



Fakulta elektrotechnická *Katedra technologií a měření*

KET/MET
5. přednáška

Chyby a nejistoty měření

5.přednáška © Tůmová 1

8 Chyby a nejistoty měření

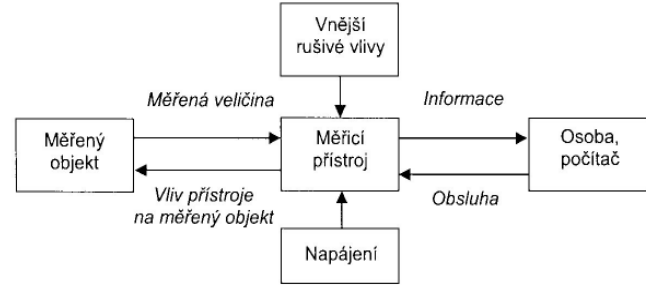
8.1 Přesnost měření

- měřicím zařízením a zvolenou metodou se na měřeném objektu určuje velikost jisté veličiny
- vlivem zpětného působení měřicího zařízení na měřený objekt dochází ke změnám poměrů v měřeném objektu
- tato skutečnost má za následek to, že nelze měřit skutečnou hodnotu veličiny
- při každém reálném procesu dochází k chybám
- obecně platí požadavek, aby absolutní chyba

$$\Delta \rightarrow 0!$$

5.přednáška © Tůmová 3

Vznik chyb při měření



Míst a příčiny vzniku chyb při měření

5.přednáška © Tůmová 4

8.1.1 Rozdělení chyb podle příčin vzniku

chyby metody (Δ_m , σ_m)

- většinou korigovatelné - systematické chyby, vznikají vzájemným působením měřicího přístroje a měřeného obvodu
- a) zapojením přístroje do obvodu se připojí přídavný R , L nebo C (podle charakteru přístr.)
- b) měřicí přístroj koná v obvodu práci, proto odebírá energii z měřeného signálu: spotřeba přístroje je udána výrobcem ve W , VA , W/V

5.přednáška

© Tůmová

5

chyby měřicích přístrojů

- jsou dány vlastnostmi přístrojů, nedokonalostí jejich výroby i vlivem okolí:
- a) **základní chyby měřicích přístrojů** – zahrnuty v třídě přesnosti; tj. maximální možná chyba, pokud se přístroj používá podle pokynů a za podmínek udaných výrobcem (teplota, tlak, vlhkost vzduchu, cizí elmg. pole, poloha)
- b) **přídavné chyby měřicích přístrojů** – vznikají, pokud nejsou nebo nemohou být dodrženy podmínky stanovené výrobcem; tyto chyby mohou být i několikanásobně větší než chyby základní

5.přednáška

© Tůmová

6

chyby členů měřicího obvodu

- jsou způsobeny nepřesnostmi vyrovnání a kalibrace etalonů;
- pro velmi přesná měření je udávána největší dovolená odchylka od jmenovité hodnoty

chyby způsobené rušivými vlivy

- jsou obtížně korigovatelné; (rušivá napětí, C - nebo L - vazby, R - vodičů, atd.)

5.přednáška

© Tůmová

7

chyby čtení

- způsobeny pozorovatelem

celkové chyby měření

- jsou výsledkem většího počtu dílčích chyb
- Celková chyba = chyba základní + chyby přídavné

5.přednáška

© Tůmová

8

8.1.2 Rozdělení chyb podle zdrojů

chyby objektivní

- způsobené objektivními příčinami

chyby subjektivní

- obvykle zaviněné obsluhou

5.přednáška

© Tůmová

9

8.1.3 Rozdělení chyb podle způsobu výskytu

chyby systematické (soustavné)

- při opakování téhož experimentu (za srovnatelně stejných podmínek) mají stále stejné znaménko
- způsobeny členy v měřicím řetězci a měřicí metodou, např. spotřebou přístrojů, nepřesností etalonů, vlivem frekvence a teploty
- teoreticky lze eliminovat zavedením početních korekcí při zpracování výsledku měření nebo úpravou měřicího systému

5.přednáška

© Tůmová

10

- korigovatelné tehdy, známe-li příčiny a zákonitosti jejich vzniku nebo pokud je můžeme s jistou pravděpodobností určit kontrolním měřením

- **Problém:**
v praxi mohou být značně velké,
někdy nekorigovatelné →

není-li k dispozici přesnější kontrolní měření
nebo teoretickým rozbořením nelze určit příčiny
systematické chyby.

