Maatriksite korrutamine

Kahte maatriksit saab omavahel korrutada, kui esimese maatriksi veergude arv on võrdne teise maatriksi ridade arvuga.

Korrutismaatriksi ridade arv on võrdne esimese maatriksi ridade arvuga ja veergude arv teise maatriksi veergude arvuga.

Korrutismaatriksi element kohal ij (reas i veerus j) leitakse kui esimese maatriksi i-nda rea ja teise maatriksi j-nda veeru vastavate elementide korrutiste summa.

Koordinaatide arvutamine maatriksitega

Punktide koordinaate saab arvutada maatriksite abil, selleks tuleb algsed koordinaadid läbi korrutada teisendusmaatriksiga.

Kui on vaja sooritada mitu liigutust korraga (nihutamine, pööramine ümber mõne telje), siis võib teisendusmaatriksid kõigepealt omavahel korrutada ning seejärel alles uued koordinaadid arvutada.

Nihutamine

Kahemõõtmelise punkti nihutamiseks läheb tarvis kolmemõõtmelist maatriksit, kahemõõtmelisest ei piisa. Et punkti koordinaate annaks sellise maatriksiga läbi korrutada, tuleb ka seal kolmas suurus juurde võtta. Punkt muudetakse ruumiliseks, andes talle **z**-i väärtuseks 1. Nõnda, kui soovida punkti asukohaga **x**, **y** nihutada paika $\mathbf{x^1}$, $\mathbf{y^1}$, tuleks kasutada järgmist teisendust:

$$\begin{bmatrix} x^1 & y^1 & z^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$$

kus **a** ning **b** väärtused tähistavad vastavalt x ning y koordinaatide nihet vastavaid telgi pidi.

Pööramine

Pööramisel tuleb eraldi vaadata pööramist ümber koordinaatide alguspunkti ja ümber mistahes muu punkti.

Pööramine ümber koordinaatide alguspunkti

Soovides algset punkti ümber koordinaattelgede keskpunkti keerata, võib kasutada teisendusmaatriksit

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

kus α on soovitud nurk. Nagu näha, saaks hakkama 2X2 maatriksiga. Arvestades aga üldjuhtu (kus kasutusel 3X3 maatriks), saame sama teisenduse arvutada järgmiselt:

$$\begin{bmatrix} x^1 & y^1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pööramine ümber mistahes punkti

Valmis valemit punkti pööramiseks ümber suvalise punkti pole olemas. Kasutada saab lihtsat nippi – kõigepealt sooritada pöörde keskpunkti nihutamine koordinaatide alguspunkti, siis pööre ümber alguspunkti ja lõpuks nihe tagasi soovitud kohale.

Tähistades keeramise keskkoha koordinaate tähtedega **a** ja **b** ning **x**-i ja **y**-ga keeratava punkti asukohta, saame järgmise teisenduse:

$$\begin{bmatrix} x^1 & y^1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$$

Töö kiirendamiseks (kui on arvutada paljude punktide koordinaadid), võib kome teisenduse maatriksid eelnevalt läbi korrutada ja siis punktide koordinaate korrutada juba saadud tervikliku teisenduse maatriksiga.

Pööramine ümber koordinaattelgede

Pööramine ümber **z-telje** on juba eespool vaadatud. Selle teisendusmaatriks oli:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On näha, et peadiagonaalil on z-telje väärtuseks 1, muud selle koordinaadiga seotud väärtused ridades ja veergudes on 0-id. Sarnaselt saame ka teisendusmaatriksid teiste koordinaattelgede jaoks.

Pööramine ümber **x-telje**:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

Pööramine ümber **y-telje**:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$