladině významnosti α v případě, platí-li

$$|t| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), \quad (1)$$

kde $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ $1-\frac{\alpha}{2}$ -ní kvantil t-rozdělení s $n-1$ stupni volnosti.

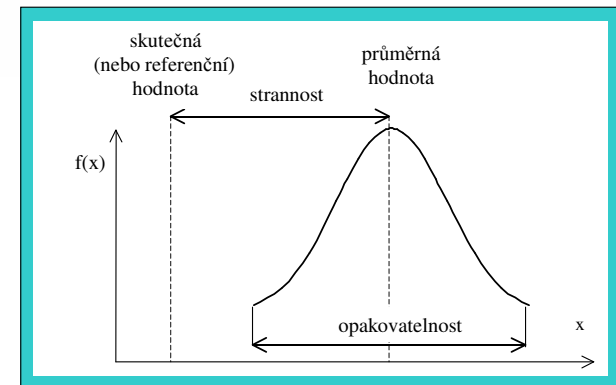
t je vypočtená testovací statistika podle vztahu

$$t = \frac{\bar{x} - x_{ref}}{s} \cdot \sqrt{n}, \quad (2)$$

kde s je výběrová směrodatná odchylka vyjádřená vztahem

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (3)$$

Je-li nulová hypotéza H_0 zamítnuta, pak je strannost statisticky významná na hladině významnosti α a je třeba ji korigovat.



Příklad:

$$x_{ref} = 20,302$$

$$\bar{x} = 20,30348$$

$$s = 0,00465653$$

$$t = 2,2474$$

$$t_{0,975}(49) = 2,0096$$

H_0 zamítnuta

korekční činitel:

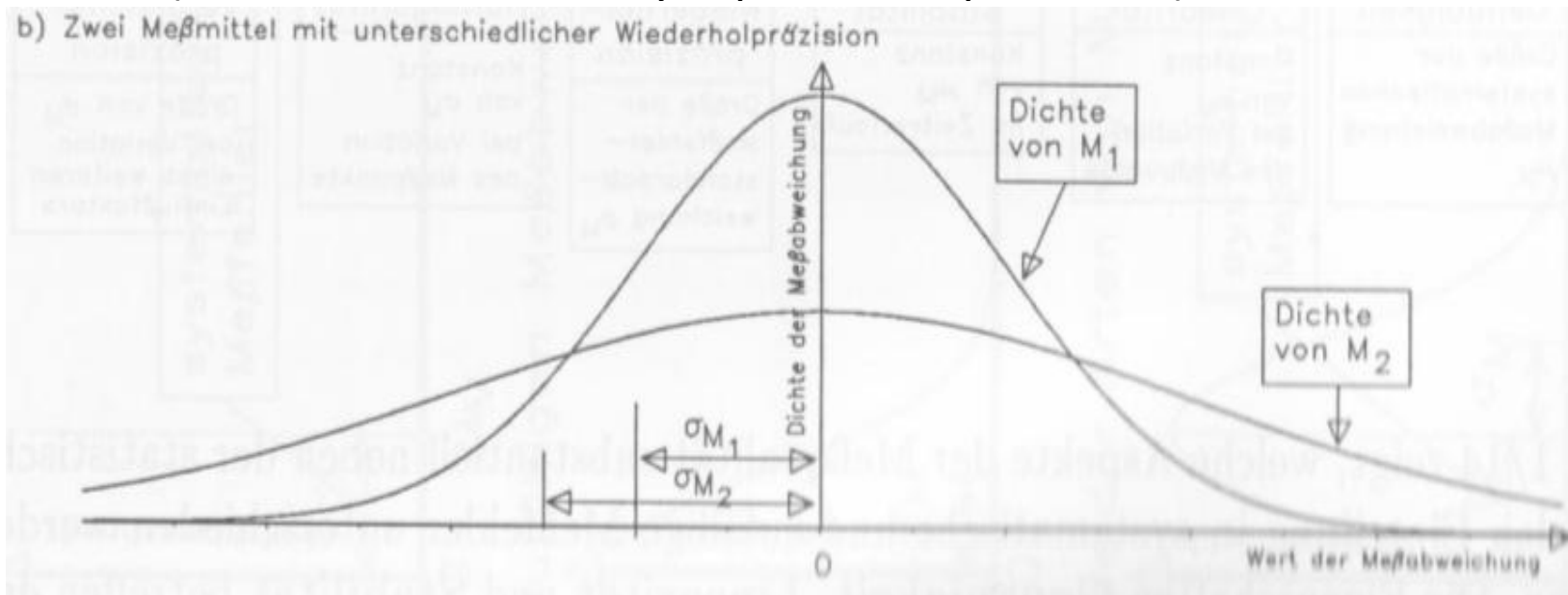
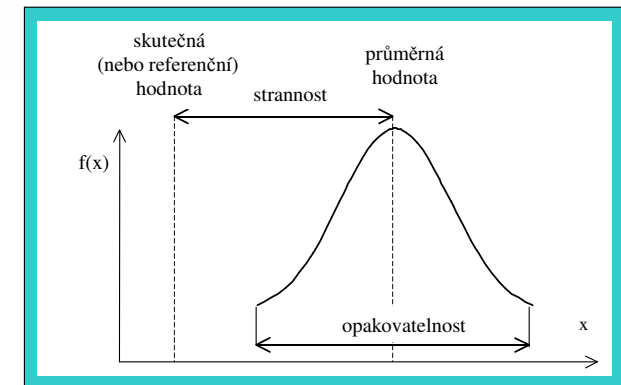
$$\text{odhad } \mu_\varepsilon = 0,00148$$