5.přednáška

© Tůmová

11

chyby náhodné (nahodilé)

- jejich příčiny neznáme a jejich vliv lze zmenšit jen opakovaným měřením za stejných podmínek
- - nepravidelné kolísání teploty, změna odporu vlivem oteplení vodičů, průchodem proudu, apod.
- při opakovaném měření - chyby rozloženy při N-rozdělení symetricky kolem skutečné (často tzv. konvenční) hodnoty

5.přednáška

© Tůmová

12

chyby hrubé (omyly)

- Příčiny: nesprávné měření,
(velká nepřesnost nebo porucha měřicího přístroje
nebo při selhání pozorovatele
- Dosáhnou někdy i velikosti, že zcela zkreslí a znehodnotí výsledek
- zpravidla jsou snadno rozeznatelné od ostatních hodnot, je nutné je vyloučit ze souboru naměřených hodnot

5.přednáška

© Tůmová

13

8.1.4 Vyhodnocení náhodných chyb $N(0, \sigma^2)$

- Gaussova křivka - graf. vyjádření rozložení náhodných chyb
- rozdělení $N(0, \sigma^2)$ a předpokládá se, že platí **Gaussův zákon**

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 (\Delta X)^2}$$

kde y ... hustota rozdělení pravděpodobnosti, že nastane chyba velikosti ΔX

5.přednáška

© Tůmová

14

ΔX ... velikost náhodné chyby

σ^2 ... rozptyl normálního rozdělení

h ... míra přesnosti

$$h = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}}$$

- **střední hodnota náhodných chyb** je dána vztahem

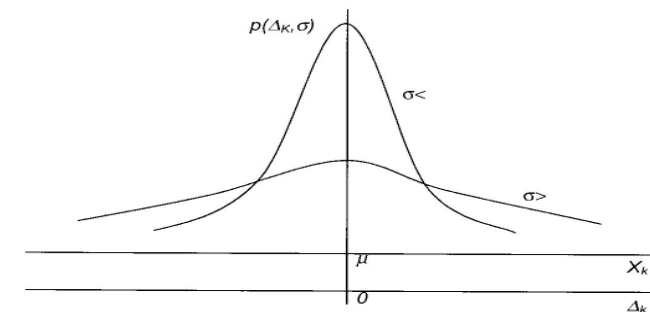
$$\sum_{i=1}^n \Delta X_i = 0$$

5.přednáška

© Tůmová

15

Náhodné vlivy – náhodné chyby



Gaussova křivka pro různé hodnoty směrodatné odchylky

5.přednáška

© Tůmová

16

- **pravděpodobná chyba Δ_p** –
- určuje interval $\pm \Delta_p$,
kde leží pravá hodnota s **P = 50 %**
- **směrodatná (standardní) odchylka σ**
- **(výběrová směrodatná) s**
(dříve zvaná Δ_s střední kvadratická chyba) –
- určuje interval $\pm \Delta_s$, kde leží pravá hodnota s **P = 68,27 %**

$$s = \Delta_s = \sqrt{\frac{\Delta X_1^2 + \Delta X_2^2 + \dots + \Delta X_n^2}{(n-1)}}$$

- Také určuje polohu inflexního bodu

5.přednáška

© Tůmová

17

kde n ... počet naměřených hodnot

$$\Delta X_i^2 = (\bar{X} - X_i)^2$$

X_i ... i-tá naměřená hodnota

\bar{X} ... aritmetický průměr

- **krajní chyba Δ_K** –
určuje interval, kde leží pravá hodnota s **P = 99,73 %**
a je definována

$$\Delta_K = 3\sigma \approx 3s$$

5.přednáška

© Tůmová

18

8.2 Chyby analogových přístrojů

- Základní chyby analogových měřicích přístrojů jsou zahrnuty v třídě přesnosti.
- **Třída přesnosti TP** –
vyjádřena jako maximální možná relativní chyba v %, pokud se přístroj používá podle stanovených metrologických požadavků výrobce určených k udržení chyb měření a za specifických vztažných podmínek udaných výrobcem ve specifikovaných mezích.

