BODOVÉ METODY VÝPOČTU

METODY SVĚTELNĚ TECHNICKÝCH VÝPOČTŮ

Předběžný návrh osvětlovací soustavy
metody pracující s **průměrnými** $\bar{E}$, $\bar{L}$

Odhad příkonu osv. soustavy
tab. měrných příkonů
$W.m^{-2}$; $kW.km^{-1}$

Toková metoda

- celkové osvětlení
- jeden typ svítidel
- odražené toky zahrnuty
- překážky nerespektuje

Bodové metody výpočtu

Podrobné výpočty
přímých i **odražených**
složek parametrů
ve vybraných kontrol. bodech

BODOVÁ METODA VÝPOČTU OSVĚTLENOSTI

Výpočet přímých i nepřímých složek E se provádí ve vybraných kontrolních bodech

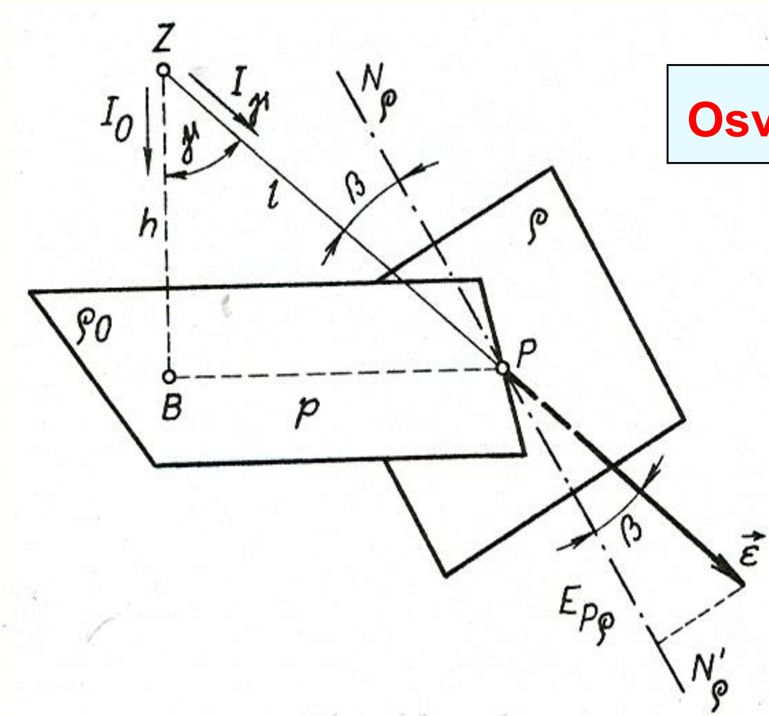
l – **vzdálenost** svítidla od nejbližšího kontrolního bodu

c , d – **délka** a šířka **vyzařovací plochy** svítidla ; $c > d$

SVÍTIDLA

bodového typu	přímkového typu	plošného typu
$c << l$	délku c nelze vůči l **zanedbat**	c , d nelze vůči l **zanedbat**
$l \geq 5 . c$		

Osvětlenost v poli svítidla Z bodového typu



Osvětlenost $E_{P\rho}$ v bodě *P* v obecné rovině ρ

I_γ - svítivost pod úhlem $\gamma = \mathrm{arctg}(p/h)$
z křivky svítivosti v rovině ZPB (cd)

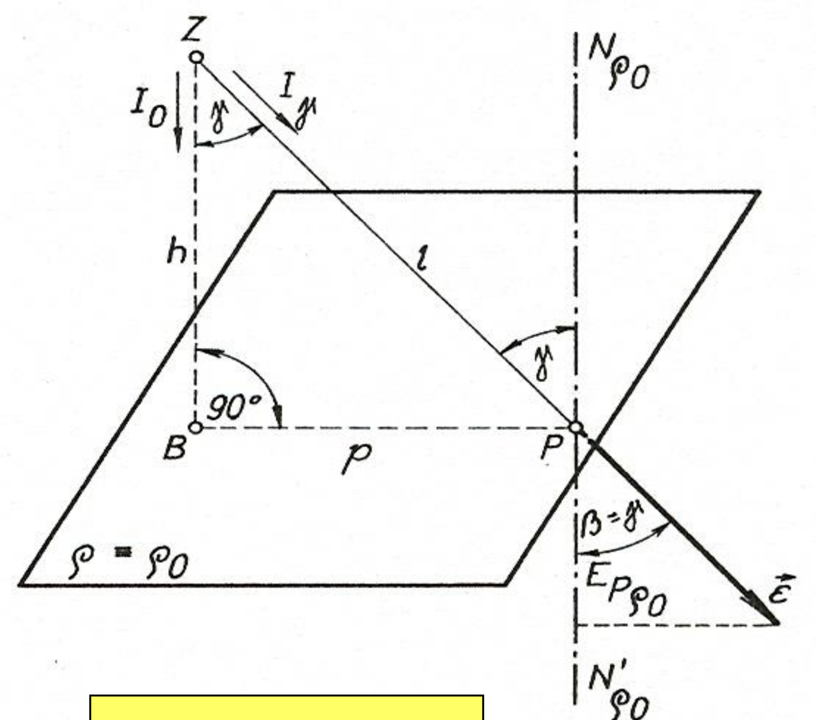
Normála N_ρ **roviny ρ** svírá s paprskem l úhel β

Osvětlenost $E_{P\rho}$ = průmět $\vec{\varepsilon}$ do normály N'_ρ

$$E_{P\rho} = \varepsilon \,.\cos\beta = \frac{I_\gamma}{l^2}\cos\beta = \frac{I_\gamma \,.\cos\beta}{h^2 + p^2}$$

$(lx;\ cd,\ m,\ m)$

Osvětlenost $E_{P\rho o}$ okolí bodu P v rovině ρ_o kolmé k I_o



$\rho \equiv \rho_o$; ρ_o kolmá k I_o

normála ρ_o $N_{\rho o}$ // I_o

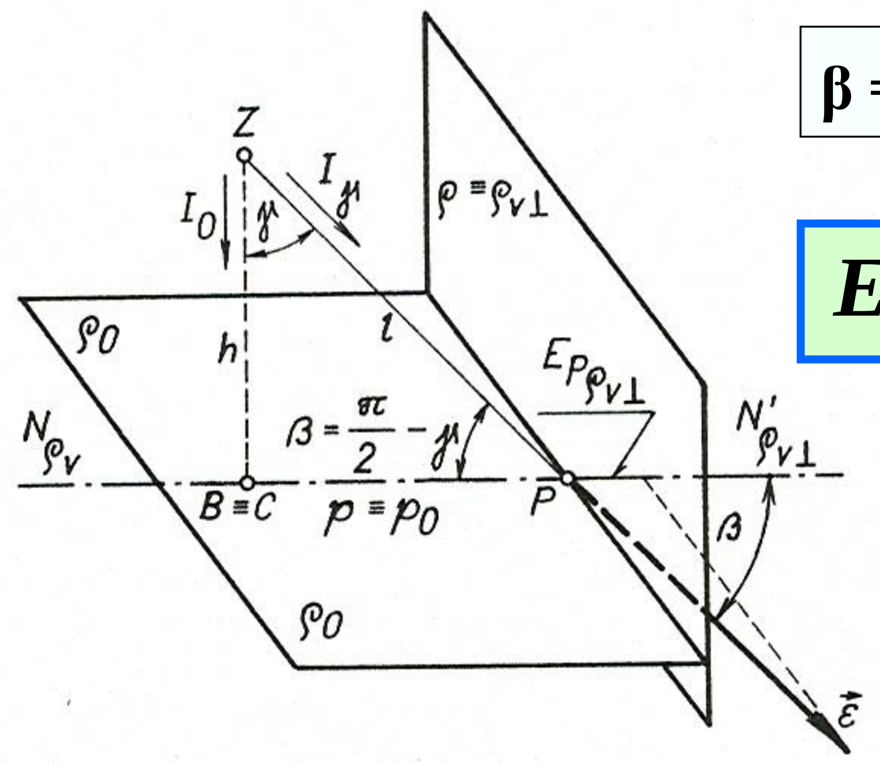
$\beta = \gamma$

$E_{P\rho o}$ = **průmět** $\vec{\mathcal{E}}$ do normály $N'_{\rho o}$

$$E_{P\rho o} = \varepsilon . \cos\gamma = \frac{I_\gamma . \cos^3\gamma}{h^2} = \frac{I_\gamma . h}{\sqrt{\left(h^2 + p^2\right)^3}}$$

(*lx*; *cd*, *m*, *m*)

Osvětlenost $E_{P\rho v\perp}$ roviny $\rho_{v\perp}$ kolmé k rovině ρ_o i k rovině určené body Z, P, B