Analýza systémů měření

- **MSA – opakovatelnost**

$$\sigma_r^2 = \sigma_1^2 = EV^2 = s_1^2$$

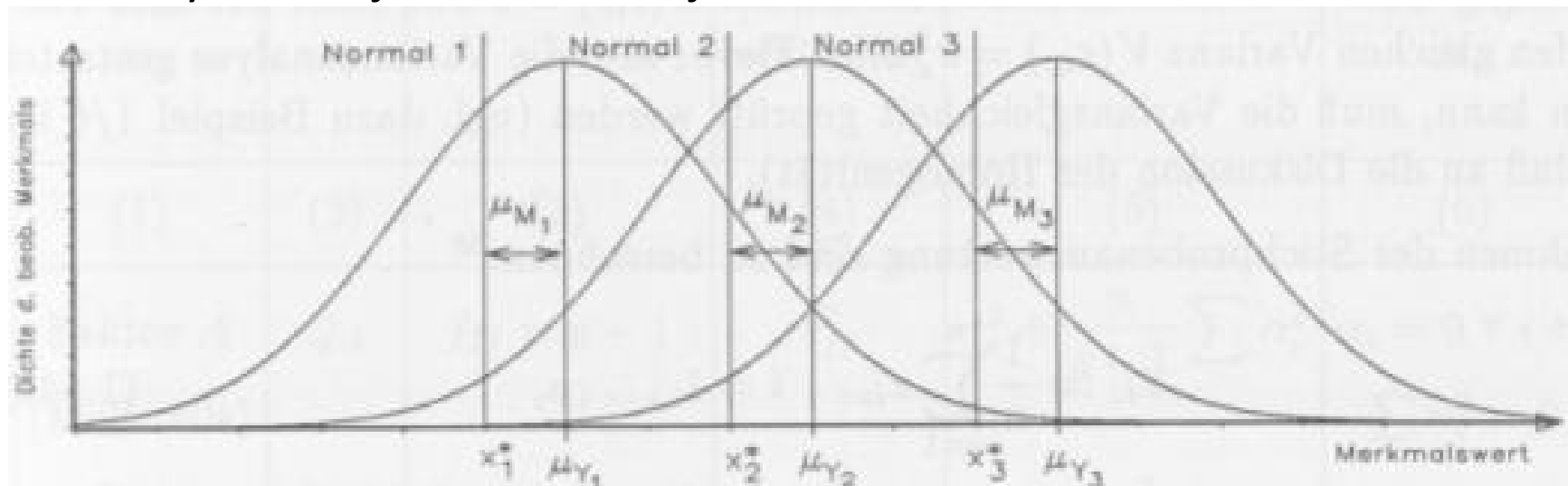
- variabilita měření získaných jedním měřicím přístrojem, který je použit několikrát stejným operátorem při měření identického znaku
- kromě variability uvnitř zařízení zahrnuje opakovatelnost veškerou variabilitu „uvnitř“ (dílu, etalonu, metody, operátora, prostředí).



