МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №3

з курсу “Дискретна математика ”

Виконав:
ст. гр. КН-110
Петровський Олександр

Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Тема:

”Побудова матриці бінарного відношення”

Мета роботи:

Набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та
визначені їх типів.

Теоретичні відомості:

Декартів добуток множин A і B (позначається A × B) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a,b), де a ∈ A, b∈ B. При цьому вважається, що (a1,b1) = (a2,b2) тоді і тільки тоді, коли a1 = a2 , b1 = b2.

Потужність декартова добутку дорівнює $|A \times B| = |A| \times |B|$.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку A×B (тобто R ⊂ A×B).

Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть (a, b)∈R , або aRb .

Областю визначення бінарного відношення δ ⊂ X ×Y називається множина {x| ∃y (x, y) ∈ R}, а областю значень – множина ρ={y| ∃x (x, y) ∈ R} (∃- існує).

Для скінчених множин бінарне відношення R ⊂ A×B зручно задавати за допомогою матриці

Види бінарних відношень

1. Бінарне відношення R на множині A називається рефлексивним, якщо для будь якого a ∈ A

виконується aRa , тобто (a,a) ∈ R . Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов’язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення R на множині A називається антирефлексивним, якщо для будь якого a ∈ A не виконується aRa , тобто (a,a) ∉ R . Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення R на множині A називається симетричним, якщо для будь яких a,b ∈ A з aRb слідує bRa , тобто якщо (a,b) ∈ R то і (b,a) ∈ R . Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.

4. Бінарне відношення R на множині A називається антисиметричним, якщо для будь яких a,b ∈ A з aRb та bRa слідує що a = b . Тобто якщо (a,b) ∈ R і (b,a) ∈ R , то a = b . Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної

діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з’єднуються тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення R на множині A називається транзитивним, якщо для будь яких a, b, c ∈ A з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо (a,b) ∈ R і (b,c) ∈ R, то (a,c) ∈ R . Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma ij = 1$ та $\sigma jm =1$, то обов’язково $\sigma im =1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з’єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов’язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається антитранзитивним, якщо для будь яких a, b, c ∈ A з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо (a, b) ∈R і (b, c) ∈ R, то (a, c) ∉ R . Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma ij = 1$ та $\sigma jm =1$, то обов’язково $\sigma im =0$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з’єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов’язково немає дуги з першої в третю вершину.

Функцією з множини X на множину Y називається всюди визначена бінарна відповідність, при якому кожен елемент множини X зв’язаний з єдиним елементом множини Y. Функція записується наступним чином: якщо $f \subseteq X \times Y$, то $f : X \rightarrow Y$. Множину X називають областю визначення, а Y – множиною значень функції. Областю значень функції називається підмножина Y, яка складається з образів всіх елементів x ∈ X . Вона позначається символом f (X).

Оскільки для кожного x ∈ X існує єдиним образом визначений y ∈Y , такий що (x, y)∈ f , то записують y = f (x) та говорять, що функція f відображує множину X на множину Y, а f (x) називають образом x при відображенні f або значенням функції, яка відповідає аргументу x.

Види функціональних відношень

1. Функція називається ін’єктивною (ін’єкцією), якщо з умови f (x1) = f (x2) слідує, що x1 = x2 для будь-яких x1, x2 ∈ X. Функція ін’єктивна тоді і тільки тоді, коли для будь-яких x1, x2 ∈ X якщо x1 ≠ x2 , то f (x1) ≠ f (x2), тобто для різних аргументів функція f приймає різні значення.

2. Функція називається сюр’єктивною (сюр’єкцією), якщо для кожного y*∈Y знайдеться такий

x*∈ X , що y* = f (x*) .

3. Функція називається бієктивною (бієкцією), якщо вона ін’єктивна та сюр’єктивна одночасно.

Таку функцію ще називають взаємно-однозначним відображенням.

Варіант № 5

Завдання 1:

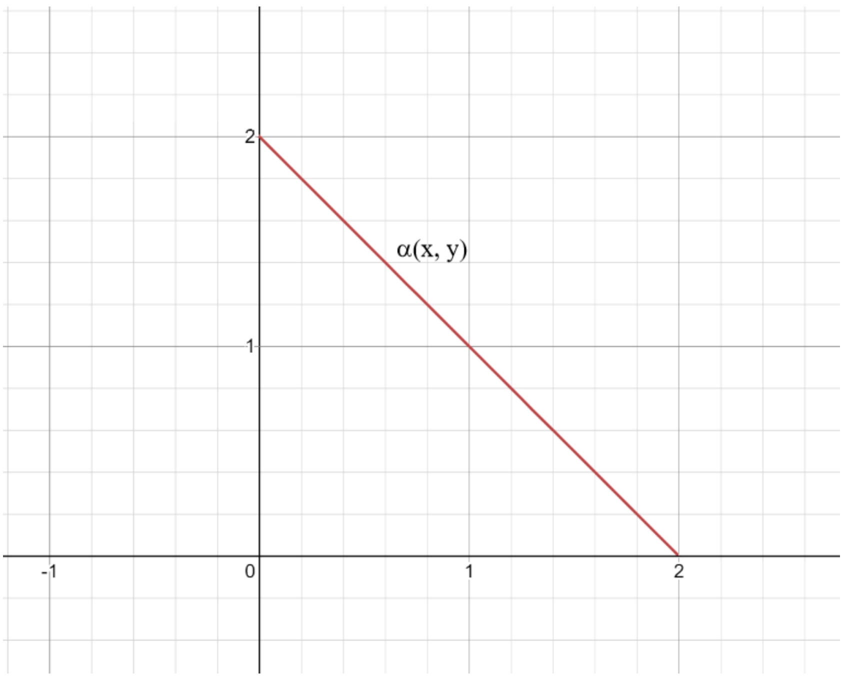
1. Чи є вірною рівність $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \times D) \cap (C \times B)$?