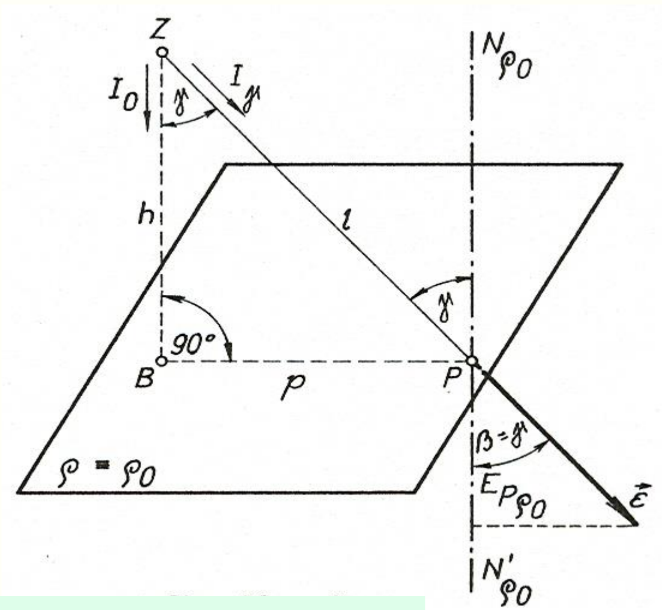
$$\boxed{\beta = (\pi / 2) - \gamma \;\Rightarrow\; \cos\beta = \sin\gamma}$$

$$E_{P\rho v\perp} = \varepsilon \,.\, \cos\beta = \varepsilon \,.\, \sin\gamma =$$

$$= \frac{I_\gamma \,.\, \cos^3\gamma \,.\, p}{h^3} = \frac{I_\gamma \,.\, p}{\sqrt{\left(h^2 + p^2\right)^3}}$$

(lx; cd, m, m)

Osvětlenost $E_{P\rho o}$ okolí bodu P v rovině ρ_o kolmé k I_o



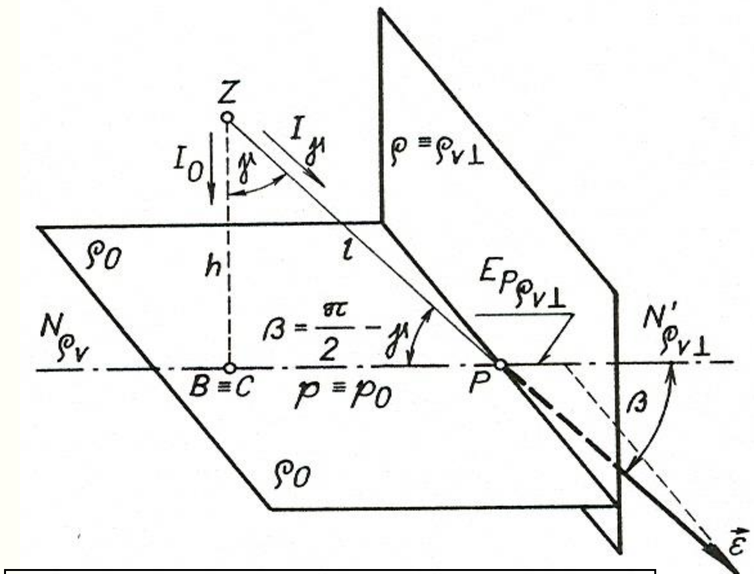
$\rho \equiv \rho_o$; ρ_o kolmá k I_o

$$\boldsymbol{\beta = \gamma}$$

$$E_{P\rho o} = \varepsilon . \cos\gamma = \frac{I_\gamma . \cos^3\gamma}{h^2} = \frac{I_\gamma . h}{\sqrt{\left(h^2 + p^2\right)^3}}$$

$(lx; cd, m, m)$

Osvětlenost $E_{P\rho v\perp}$ roviny $\rho_{v\perp}$ kolmé k rovině ρ_o i k rovině určené body Z,P,B



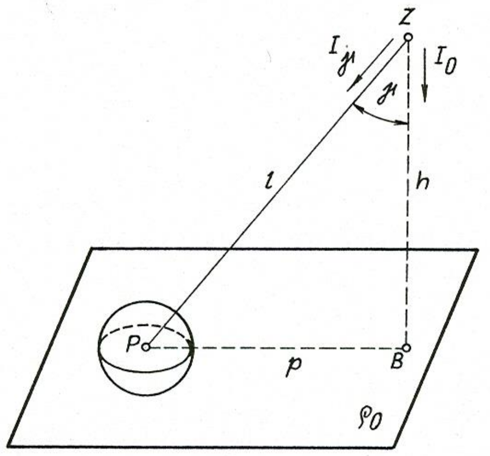
$$\beta = (\pi / 2) - \gamma\,,\;\; \cos\beta = \sin\gamma$$

$$E_{P\rho v\perp} = \varepsilon . \cos\beta = \varepsilon . \sin\gamma =$$

$$= \frac{I_\gamma . \cos^3\gamma . p}{h^3} = \frac{I_\gamma . p}{\sqrt{\left(h^2 + p^2\right)^3}}$$

$(lx; cd, m, m)$

VÝPOČET INTEGRÁLNÍCH CHARAKTERISTIK $E_{4\pi}$ a E_Z V POLI SVÍTIDLA BODOVÉHO TYPU



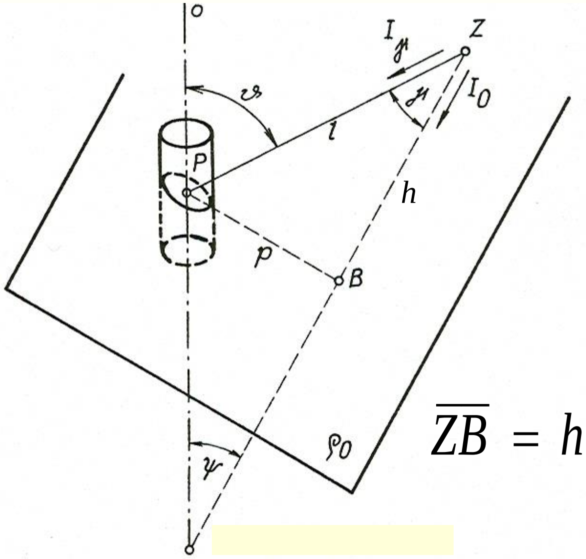
Střední kulová osvětlenost $E_{4\pi}$ v bodě P

$$E_{4\pi} = \frac{1}{4} E_N = \frac{1}{4} \frac{I_\gamma}{l^2} = \frac{1}{4} \frac{I_\gamma}{h^2 + p^2}$$

Střední válcová osvětlenost E_Z v bodě P

$$E_Z = \frac{\sin\vartheta}{\pi} \frac{I_\gamma}{l^2} = \frac{\sin(\gamma + \psi)}{\pi} \frac{I_\gamma}{h^2} \cos^2\gamma$$

$$E_Z = \frac{\sin(\gamma + \psi)}{\pi} \frac{I_\gamma}{h^2 + p^2}$$



$\overline{ZB} = h$

Výpočet parametrů v poli svítidel přímkového a plošného typu

Předpoklady řešení :

- Přímkový zdroj – svítivost je rovnoměrně rozložena po délce zdroje
  – všechny elementy svítící přímky vyzařují stejně
- Plošný zdroj – jas je rovnoměrně rozložen po svítící ploše zdroje
  – všechny elementy svítící plochy vyzařují stejně

1. čáry svítivosti resp. jasu **popsány** spojitými **funkcemi**,
pro výpočet E odvozeny **uzavřené výrazy** - výpočty : přesné, rychlé

2. **nejčastější postup** – svítící plochy se **rozdělí na části** (bodové zdroje)
se **stejnými** poměrnými křivkami svítivosti I nebo jasu L .
Dílčí ***výpočty jednoduché*** – odpovídající příspěvky E se sečtou.
Časová náročnost může narůstat.
Uplatňuje se u počítačových programů.

ŘEŠENÍ PARAMETRŮ V POLI SVÍTIDEL PŘÍMKOVÉHO TYPU

POPIS VYZAŘOVÁNÍ SVÍTIDEL PŘÍMKOVÉHO TYPU

Často i dnes v katalogu jen 2 křivky svítivosti

1. v podélné rovině

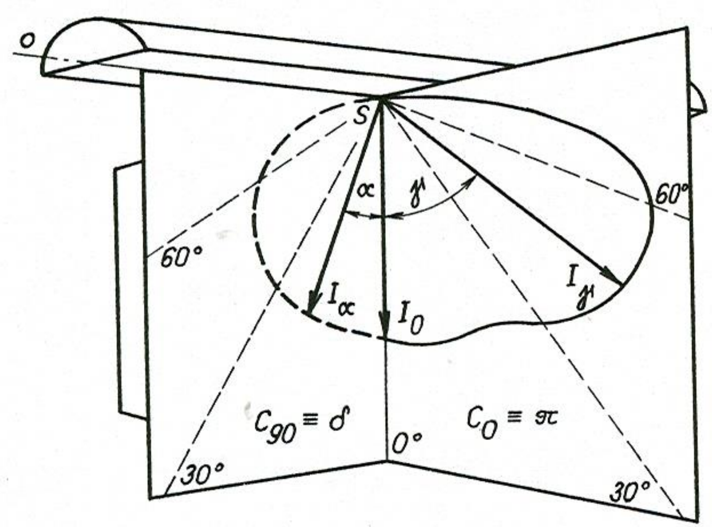
$\mathbf{C_{90}} \equiv \delta$

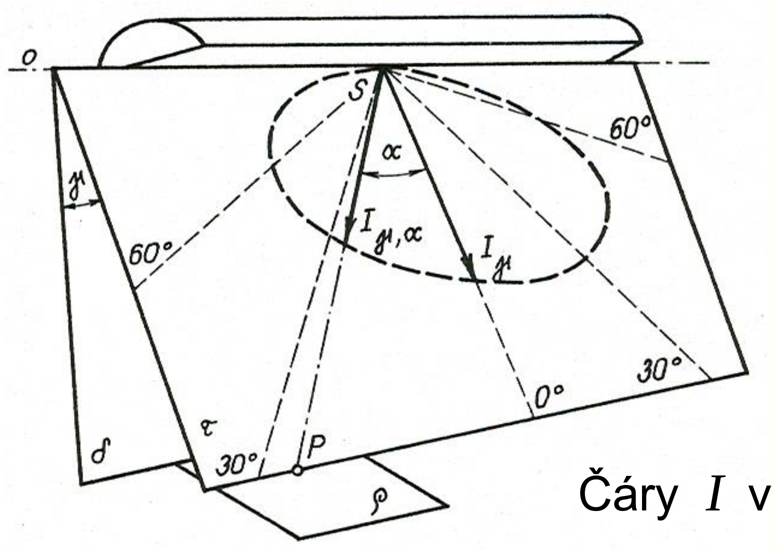
$$\boxed{I_\alpha = I_0 \cdot f_{I\delta}(\alpha)}$$