Analýza systémů měření

- **MSA – linearita**

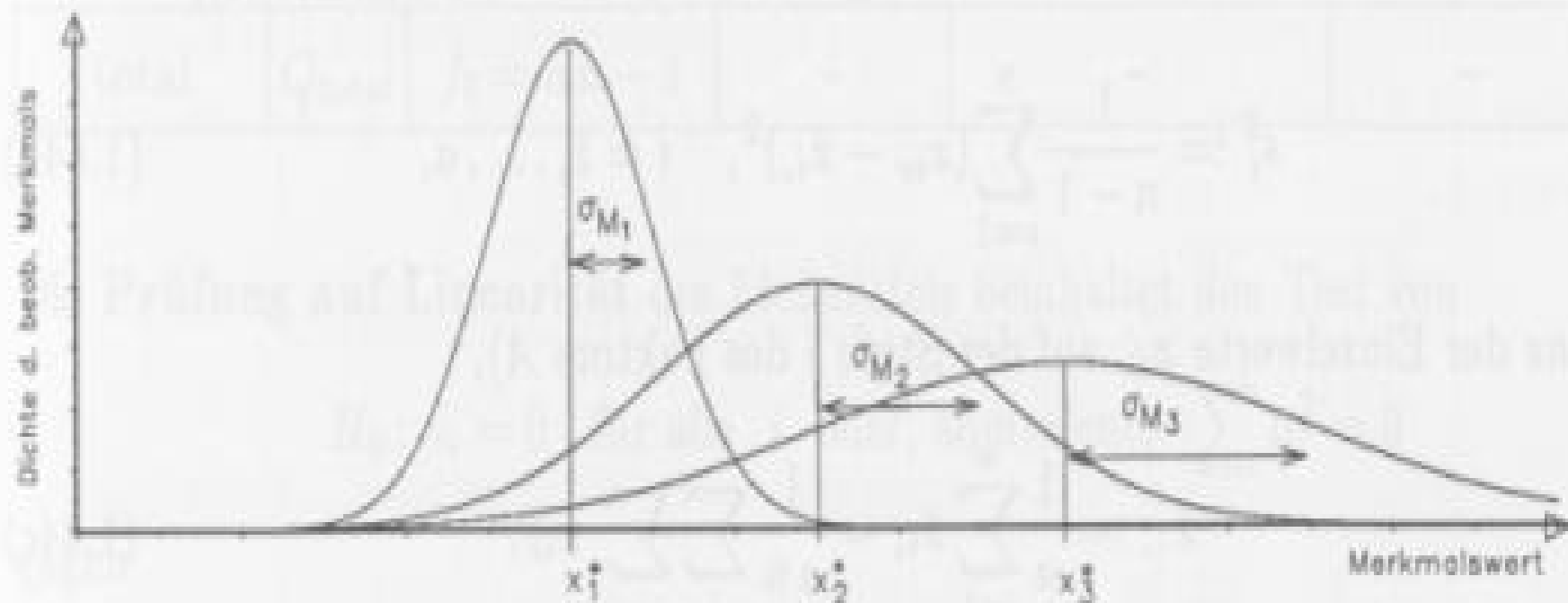
- rozdíl mezi hodnotami strannosti v předpokládaném pracovním rozsahu měřidla.
- v praxi se hovoří o linearitě, pokud je střední hodnota systematické chyby μ_ϵ na každém místě v pracovním rozsahu stejně velká (konstantní)
- data pro odhad linearity: nejméně 5 vzorků, jejichž pozorované hodnoty jsou v celém pracovním rozsahu
 - prostřednictvím přesnějšího měřidla zjištěna referenční hodnota
 - každý vzorek je následně nejméně 12-krát změřen



Analýza systémů měření

- **MSA – homogenita**

- sledování opakovatelnosti v běžném provozním rozsahu měřidla.
- rozptyly rozdělení chyb měření ε pro jednotlivé referenční hodnoty provozního rozsahu měřidla.
- data pro testování významnosti - stejný způsobem pomocí stejného experimentu jako data pro testování linearitu





