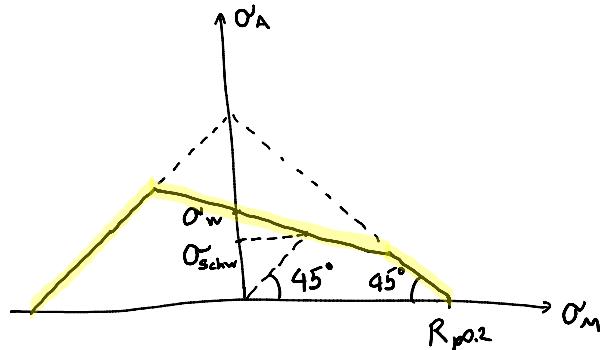
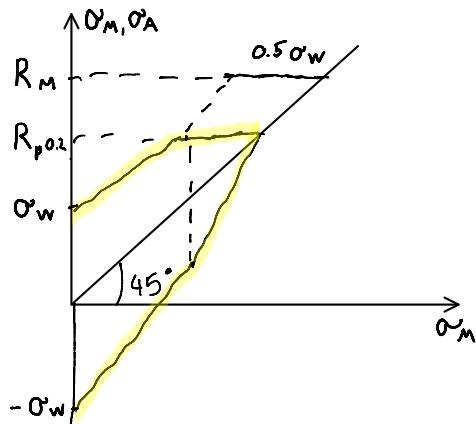


Zug/Druck Wechselfestigkeit: $\sigma_w (= \sigma_A)$ bei der $N > 10^6$

Biege Wechselfestigkeit: σ_{sw} ZID Schwellfestigkeit: $\sigma_{zid, schw}$

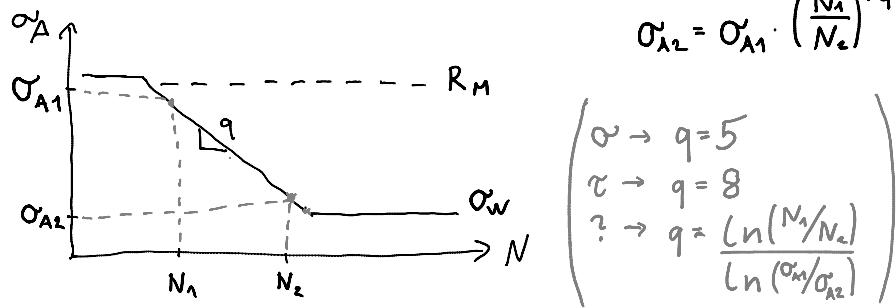
Dauerfestigkeit Smith:

Haigh:



$$\text{Mohr'sche Linie: } \frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{\sigma_{A1}}{\sigma_{A2}} \right)^q \Rightarrow N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{A1}}{\sigma_{A2}} \right)^q$$

$$\sigma_{A2} = \sigma_{A1} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{1/q}$$



Kurzzeitfestigkeit LCF
 $\Rightarrow N < 10^4$

Zeifestigkeit HCF
 $\Rightarrow 10^4 < N < 10^6$

Dauerfestigkeit
 $\Rightarrow N > 10^6$

Dehnung / Spannung

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} \right)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z))$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z))$$

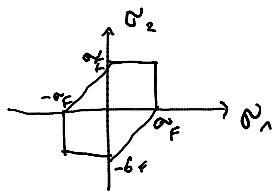
$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y))$$

$$\tau_{ij} = G \cdot \gamma_{ij} = G \cdot 2\varepsilon_{ij} \quad (G = E/(2(1+\nu)))$$

$$\overset{\text{Molar}}{\varepsilon(\vec{n})} = \vec{n} \cdot (\overset{\text{Matrix}}{\varepsilon \cdot \vec{n}}) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

Rest aus Mech 2. folien.