2. v příčné rovině

$\mathbf{C_0} \equiv \pi$

$$\boxed{I_\gamma = I_0 \cdot f_{I\pi}(\gamma)}$$





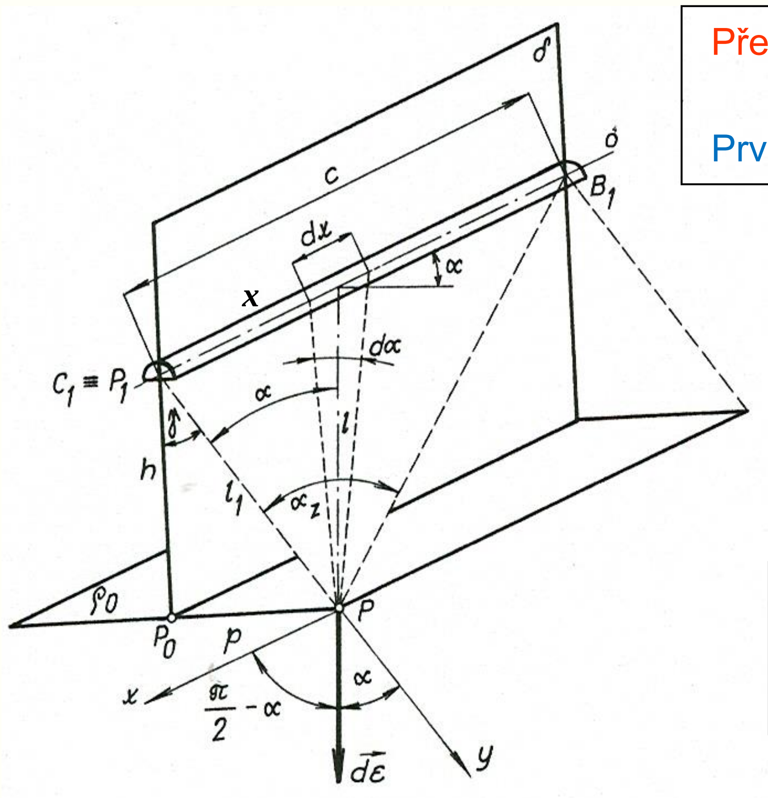
Svítivost $I_{\gamma\alpha}$ v nakloněných rovinách τ ve směru k bodu P

$$\boxed{I_{\gamma\alpha} = I_\gamma \cdot f_{I\tau}(\alpha)}$$

Čáry I v rovinách τ **často** tvarově **podobné** čáře I v δ

$$\Rightarrow \quad \boxed{f_{I\tau}(\alpha) = f_{I\delta}(\alpha)}$$

Pole elementu dx svíticí přímky



Předpoklad : 1. všechny elementy svíticí přímky vyzařují stejně
2. průmět P na osu o zdroje ≡ s koncem C_1 zdroje

První krok : bodem P proložit rovinu ρ_o kolmo k rovině δ

Svítivost $dI_{\gamma\alpha}$ elementu dx ve směru k bodu P

$$dI_{\gamma\alpha} = \frac{I_{\gamma\alpha}}{c}\,dx$$

kde $I_{\gamma\alpha} = I_\gamma \,.\, f_{I\delta}(\alpha)$

$d\varepsilon$ v bodě P v poli elementu dx

$$d\varepsilon = \frac{dI_{\gamma\alpha}}{l^2} = \frac{I_{\gamma\alpha}}{c}\,dx\,\frac{1}{l^2} = \frac{I_\gamma}{c}\,f_{I\delta}(\alpha)\,\frac{1}{l^2}\,dx =$$

$$= \frac{I_{1\gamma}}{l}\,f_{I\delta}(\alpha)\,\frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\,f_{I\delta}(\alpha)\,.\,d\alpha$$

kde

$$tg\,\alpha = \frac{x}{l_1}$$

$$l_1 = l \cdot \cos\alpha$$

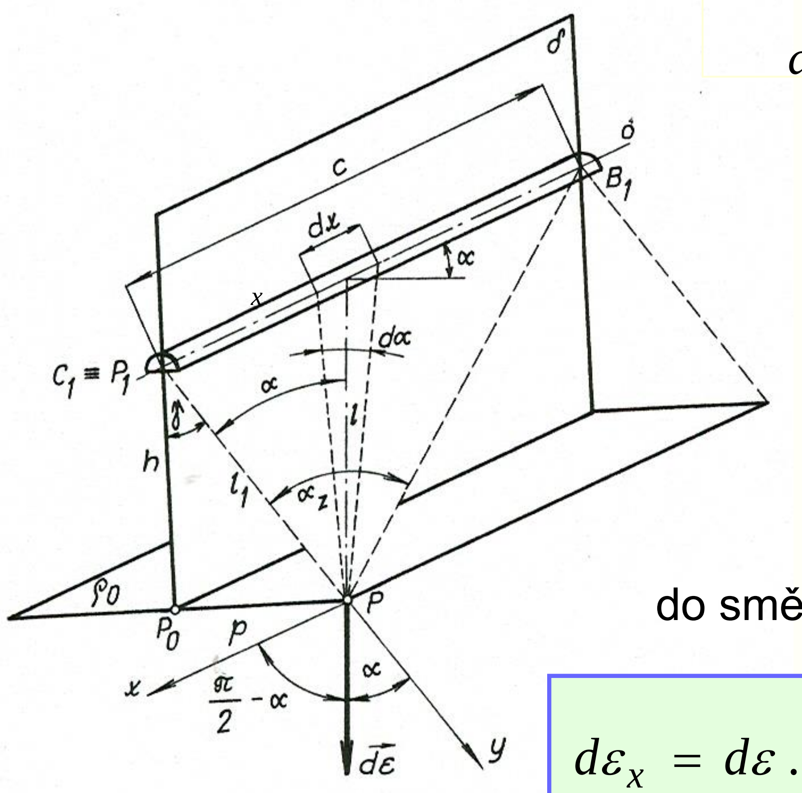
$$x = l_1 \,.\, tg\,\alpha$$

$$dx = \frac{l_1 \,.\, d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$dx = \frac{l \,.\, d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$I_{1\gamma} = I_\gamma / c$$

Pole elementu dx svíticí přímky



$d\varepsilon$ v poli elementu dx , když $I_{1\gamma} = I_\gamma / c$

$$d\varepsilon = \frac{dI_{\gamma\alpha}}{l^2} = \frac{I_{\gamma\alpha}}{c}\, dx\, \frac{1}{l^2} = \frac{I_\gamma}{c}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \frac{1}{l^2}\, dx =$$

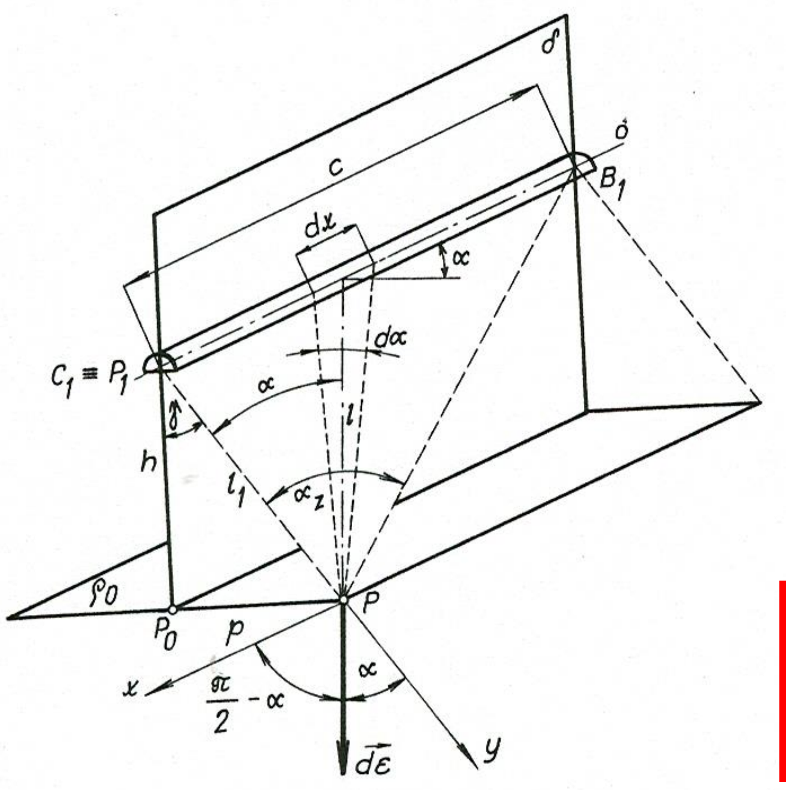
$$= \frac{I_{1\gamma}}{l}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha) . d\alpha$$