Nejsou-li dodrženy vztažné podmínky, je poměrná chyba údaje přístroje dána součtem poměrné chyby přístroje (za vztažných podmínek) a poměrnou chybou změn údaje (které vznikají, pokud přístroj nepracuje za vztažných podmínek)

5.přednáška

© Tůmová

19

Chyby analogových přístrojů

- $$\delta_u = \delta_p + \sum \delta_z$$
- kde $\sum \delta_z$ je souhrn změn údaje přístroje (při měření za jiných než vztažných podmínek), udaný v % skutečné hodnoty S .
- Dovolené chyby jsou uvedeny v normách ČSN IEC 51, třídy přesnosti bývají u většiny analogových měřidel normalizovány.

5.přednáška

© Tůmová

20

Chyby analogových přístrojů

- **Třída přesnosti** se určí jako poměr absolutní chyby a naměřené hodnoty vyjádřené v %.
- Touto naměřenou hodnotou může být:
 - a) měřicí rozsah M (používá se nejčastěji)
 - b) skutečná hodnota měřené veličiny S (např. vibrační kmitoměry)
 - c) délka stupnice měřicího přístroje l (poměrové přístroje a přístroje se stupnicí logaritmickou nebo hyperbolickou)

5.přednáška

© Tůmová

21

Chyby analogových přístrojů

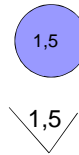
- Podle toho se provádí i značení:

■ a) $TP = \delta_{pM} = \frac{\Delta_p}{M} 100 \text{ (%)}$ např. 1,5

■ b) $TP = \delta_{pS} = \frac{\Delta_p}{S} 100 \text{ (%)}$

■ c) $TP = \delta_{pl} = \frac{\Delta_l}{l} 100 \text{ (%)}$

- V praxi nejčastěji třída přesnosti typu a).

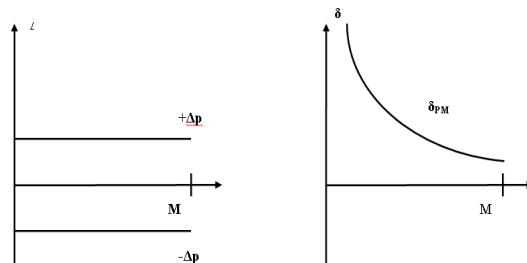


5.přednáška

© Tůmová

22

Chyby analogových přístrojů



Závislost absolutní a relativní chyby analogového přístroje
(třída přesnosti vztažena k rozsahu M)

5.přednáška

© Tůmová

23

Chyby analogových přístrojů

- **Referenční podmínky** zahrnují -
- Klimatické veličiny,
- Mechanické veličiny,
- Veličiny ovlivňující napájení, elmg.pole, popř. záření

Referenční podmínky jsou např.:

Teplota okolního vzduchu $((20, 23 \text{ nebo } 27) \pm (1, 2, 5 \text{ nebo } 10)) \text{ } ^\circ\text{C}$

Relativní vlhkost $(45 - 75) \%$

Atmosférický tlak $(86 - 106) \text{ kPa}$

Síťové napájení přístrojů $(230 \pm 4) \text{ V}$

a kmitočet napájení $(50 \pm 0,5) \text{ Hz}$

Např.:

- - teplota okolí $23 \text{ } ^\circ\text{C}$,
- - vnější magnetické pole $B < 0,5 \text{ mT}$,
- - pracovní poloha přístroje $\pm 5^\circ$.

5.přednáška

© Tůmová

24

Chyby analogových přístrojů

- **Jmenovité pracovní podmínky** – liší se podle typu klimatického prostředí, pro které je přístroj určen:
- Teplota okolního vzduchu v rozmezí (+5 až +40, -10 až +55, -25 až +50, -30 až +70) °C,
- relativní vlhkost vzduchu 80% při 25 °C, 90% při 30 °C
- Atmosférický tlak (70 – 106 nebo 60 – 106) kPa
- Sítové napájení přístrojů (230 ± 22) V a kmitočet napájení (50 ± 0,5) Hz

5.přednáška

© Tůmová

25

Chyby analogových přístrojů

- **Hlavními příčinami chyb analogových měřicích přístrojů s elektromechanickým měřicím ústrojím jsou:**
- nepřesnost výroby a nepřesnost kalibrace,
- rušivé síly a momenty,
- vnitřní rušivá elektrická a magnetická pole,
- oteplení vlastní spotřebou přístroje,
- stárnutí materiálů a součástek,
- opotřebení a poškození přístroje.
- Veličiny, které většinou vyvolávají přidavné chyby:
- teplota okolí,
- vychýlení přístroje ze správné polohy,
- kmitočet a tvar křivky měřené střídavé veličiny.

