Bonferroni's principle
Zadanie domowe

Marcin Mrugas

1 Zadanie 5

Prawdopodobieńswto wygranej razy wartość przegranej powinna być mniejsza niż wartość wygranej razy prawdopodobieństwo wygranej:

$$\frac{9}{10}^{6} * 2 < x * (1 - \frac{9}{10}^{6}) \tag{1a}$$
$$\frac{531441}{10^6} * 2 < x * \frac{468559}{10^6} \tag{1b}$$
$$531441 * 2 < x * 468559 \tag{1c}$$
$$x \lesssim 2.26 \tag{1d}$$

2 Zadanie 6

$p < 0.7, k = 365, n =?$
Łatwiej jest nam policzyć prawdopodobieństwo zdrzenia przeciwnego:

$$1 - p < \frac{1}{k} * \frac{2}{k} * \frac{3}{k} + ... + \frac{n-1}{k} \tag{2a}$$
$$1 - p < \prod_{i=0}^{n-1} (1 - \frac{i}{k}) \tag{2b}$$

ponieważ $1 - x \leqslant e^x$

$$1 - p < \prod_{i=0}^{n-1}(1 - \frac{i}{k}) \leqslant \prod_{i=0}^{n-1}(e^{-i/k}) \tag{3a}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1}\frac{-i}{k} = -(\frac{0 + \frac{n-1}{k}}{2} * n) = \frac{-n(n-1)}{2k} \tag{3b}$$

$$1 - p < e^{\frac{-n(n-1)}{2k}} \tag{3c}$$

$$\log_e(1-p) = \frac{-n(n-1)}{2k} \tag{3d}$$

$$n^2 - n - 2k\log_e(1-p) = 0 \tag{3e}$$

$$\Delta = 1 - 4 * 2k\log_e(1-p) \tag{3f}$$

$$\tag{3g}$$

Ponieważ $p = 0.7, k = 365$ to $\Delta > 0$

$$n \geqslant \frac{1 + \sqrt{1 - 8k\log_e(p-1)}}{2} \tag{4a}$$

$$n \geqslant \frac{1 + \sqrt{1 - 8 * 365\log_e 0.3}}{2} \approx 30.15 \tag{4b}$$

Potrzeba zatem więcej niż 30 osób aby prawdopodobieństwo było większe niż 0.7.