Průměty $d\varepsilon_x$, $d\varepsilon_y$ světelného vektoru do směru souřadnicových os x , y se pak stanoví z výrazů

$$d\varepsilon_x = d\varepsilon . \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = d\varepsilon . \sin\alpha = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \sin\alpha . d\alpha$$

$$d\varepsilon_y = d\varepsilon . \cos\alpha = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \cos\alpha . d\alpha$$

Osvětlenost v poli svítidla přímkového typu



$$\varepsilon_x = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \cdot f_k(\alpha_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \cdot f''(\alpha_z)$$

$$\boldsymbol{E_{P\rho v} = \varepsilon_x}$$

$$E_{P\rho y} = \varepsilon_y$$

$$E_{P\rho o} = \varepsilon_y \cdot \cos\gamma = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \cdot f''(\alpha_z) \cdot \cos\gamma$$

$$\boldsymbol{\alpha_z = arctg\frac{c}{l_1}}$$

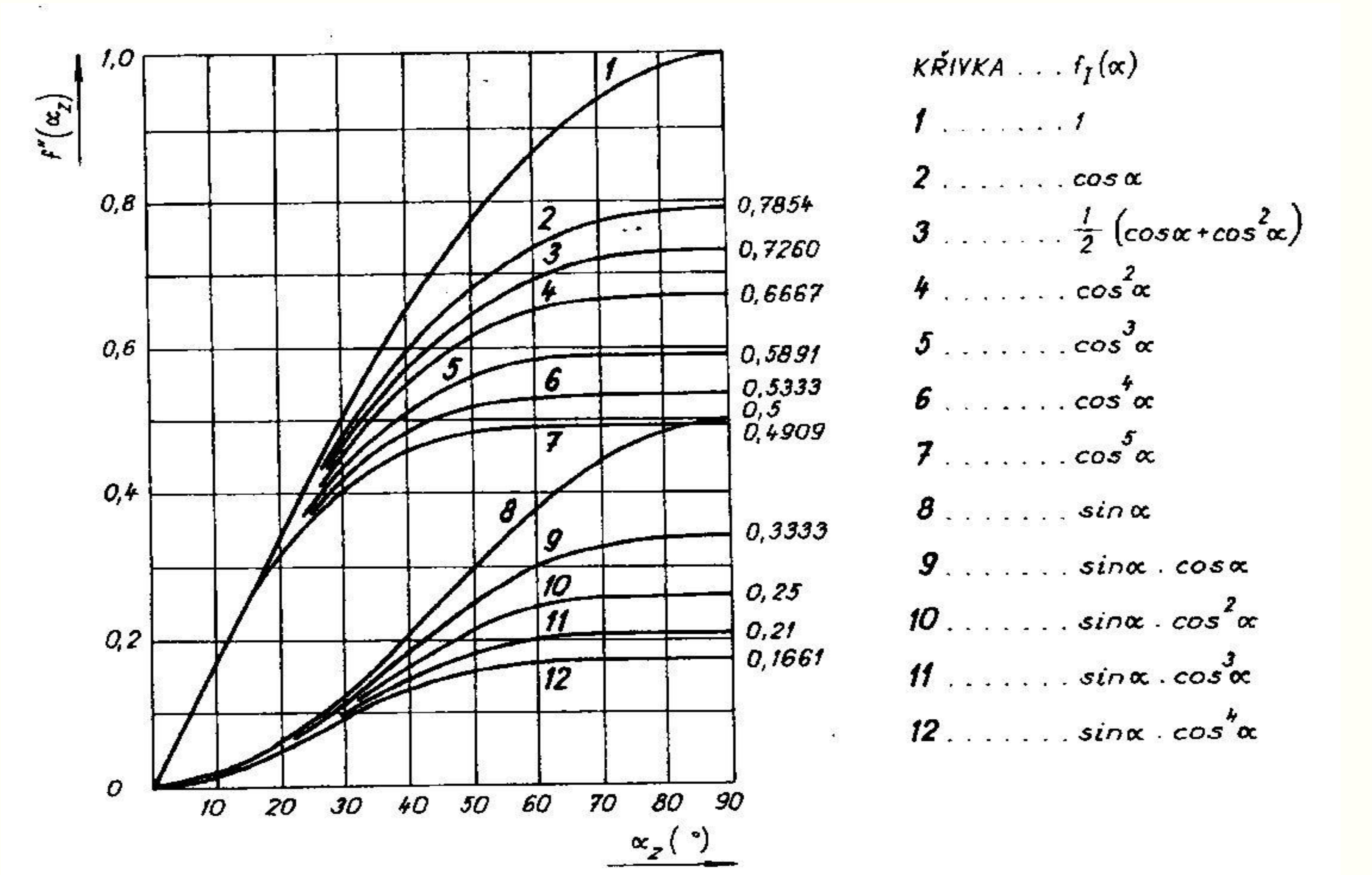
$$E_{P\rho\|\perp} = \varepsilon_y \cdot \cos[(\pi/2) - \gamma] = \varepsilon_y \cdot \sin\gamma$$

$$\varepsilon_y \cdot \sin\gamma = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \cdot f''(\alpha_z) \cdot \sin\gamma$$

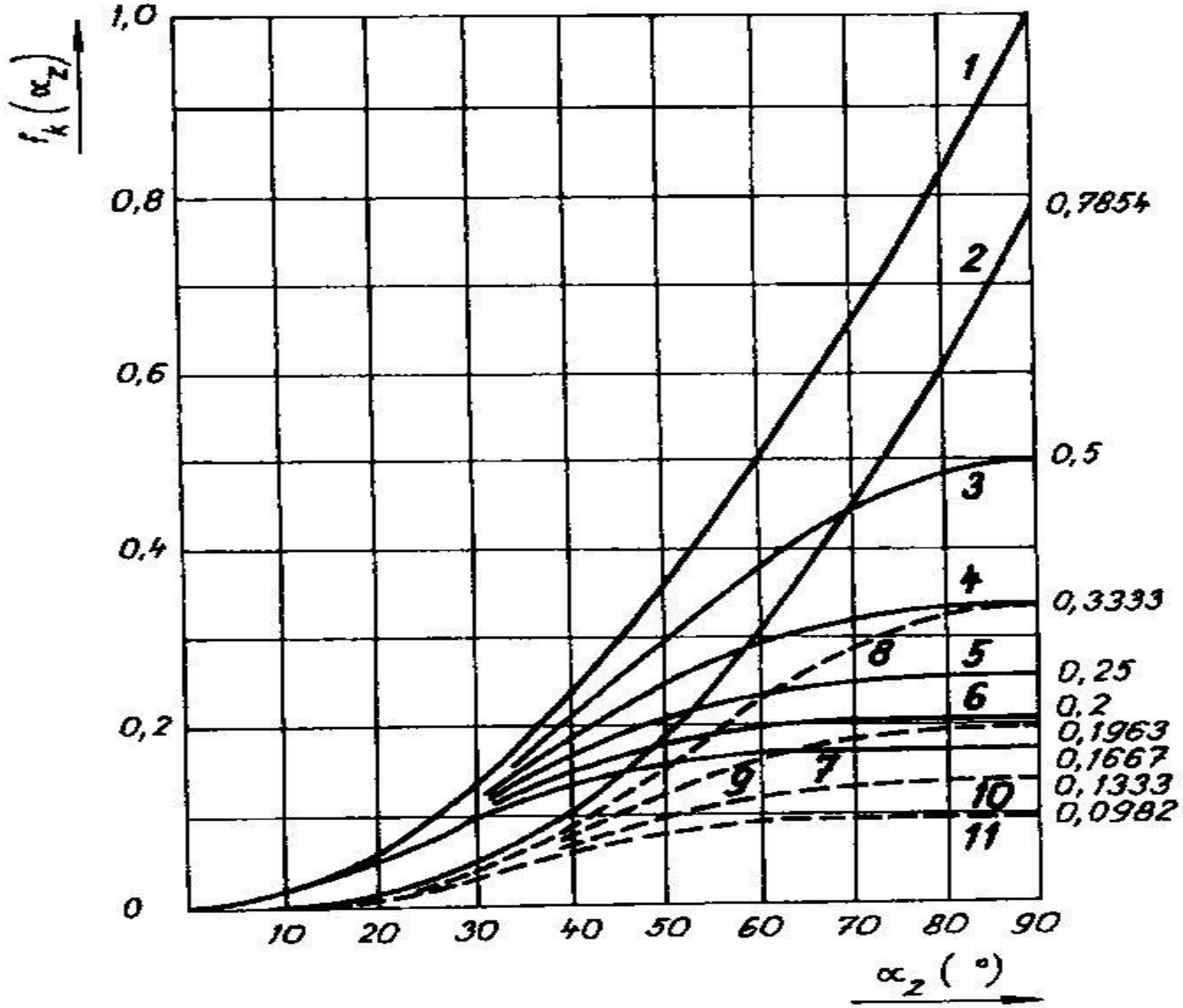
Příklady funkcí $f''(\alpha_z)$ a $f_k(\alpha_z)$ pro vybrané charakteristické funkce $f_{I\delta}(\alpha)$