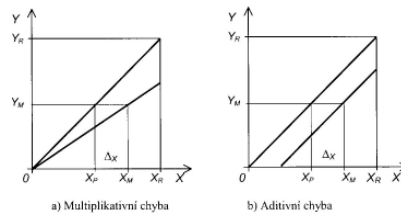
5.přednáška

© Tůmová

26

Chyby analogových přístrojů

- a) **absolutní multiplikativní chyba** se zvětšuje s naměřenou hodnotou (obvykle chybné nastavení hlavních měřicích prvků přístroje)
- b) **absolutní aditivní chyba** vzniká chybným nastavením nulové polohy přístroje nebo chybovém napětí (offsetu) zesilovače



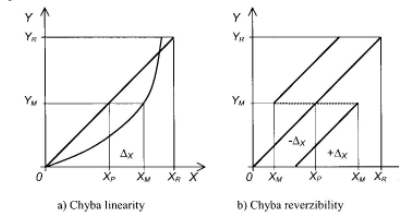
5.přednáška

© Tůmová

27

Chyby analogových přístrojů

- a) **chyba linearity** (nelineární charakteristiky použitých součástek a materiálů, nepřesnost montáže), může měnit znaménko, lze odstranit korekční křivkou přístroje
- b) **chyba reverzibility** (způsobí rozdílné údaje přístroje při snižování a zvyšování měřené veličiny)



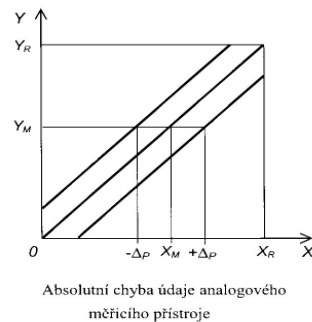
5.přednáška

© Tůmová

28

Chyby analogových přístrojů

- Absolutní chyba vůči naměřené hodnotě



5.přednáška

© Tůmová

29

8.3 Chyby digitálních přístrojů

- **Základní chyby digitálních přístrojů** se skládají ze dvou složek:
- **1. část chyby** je udána v % údaje měřené veličiny (MH nebo rdg – of reading) a
- **2. část chyby** je vztažena k maximální hodnotě měřicího rozsahu (MHMR nebo FS – full scale).

5.přednáška

© Tůmová

30

Chyby digitálních přístrojů

- **Základní chyba absolutní:** $\Delta_{celk} = \Delta_{čtení} + \Delta_{rozsahu} =$

$= \pm (x \% \text{ z údaje měřené hodnoty} + y \% \text{ z měřicího rozsahu})$

- Chyba rozsahu může být též vyjádřena počtem kvantovacích kroků (digitů).

- **Základní chyba relativní:** $\delta_{celková} = \delta_{čtení} + \delta_{rozsahu}$

- Je dána součtem relativní chyby měřené hodnoty a relativní chyby vztažené k maximální hodnotě rozsahu vyjádřené v procentech.

- **Chyby digitálních přístrojů** mohou být rozšířeny o chyby, které garantuje výrobce za určitý časový úsek (měsíc, 3 měsíce nebo 1 rok)

5.přednáška

© Tůmová

31

Chyby digitálních přístrojů

- **Absolutní chybu** digitálních přístrojů lze vyjádřit dvěma způsoby, a to:

- a)

$$|\Delta_{celková}| = \left| \frac{\delta_1}{100} U_x \right| + \left| \frac{\delta_2}{100} U_M \right| = |\Delta_1| + |\Delta_2|$$

- kde je relat. chyba v % U_x (údaje měřené veličiny),
je relat. chyba v % U_M (hodnoty měřicího rozsahu).

$$\Delta_{celková} = \pm \left(\frac{\delta_1}{100} U_x + \Delta_3 \cdot k \right)$$

- b)

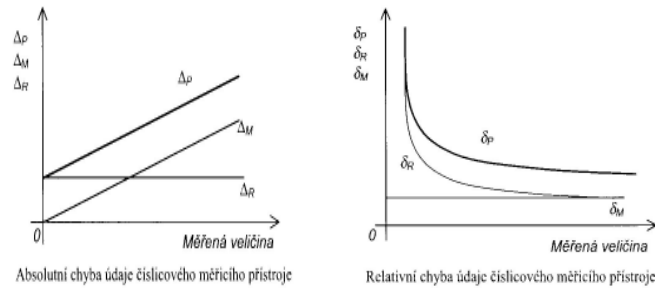
- kde je relat. chyba v % U_x (údaje měřené veličiny),
je absolutní chyba udaná v počtu jednotek posledního místa číslíkového zobrazovače, tj. počet kvantovacích kroků.