Analýza systémů měření

- **MSA – stabilita**

- celková variabilita v měřeních získaná měřicím systémem
 - na stejném etalonu nebo výrobku (výrobcích)
 - při měření jediné charakteristiky v delším časovém úseku.
- pomocí stability se tedy sleduje změna strannosti v čase.
- data pro výpočet stability
 - opakované měření v delším časovém úseku, na identickém objektu nebo objektech, pevně stanoveným postupem, stejnou obsluhou, na stejném vybavení a stejném místě.
 - naměřené hodnoty se vynášejí do regulačního diagramu



Analýza systémů měření

- **MSA – reprodukovatelnost**
 - **Pojetí I:** variabilita průměrů měření provedených různými operátory při použití stejného měřidla při měření znaku u jednoho dílu
 - **Pojetí II:** pod termín reprodukovatelnost zahrnován také vliv různých měřicích pracovišť, různého přístrojového vybavení nebo vliv různého prostředí (teplota, vlhkost). Z tohoto důvodu se reprodukovatelnost nazývá průměrnou variabilitou mezi systémy nebo mezi podmínkami měření.
 - **Data** - v krátkém časovém úseku, na identickém objektu (nebo objektech), pevně stanoveným postupem, pevně stanovenými postupy, specifikovanou obsluhou, na definovaném vybavení a definovaných místech.

Analýza systémů měření

- **MSA – R&R měřidla**

METODA ZALOŽENÁ NA PRŮMĚRU A ROZPĚTÍ

Metoda založená na průměru a rozpětí je způsob, který poskytuje jak odhad opakovatelnosti, tak i reprodukovatelnosti systému měření. Data se získávají obvykle třemi opakováními ($m = 3$) měření na více než pěti vzorcích ($g > 5$) třemi operátory ($n = 3$). Doporučuje se volit $g > 15$, obvykle se ale používá $g = 10$.

Pro každý vzorek a operátora se určí rozpětí R_{ik} z naměřených m opakování, tj.

$$R_{ik} = \left| \max(x_{ijk}) - \min(x_{ijk}) \right|, \quad (6)$$

pro $i = 1..g$, $j = 1..m$, $k = 1..n$,

kde x_{ijk} je naměřená hodnota na i -tém vzorku při j -tém měření k -tým operátorem.

Dále se vypočítá průměrné rozpětí \bar{R}_k jednotlivých operátorů, tj.

$$\bar{R}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_{ik} \quad (7)$$

a celkové průměrné rozpětí $\bar{\bar{R}}$

$$\bar{\bar{R}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{R}_k. \quad (8)$$

Analýza systémů měření

i = jednotlivé vzorky, j = jednotlivá měření, k = jednotliví operátoři

- **MSA – R&R měřidla**

Poznámka: pozor na vzoreček (9) !

Určí se aritmetický průměr x_{ik} pro každý vzorek a operátora z m opakování

$$x_{ik} = \frac{1}{j} \sum_{j=1}^m x_{ijk} \quad (9)$$

aritmetický průměr \bar{x}_k pro každého operátora

$$\bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g x_{ik} \quad (10)$$

aritmetický průměr \bar{x}_i pro každý díl

$$\bar{x}_i = \frac{1}{mg} \sum_{k=1}^g \sum_{j=1}^m x_{ijk} \quad (11)$$

a celkový aritmetický průměr $\bar{\bar{x}}$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{ng} \sum_{k=1}^g \bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \bar{x}_i \quad (12)$$

Z aritmetických průměrů se určí rozpětí R_k mezi operátory

$$R_k = \max(\bar{x}_k) - \min(\bar{x}_k) \quad (13)$$

a rozpětí R_i mezi díly

$$R_i = \max(\bar{x}_i) - \min(\bar{x}_i) \quad (14)$$

Analýza systémů měření

- **MSA – R&R měřidla**

Opakovatelnost EV je pak určena vztahem

$$EV = K_1 \overline{R} , \quad (15)$$

kde K_1 je K_1 -faktor, který je funkcí počtu opakování m a součinu počtu vzorků g a operátorů n a je tabelizován v podobě $d_2^* = 1 / K_1$.