$f_{I\delta}(\alpha)$	$f''(\alpha_z)=\int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\cdot\cos\alpha\cdot d\alpha$	$f_k(\alpha_z)=\int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\cdot\sin\alpha\cdot d\alpha$
1	$\sin\alpha_z$	$1-\cos\alpha_z$
$\cos\alpha$	$\frac{1}{2}\cdot(\alpha_z+\sin\alpha_z\cdot\cos\alpha_z)=f_1$	$\frac{1}{2}\cdot(1-\cos^2\alpha_z)=\frac{1}{2}\cdot\sin^2\alpha_z$
$\cos^2\alpha$	$\sin\alpha_z\cdot[1-\frac{1}{2}\cdot\sin^2\alpha_z]$	$\frac{1}{3}\cdot(1-\cos^3\alpha_z)$
$\cos^3\alpha$	$\frac{1}{4}\cdot(\sin\alpha_z\cdot\cos^3\alpha_z+3\cdot f_1)$	$\frac{1}{4}\cdot(1-\cos^4\alpha_z)$

Grafy funkcí $f''(\alpha_z)$ pro vybrané charakteristické funkce $f_{I\delta}(\alpha)$



Grafy funkcí $f_k(\alpha_z)$ pro vybrané charakteristické funkce $f_{I\delta}(\alpha)$



KŘIVKA . . . $f_I(\alpha)$

1 1

2 . . . . $\sin\alpha$

3 . . . . $\cos\alpha$

4 . . . . $\cos^2\alpha$

5 . . . . $\cos^3\alpha$

6 . . . . $\cos^4\alpha$

7 . . . . $\cos^5\alpha$

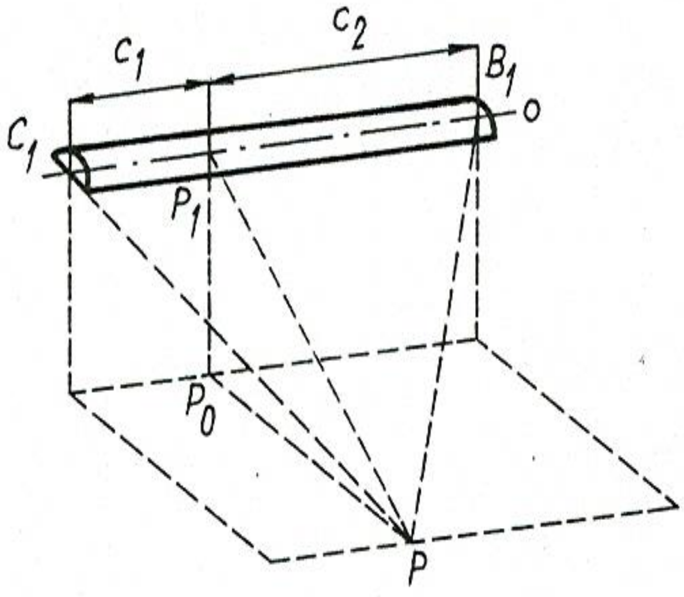
8 . . . . $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

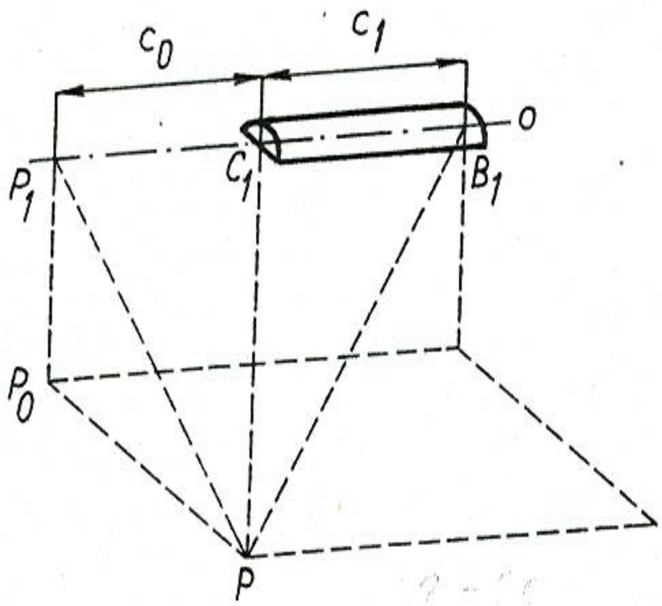
9 . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha$

10 . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^3\alpha$

11 . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^4\alpha$

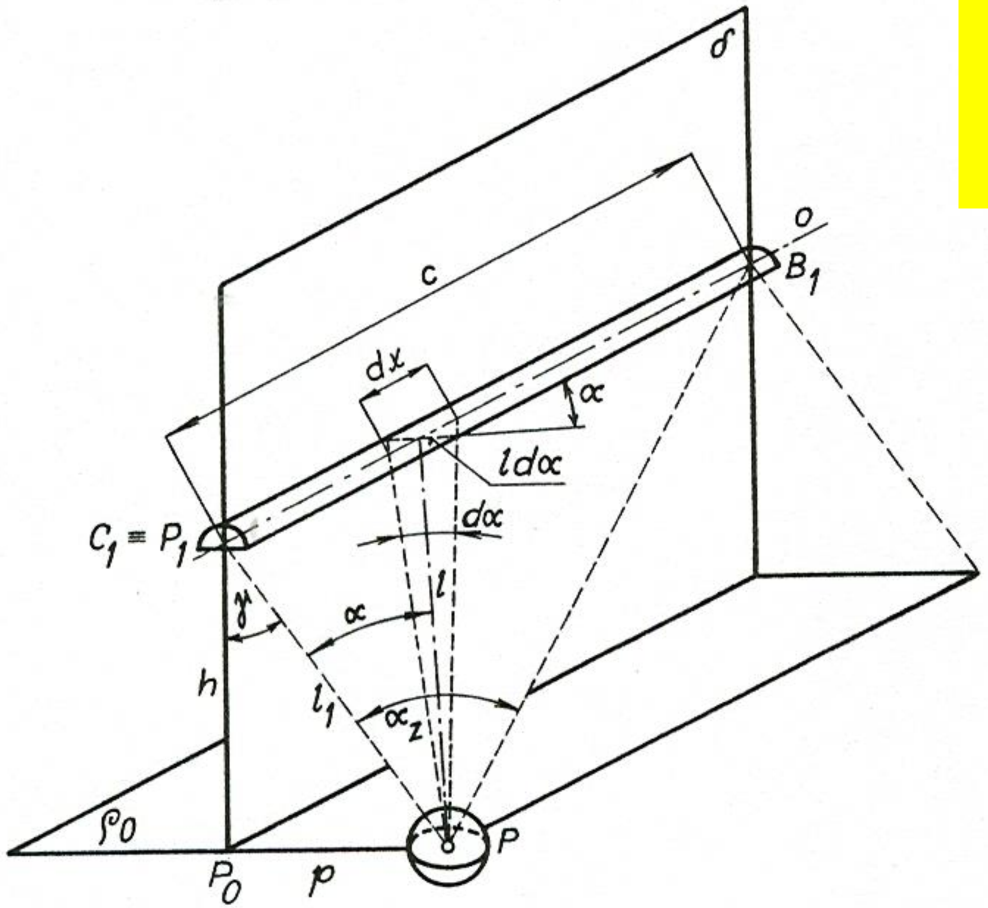
Postup při jiném umístění kontrolního bodu *P*





Střední kulová osvětlenost v poli svítidla přímkového typu

$$dE_{4\pi} = \frac{1}{4}\, dE_N = \frac{1}{4}\,\frac{dI_{\gamma\alpha}}{l^2} = \frac{1}{4}\,\frac{I_\gamma \,.\, f_{I\delta}(\alpha)}{c\,.\,l^2}\, dx = \frac{1}{4}\,\frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha)\, d\alpha$$



$$E_{4\pi} = \frac{1}{4}\,\frac{I_{1\gamma}}{l_1}\int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\,.\,d\alpha$$

$$f'(\alpha_z) = \frac{1}{4}\int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\,.\,d\alpha$$

$$E_{4\pi} = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f'(\alpha_z)$$

Příklady funkce $f\,'(\alpha_z)$ pro vybrané charakteristické funkce $f_{I\delta}(\alpha)$

$f_{I\delta}(\alpha)$	$f\,'(\alpha_z) = \frac{1}{4} \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\,.\,d\alpha$
1	$\frac{1}{4}\ \alpha_z$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{4} \sin \alpha_z$
$\cos^2\alpha$	$\frac{1}{8}\ (\alpha_z + \sin \alpha_z\ .\ \cos \alpha_z)$
$\cos^3\alpha$	$\frac{1}{4}\ \sin \alpha_z\ [1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha_z]$