5.přednáška

© Tůmová

32

Chyby digitálních přístrojů



5.přednáška

© Tůmová

33

Příklady chyb digitálních přístrojů

- **Digitální voltmetr** má pětimístný zobrazovač (99999), na rozsahu 10 V bylo změřeno 5,0000 V.
- a) výrobce stanovil základní chybu přístroje
 $= \pm (0,01 \% \text{ údaje} + 0,01 \% \text{ rozsahu})$
- pak základní absolutní chyba
 $= \pm (5 \cdot 10^{-4} + 10 \cdot 10^{-4}) = \pm 1,5 \text{ mV}$
- b) pokud výrobce stanovil základní chybu přístroje
 $= \pm (0,01 \% \text{ údaje} + 8 \text{ kvantovacích kroků})$
- je základní absolutní chyba
 $= \pm (5 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-4}) = \pm 1,3 \text{ mV}$

5.přednáška

© Tůmová

34

Chyby digitálních přístrojů

- **Rozlišení měřicích systémů - AD a DA převodu**
- **Příklady:**
- a) **osmibitový AD-převodník** má rozlišení 256 úrovní (2^8 úrovní), tj. 2,4 digit,
 $0,4 \% \text{ z rozsahu}$, tj. 3,9 mV z rozsahu $\pm 1 \text{ V}$;
- b) **číslicový voltmetr, 3 digit** odpovídá desetibitovému převodníku. S ohledem na vyráběnou řadu se použije 12-bitový AD převodník.
- Jeho rozlišení je $0,024 \% = 244,14 \text{ ppm} = 0,24 \text{ mV}$ z rozsahu $\pm 1 \text{ V}$.

5.přednáška

© Tůmová

35

8.4 Rozlišení měřicích systémů (AD a DA převodu)

počet bitů n	počet úrovní 2^n	digit $D =$ $\log 2^n$	LSB %	LSB ppm	LSB mV z 1V	Dynam. rozsah - dB
1	2	0,3	50,0000	500 000,00	500,0000	6,0
2	4	0,6	25,0000	250 000,00	250,0000	12,0
3	8	0,9	12,5000	125 000,00	125,0000	18,1
4	16	1,2	6,2500	62 500,00	62,5000	24,1
5	32	1,5	3,1250	31 250,00	31,2500	30,1
6	64	1,8	1,5625	15 625,00	15,6250	36,1
7	128	2,1	0,7812	7 812,50	7,81250	42,2
8	256	2,4	0,3906	3 906,25	3,90625	48,2
9	512	2,7	0,1952	1 952,12	1,95212	54,0
10	1024	3,0	0,0976	976,56	0,97656	60,0
11	2048	3,3	0,0488	488,28	0,48828	66,0
12	4096	3,6	0,0244	244,14	0,24414	72,0

5.přednáška

© Tůmová

36

8.5 Ostatní elektrické měřicí přístroje

- Do této skupiny se řadí všechny přístroje, které nepatří do skupiny ukazovacích přístrojů dle ČSN IEC 51 nebo do skupiny číslicových měřicích přístrojů.
- U elektronických a speciálních přístrojů (např. webermetry, integrační měřicí přístroje, RLC můstky atd.) závisí vyjádření údaje chyby na výrobci.
- Pokud mají tyto přístroje zabudován v sobě ukazovací přístroj (pro čtení údaje) s udanou třídou přesnosti, vztahuje se tato třída přesnosti pouze na ukazovací přístroj (indikátor), nikoliv na celý měřicí přístroj (např. měřič zkreslení apod).
- **Chyby této skupiny měřicích přístrojů je nutné vyhledat vždy v technické dokumentaci výrobce.**

5.přednáška

© Tůmová

37

Konec 5. přednášky

DĚKUJI ZA POZORNOST

5.přednáška

© Tůmová

38