Так. Якщо покласти a_1 і $a_2 \in A$, b_1 і $d_2 \in B$, c_1 і $a_2 \in C$, d_1 і $d_2 \in D$,
унаслідок $(A \times B) \cap (C \times D)$ ми отримаємо (a_2, d_2),
унаслідок $(A \times D) \cap (C \times B)$ ми отримаємо (a_2, d_2),
тому $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \times D) \cap (C \times B)$.

2. Знайти матрицю відношення $R \subset M \times 2^M$:
$R = \left\{(x, y) \mid x \in M \ \&\ y \subset M \ \&\ |y| < x + 2\right\}$, де $M = \left\{x \mid x \in Z \ \&\ |x| \le 1\right\}$

M \ 2^M	0.5	1	2
-1	1	0	0
0	1	1	0
1	1	1	1

3. Зобразити відношення $\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \&\ (x + y)^2 = 4\}$ графічно



4. Навести приклад бінарного відношення R⊂A×A, де A={a,b,c,d,e}, яке є рефлексивне, несиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

A \ A	f(a)	f(b)	f(c)	f(d)	f(e)
a	1	0	0	0	0
b	1	1	0	1	0
c	0	0	1	0	0
d	1	0	0	1	0
e	0	0	0	0	1

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій відношення $\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \&\ xy = 2\}$ є а) функціональним б) бієктивним:

а, б) $\forall x \in X, X = \{2; 1; 0{,}5; 0{,}25\}$

$\forall y \in Y, Y = \{1; 2; 4; 8\}$

Завдання 2:

Програма:

Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$, заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$$\rho = \{(a, b) \mid a \in A \;\&\; b \in B \;\&\; (a+2) > 3b\}$$

```c
#include <cs50.h>
#include <stdio.h>

int main(void){

//INPUT-OUTPUT PART////////////////////////////////////////////////////////////////////////////

//SET A

int a[50];
printf("Set #1 length is ");
int a_len = GetInt();
for (int i = 0; i < a_len; i++){
    printf("Element #%i of set #1 is ", i+1);
    a[i] = GetInt();
}

//SET B

int b[50];
printf("Set #2 length is ");
int b_len = GetInt();
for (int i = 0; i < b_len; i++){
    printf("Element #%i of set #1 is ", i+1);
    b[i] = GetInt();
}

//RESULTING SET

for (int i = 0; i < a_len; i++){
    for (int j = 0; j < b_len; j++){
        if ((a[i] + 2) > 3*b[j]){
            printf("1 ");
        } else {
            printf("0 ");
        }
    }
    printf("\n");
}


//REFLEXIVITY

if (a_len == b_len){
    bool ref = 1;
    bool antiref = 1;

    for (int i = 0; i < a_len; i++){
        if ((a[i] + 2) > 3*b[i]) antiref = 0; else ref = 0;
    }

    if (ref) printf("Reflexive\n"); else if (antiref) printf("Antireflexive\n"); else printf("Neither reflexive nor antireflexive\n");

//SYMMETRY

    bool sym = 1;

    for (int i = 0; i < a_len; i++){
        for (int j = 0; j < b_len; j++){
            if (((a[i] + 2) > 3*b[j]) != ((a[j] + 2) > 3*b[i])) sym = 0;
        }
    }

    if (sym) printf("Symmetrical\n"); else printf("Antisymmetrical\n");
}

//Transitivity

    bool tran = 1;

    for (int i = 0; i < a_len; i++){
        for (int j = 0; j < b_len; j++){
            for (int k = 0; k < b_len; k++){
                if (  ((a[i] + 2) > 3*b[j])  && ((i != j) && (j != k)) && (((a[i] + 2) > 3*b[j]) != ((a[j] + 2) > 3*b[k])) ) tran = 0;
            }
        }
    }

    if (tran) printf("Transitive\n"); else printf("Antitransitive\n");
}
```

Висновки:

Я навчився будувати матриці бінарних відношень та визначати їх типи.