ŘEŠENÍ OSVĚTLENOSTI V POLI ROTAČNĚ SOUMĚRNĚ VYZAŘUJÍCÍHO SVÍTIDLA **OBDÉLNÍKOVÉHO TYPU**

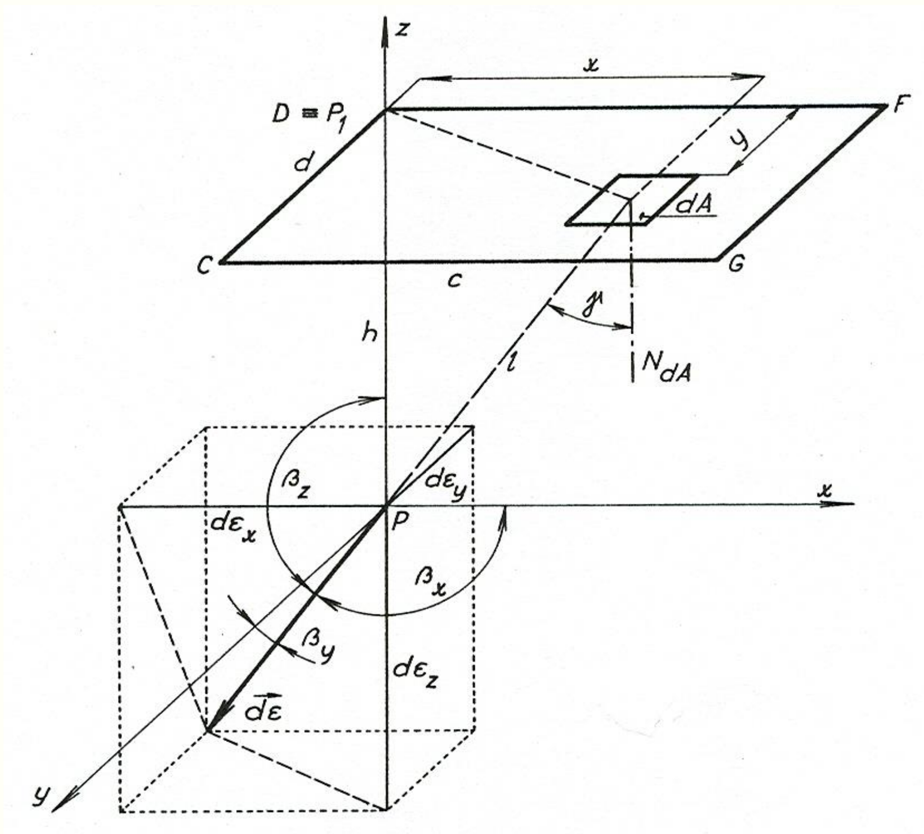
VÝPOČET PARAMETRŮ V POLI SVÍTICÍHO OBDÉLNÍKU

Předpoklad : **1. všechny elementy $dA = dx \cdot dy$ svítícího obdélníku vyzařují stejně**

2. rozložení jasu je rotačně souměrné podle normály k povrchu zdroje a popisuje je vztah

$$L_\gamma = L_0 \cdot f_L(\gamma) = L_0 \cdot \cos^n\gamma \,, \quad \text{kde} \quad n = 0, 1, 2 \text{ až } 5$$

3. pro zjednodušení výpočtu a výsledných vztahů průmět P_1 bodu P do roviny zdroje ≡ s vrcholem D obdélníku



Obecný postup přesného výpočtu :

1. výpočet parametrů v poli dA – bodový zdroj
2. integrace výrazů po ploše svíticího obdélníku

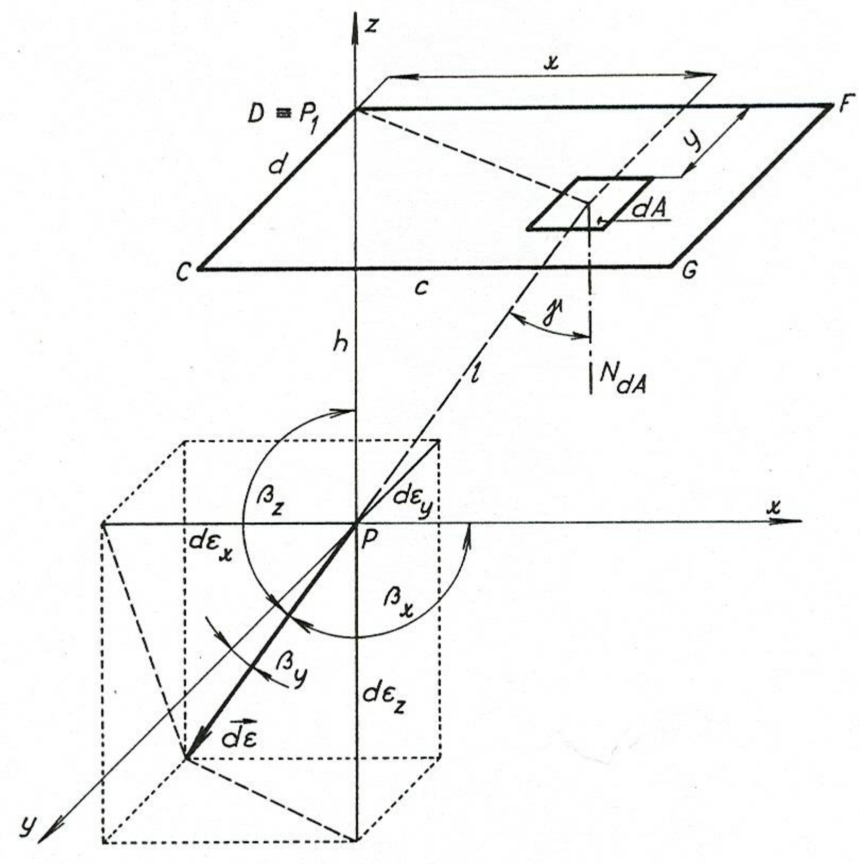
Postup zjednodušeného výpočtu :

1. svíticí plocha se rozdělí na dílčí plošky – bodové zdroje
2. v bodě *P* se vypočtou parametry od všech dílčích plošek.
3. při zvolené poloze bodu *P* (pod jedním z vrcholů obdélníku) se dílčí výsledky sečtou

Pole rotačně souměrně vyzařujícího elementu *dA* obdélníku

$L_\gamma = L_0 \cdot f_L(\gamma) = L_0 \cdot \cos^n\gamma$, kde n = 0, 1, 2 až 5

$L_\gamma = dE_N / d\Omega$



Velikost $d\varepsilon$ světelného vektoru v bodě P pole elementárního zdroje $dA = dx \cdot dy$ (bodový zdroj) je rovna normálové osvětlenosti dE_N v bodě *P*

$$d\varepsilon = dE_N = L_\gamma \cdot d\Omega = L_0 \cdot f_L(\gamma) \cdot dA \cdot \cos\gamma / l^2$$

$$d\varepsilon = L_0 \cdot \cos^{n+1}\gamma \cdot dx \cdot dy / l^2$$

$\cos\gamma = h / l$;

$\cos\beta_x = -x / l$; $\cos\beta_y = -y / l$; $\cos\beta_z = -h / l$

průměty $d\varepsilon$ do souřadnicových os :

$$d\varepsilon_x = d\varepsilon \cdot \cos\beta_x = -L_0 \cdot (x \cdot h^{n+1}) / (l^{n+4})$$
$$d\varepsilon_y = d\varepsilon \cdot \cos\beta_y = -L_0 \cdot (y \cdot h^{n+1}) / (l^{n+4})$$
$$d\varepsilon_z = d\varepsilon \cdot \cos\beta_z = -L_0 \cdot (h^{n+2}) / (l^{n+4})$$

$d\Omega = dA \cdot \cos\gamma / l^2$

$d\varepsilon_x$ = osvětlenost roviny *y z* v bodě *P* zajištěná elementem *dA*

$d\varepsilon_y$ = - " - roviny *x z* - " -

$d\varepsilon_z$ = - " - **roviny *x y*** - " -

OSVĚTLENOST V POLI SVÍTICÍHO OBDÉLNÍKU

v bodě ***P*** ve vzdálenosti ***h*** **pod jedním z vrcholů** obdélníkového zdroje o rozměrech $c \cdot d$

$u = x/h \; ; \; v = y/h$

$a = c/h \; ; \; b = d/h$

$L_\gamma = L_0 \cdot f_L(\gamma) = L_0 \cdot \cos^n \gamma$

$$\varepsilon_x = L_o \int_0^a \int_0^b \frac{u}{\sqrt{\left(1+u^2+v^2\right)^{n+4}}} \, du \, . \, dv$$

$$\varepsilon_y = L_o \int_0^a \int_0^b \frac{v}{\sqrt{\left(1+u^2+v^2\right)^{n+4}}} \, du \, . \, dv$$

$$\varepsilon_z = L_o \int_0^a \int_0^b \frac{1}{\sqrt{\left(1+u^2+v^2\right)^{n+4}}} \, du \, . \, dv$$

Při rotačně souměrném vyzařování se výrazy pro ε_y získají z výrazů pro ε_x pouhou **vzájemnou záměnou** poměrných rozměrů a za b (b za a) .