Reprodukovatelnost AV je určena vztahem

$$AV = \sqrt{(K_2 R_k)^2 - \frac{(EV)^2}{gm}} , \quad (16)$$

kde K_2 je K_2 -faktor, který je funkcí počtu vzorků g a operátorů n a je tabelizován v podobě $d_2^* = 1 / K_2$.

Vzhledem k tomu, že variabilita operátora je ovlivněna opakovatelností, musí se upravit reprodukovatelnost odečtením variability způsobené opakovatelností.

Hodnota GRR se určí sumací rozptylů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti vztahem

$$GRR = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2} , \quad (17)$$

což je vztah (1). Z předchozího lze určit variabilitu mezi vzorky PV (Part Variation)

$$PV = K_3 R_i , \quad (18)$$

kde K_3 je K_3 -faktor, který je funkcí počtu vzorků g a je tabelizován v podobě $d_2^* = 1 / K_3$.

Analýza systémů měření

- **MSA – R&R měřidla**

a celková variabilita TV (Total Variation) jako sumace rozptylů opakovatelnosti, reprodukovatelnosti a variability mezi vzorky

$$TV = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2 + (PV)^2} . \quad (19)$$

Procentuální vyjádření jednotlivých variabilit EV , AV , GRR a PV se provede vztažením k hodnotě TV (nebo ke směrodatné odchylce procesu σ) , např.

$$GRR[\%] = \left(\frac{GRR}{TV} \right) 100 . \quad (20)$$

V případě, že tento vypočtená hodnota $GRR[\%]$ je

menší než 10 %, pak se systém měření obecně považuje za přijatelný,

mezi 10 – 30 %, systém může být přijatelný podle důležitosti použití, nákladů vynaložených na měřicí zařízení, nákladů na opravu atd.

větší než 30 %, systém se považuje za nepřijatelný, veškeré úsilí se musí vynaložit na zlepšení systému.

Analýza systémů měření

- **MSA – ukazatelé způsobilosti c_g a c_{gk}**
 - hodnocení variability vzniklé stranností a opakovatelností
 - index c_g zohledňuje pouze opakovatelnost měření,
 - index c_{gk} strannost i opakovatelnost měření.
- hodnocení se provádí před použitím měřicího prostředku.
- při výpočtu těchto indexů způsobilosti je nutno respektovat požadavek zákazníka na konstrukci těchto indexů (vhodný výběr metodiky a konstant pro výpočet indexů).
- data - opakované měření etalonu o jmenovité hodnotě odpovídající středu tolerančního rozpětí. Měření provádí jeden pracovník jedním měřidlem v místě používání, nejméně 25 měření (50 měření)

Analýza systémů měření

- MSA – ukazatelé způsobilosti c_g a c_{gk}

Indexy způsobilosti měřicích prostředků c_g , c_{gk} se obecně určí podle vztahů

$$c_g = \frac{k_1 \cdot T}{k_2 \cdot s}, \quad (1)$$

$$c_{gk} = \frac{k_1 \cdot T - 2 \cdot |x_{\text{vel}} - \bar{x}|}{k_2 \cdot s}, \quad (2)$$

kde $T = USL - LSL$ je tolerance (technická specifikace) daná rozdílem mezi horní a dolní toleranční mezí USL a LSL ,

k_1, k_2 zvolené konstanty podle vybrané metodiky (viz níže).

Tyto indexy porovnávají určitý podíl šířky tolerančního pole s šířkou pásma variability naměřených hodnot. Při porovnání obou indexů způsobilosti platí, že $c_{gk} \leq c_g$. Systém měření se považuje za způsobilý, jestliže hodnota indexu způsobilosti měřicího prostředku

$$c_{gk} > c_{g\min} \quad (3)$$

Metodika podle	k_1	k_2	$c_{g\min}$	$\frac{6 \cdot k_1}{c_{g\min} \cdot k_2} \cdot 100$
General Motors, Bosch	0,2	6	1,33	15 %
Ford	0,15	6	1	15 %
předpisy pro automobilový průmysl ¹	0,2	4	1,33	22,5 %

¹ obecné předpisy vycházely z požadavku 4σ (95 %-ní spolehlivost) a připouštěly tím vyšší variabilitu měřidel v rámci variability naměřených hodnot (22,5 %)

- Děkuji za pozornost
- Ak.r. 2015/16