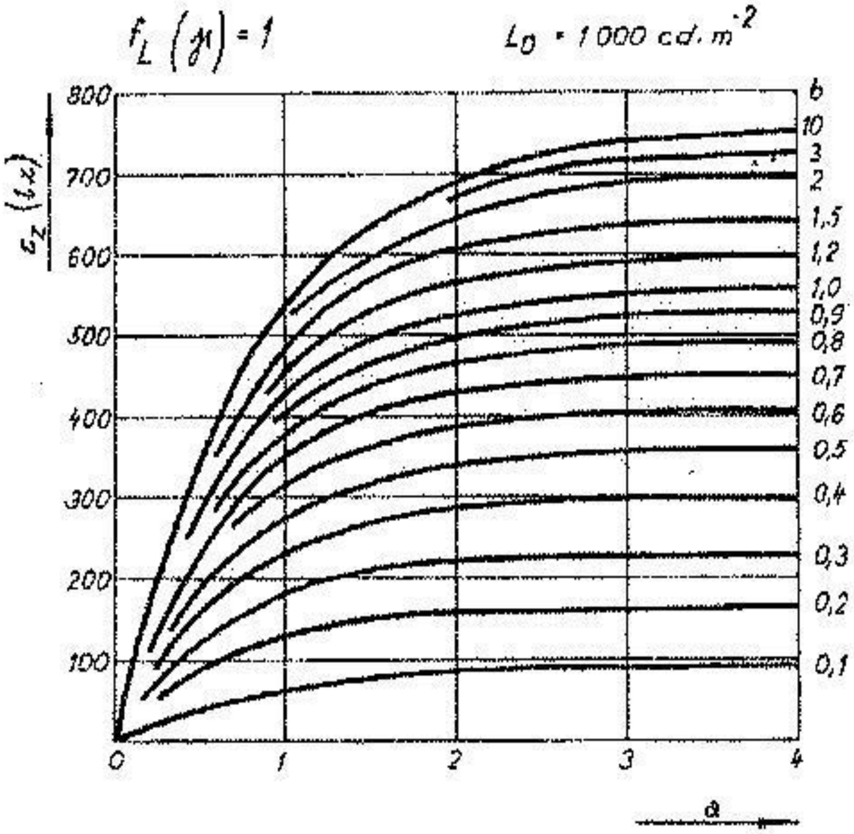
Př. n = 0 ; ***f*** $_L$**(γ) = 1 ;** ***L = konst.***

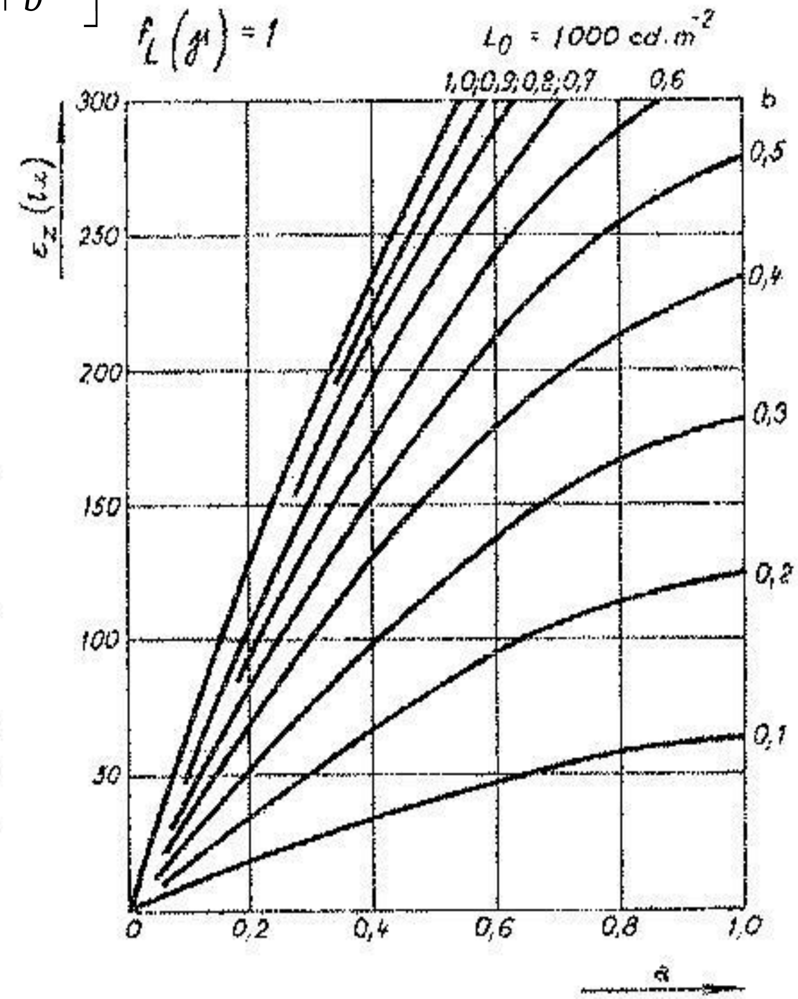
$$\varepsilon_y = \frac{L_0}{2}\left[arctg\,a - \frac{1}{\sqrt{1+b^2}}\, arctg \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} \right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{L_0}{2}\left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}\, arctg \frac{b}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}}\, arctg \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} \right]$$

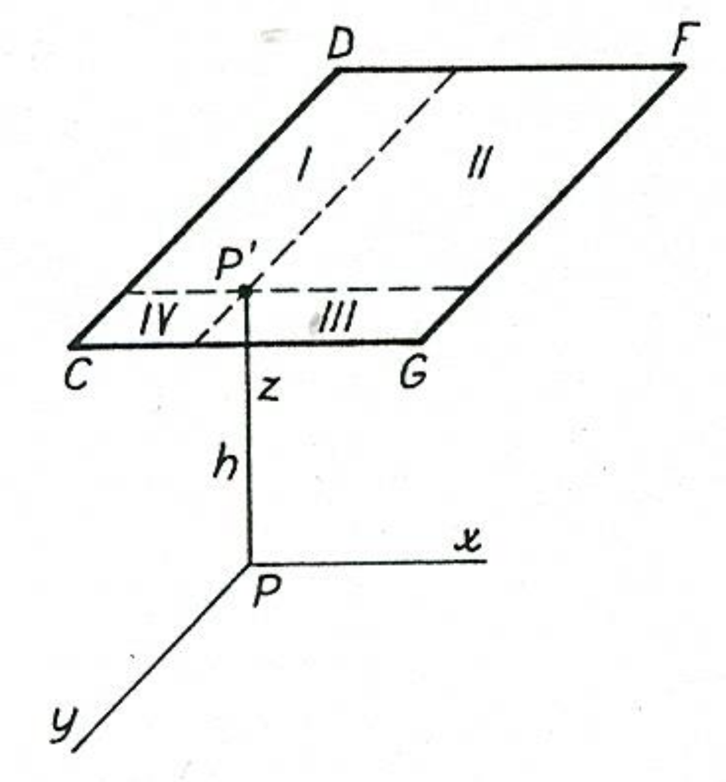
Příklad grafu pro stanovení ε_z v poli difúzně vyzařujícího obdélníku

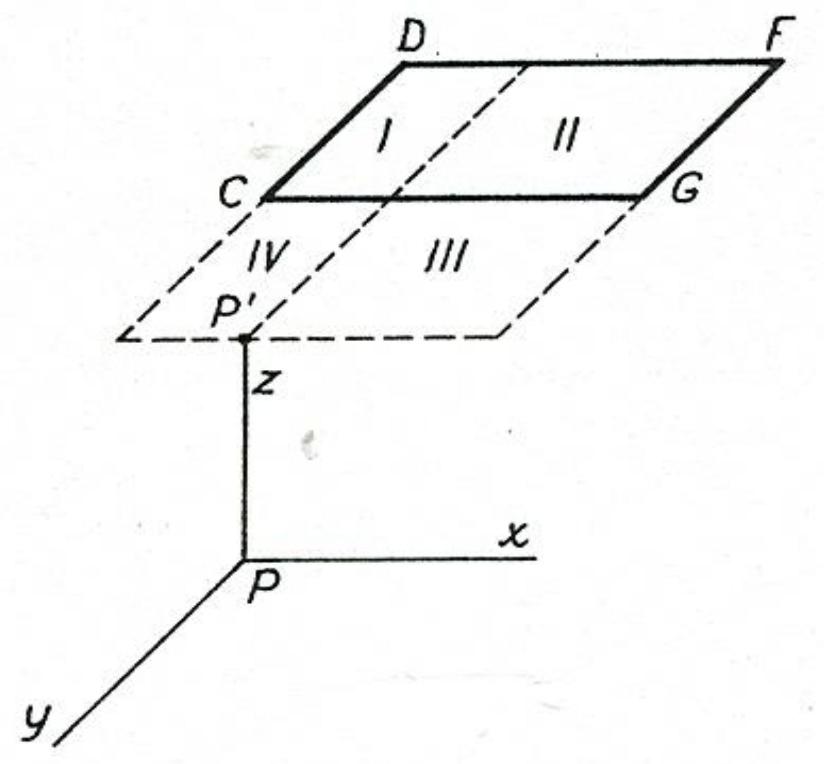
$$\varepsilon_z = \frac{L_0}{2}\left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}\,arctg\frac{b}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}}\,arctg\frac{a}{\sqrt{1+b^2}}\right]$$



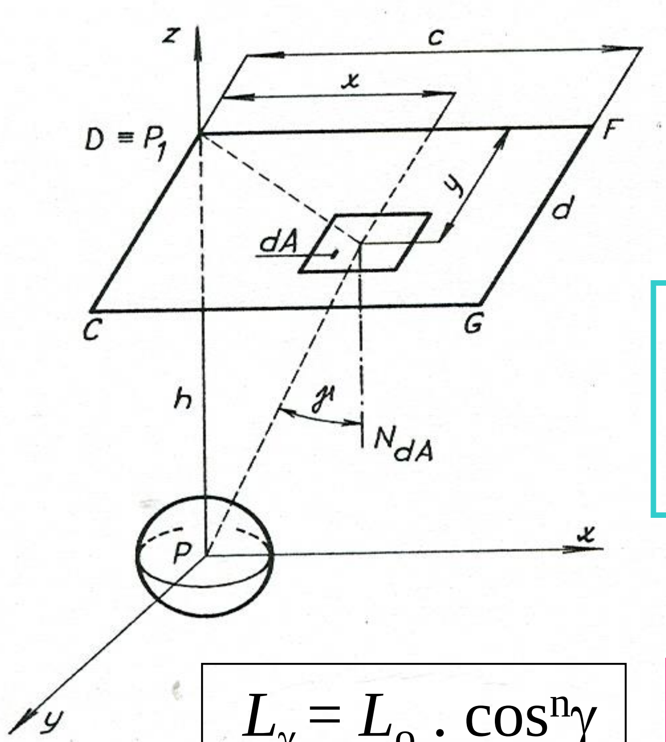


Vliv polohy kontrolního bodu v poli obdélníkového zdroje





$E_{4\pi}$ V POLI SVÍTICÍHO OBDÉLNÍKU



$$dE_{4\pi} = \frac{1}{4}\, dE_N = \frac{1}{4}\, L_\gamma \,.\, d\Omega =$$

$$= \frac{1}{4}\, L_o \cdot \cos^{n+1}\gamma \cdot \frac{1}{l^2}\, dA$$

$$E_{4\pi} = \frac{1}{4} L_o \int_0^c \int_0^d \frac{h^{n+1}}{\sqrt{\left(x^2+y^2+h^2\right)^{n+3}}}\, dx \,.\, dy$$

$u = x/h$; $v = y/h$; $a = c/h$; $b = d/h$

$$L_\gamma = L_o \,.\, \cos^n\gamma$$

$$E_{4\pi} = \frac{1}{4} L_o \int_0^a \int_0^b \frac{du \,.\, dv}{\sqrt{\left(u^2+v^2+1^2\right)^{n+3}}}$$

$$d\Omega = \frac{\cos\gamma \cdot dA}{l^2}$$

Př. $f_L(\gamma) = 1$; $n = 0$
L = konst.

$$E_{4\pi} = \frac{1}{4} L_o \;\mathrm{arctg}\, \frac{a \,.\, b}{\sqrt{a^2+b^2+1}}$$

Střední válcová osvětlenost
v poli sviticího obdélníku

Vyšetřují se dva případy :

Osa modelovéhoválečku je

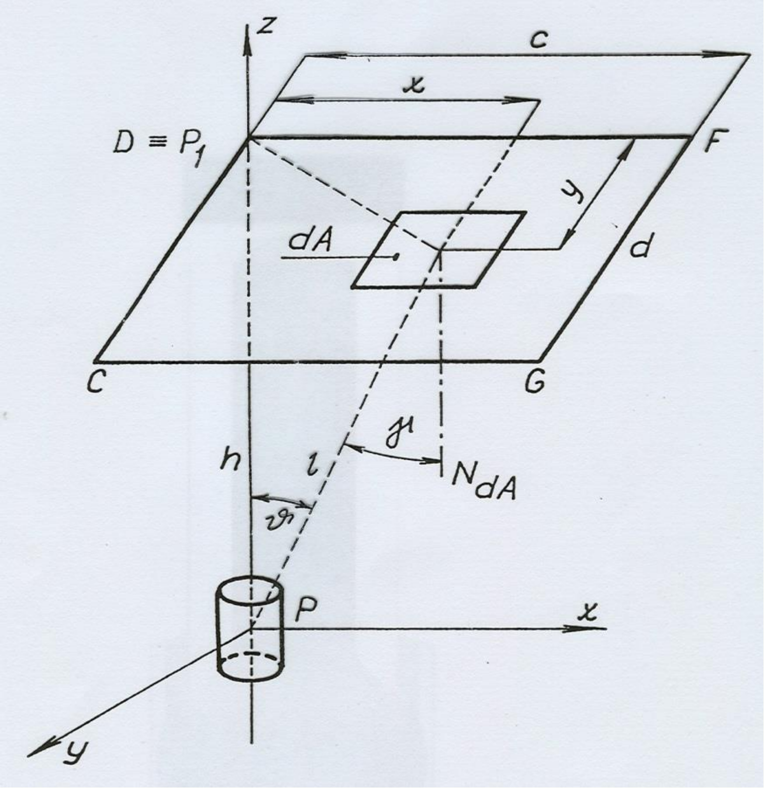
1. kolmá k rovině svíticího obdélníku (**k ose** z)

$$E_{\mathrm{cz}}$$

2. rovnoběžná s rovinou svíticího obdélníku
   (leží v ose y)

$$E_{\mathrm{cy}}$$

E_{cz} V POLI SVÍTICÍHO OBDÉLNÍKU



$$dE_{cz} = \frac{1}{\pi}\,\mathbf{sin}\,\vartheta\,.\,dE_N = \frac{1}{\pi}\,\mathbf{sin}\,\gamma\,.\,L_\gamma\,.\,d\Omega$$

V daném případě $\vartheta = \gamma$, takže vychází

$$dE_{cz} = \frac{1}{\pi}\,L_o\,.\,\mathbf{sin}\,\gamma\,.\,\mathbf{cos}^{n+1}\gamma\,\frac{1}{l^2}\,dA$$

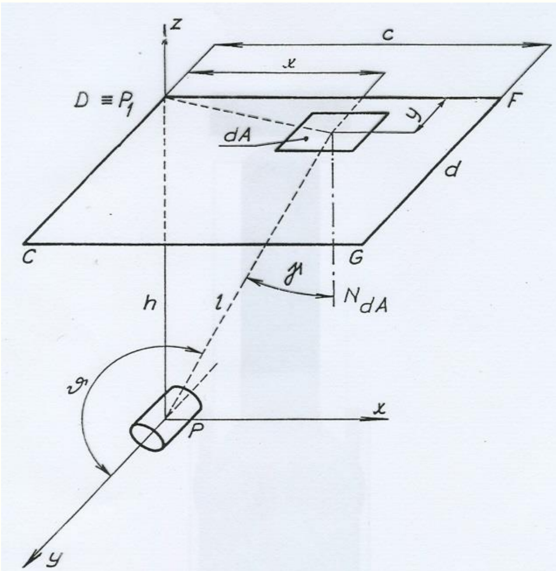
$$\mathbf{sin}\,\vartheta = \mathbf{sin}\,\gamma = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{l} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+h^2}}$$

$$\mathbf{cos}\,\gamma = \frac{h}{\sqrt{x^2+y^2+h^2}} \qquad l = \sqrt{x^2+y^2+h^2}$$

$$L_\gamma = L_o \cdot \cos^n\gamma$$

$$E_{cz} = \frac{1}{\pi}\,L_o \int_0^c \int_0^d \frac{\sqrt{x^2+y^2}\,.\,h^{n+1}}{\sqrt{\left(x^2+y^2+h^2\right)^{n+4}}}\,dx\,.\,dy$$

E_{cy} V POLI SVÍTICÍHO OBDÉLNÍKU



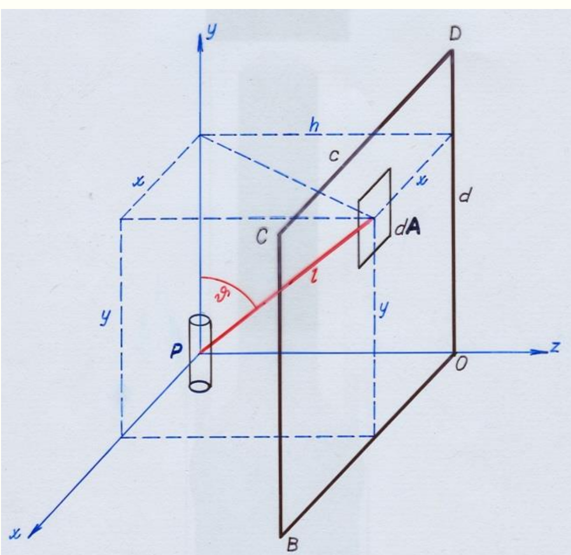
$$\boxed{L_\gamma = L_o \cdot \cos^n\gamma}$$

$$\boxed{\cos\gamma = \frac{h}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}}$$

$$\boxed{dE_{cy} = \frac{1}{\pi}\sin\vartheta \cdot dE_N = \frac{1}{\pi}\sin\vartheta \cdot L_\gamma \cdot d\Omega}$$

$$l = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$$

$$d\Omega = \frac{\cos\gamma \cdot dA}{l^2}$$



$$\boxed{\sin\vartheta = \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}}$$

$$\boxed{E_{cy} = \frac{1}{\pi} L_o \int_0^c \int_0^d \frac{h^{n+1}\sqrt{h^2 + x^2}}{\sqrt{\left(x^2 + y^2 + h^2\right)^{n+4}}}\, du \,.\, dv}$$

Děkuji Vám za pozornost