Tresca (SH) (Duktil und spröde)

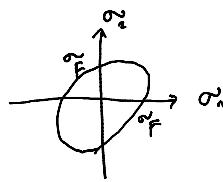


$$\sigma_v = \max [(\sigma_x - \sigma_y), (\sigma_y - \sigma_z), (\sigma_z - \sigma_x)] < R_e \quad (J=0)$$

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \max [\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4J_{xy}^2}, \\ (J \neq 0) \quad &\sqrt{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + 4J_{yz}^2}, \\ &\sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4J_{zx}^2}] < R_e \end{aligned}$$

$$J_{MAX} = 0.5 R_e$$

Mises (GEH) (Duktil)

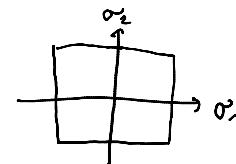


$$\sigma_v = \sqrt{\frac{2}{3}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2)} \quad (3D) \quad \frac{1}{3}(J_{xx}^2 + J_{yy}^2 + J_{zz}^2) < R_e$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3J_{xy}^2} < R_e \quad (2D)$$

$$J_{MAX} = \frac{1}{\sqrt{3}} R_e = 0.58 R_e$$

Rankine (NH) (Spröde)



$$\sigma_v = \frac{1}{2} ((\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4J_{xy}^2}) < R_m \quad (2D)$$

$$\sigma_v = \max [EW \left(\begin{array}{ccc} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z \\ \hline \sigma_{xy} & \sigma_{yz} & \sigma_{xz} \end{array} \right)] < R_m \quad (3D)$$

$$J_{MAX} = \text{irrelevant}$$

Berechnung Nennspannung $\bar{\sigma}$
im Querschnitt Q

3-Achiger Zug?
Behinderte Dehnung?

nein

sprödes Material-
verhalten?

ja in
 ↓ ↓
 NH

 ↓ ↓
 SH, GEH

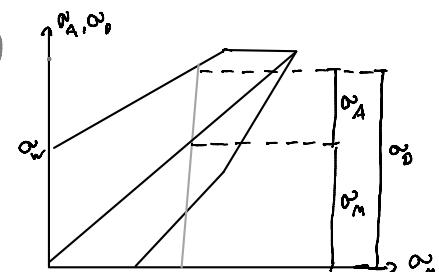
Mehr Versagenshypothese:

Festigkeitsnachweis Decken

dynamisch: $\sigma_{v_0} = \sigma_{v_A} + \sigma_{v_M}$ aus GEH oder unten)

$$\cdot \text{Methode 1: } \sigma_{v_0} \leq \frac{\sigma_D \cdot b_1 b_2}{S} = \frac{(\sigma_M + \sigma_A) b_1 b_2}{S}$$

$$\cdot \text{Methode 2: } \sigma_{v_A} \leq \frac{\sigma_A b_1 b_2}{S}$$



α_k : statische Kerbzahl / Formzahl

β_k : dynamische Kerbzahl

σ_{z0} : Zug/Druck σ_z : Biegung

$$\sigma_D = \sigma_w + \left(\sigma_M \cdot \frac{R_m - \sigma_w}{R_m - \sigma_w/2} \right); (\sigma_D > R_{p0,2} \rightarrow \sigma_D = R_{p0,2})$$

b_1 : Oberflächen- b_2 : Größen- Beiwert

statisch:

$$\text{durchl: } \alpha_{V-GEH} = \sqrt{(\alpha_{z_{10M}} + \alpha_{B_M})^2 + 3(\tau_{T_M})^2} < R_c \quad (\text{Kerben ignorieren})$$

$$\text{spröde: } \alpha_{V-NH} = \frac{1}{2} \left((\alpha_{z_{10}} \alpha_{z_{10}} + \alpha_B \alpha_B) + \sqrt{(\alpha_{z_{10}} \alpha_{z_{10}} + \alpha_B \alpha_B) + 4 \alpha_T \tau^2} \right) = \alpha_{MAX} < R_m$$

Festigkeitsnachweis Bach

$$\text{Anstrengungsverhältnis: } \alpha_o = \frac{\alpha_{\text{ERTRAGBAR}}}{\gamma_{\text{ERTRAGBAR}}} \quad (\text{ertragbar } \alpha, \gamma \text{ unter Last})$$

$$\gamma = \sqrt{3} \quad (\text{GEH}) \quad \gamma = 2 \quad (\text{SH}) \quad \gamma = 1 \quad (\text{NH})$$

Mahl nach Decker:

$\alpha_o \approx$	γ_{STAT}	γ_{SCHW}	γ_{WECH}
α_{STAT}	1	1.5	2
α_{SCHW}	0.7	1	1.35
α_{WECH}	0.5	0.75	1

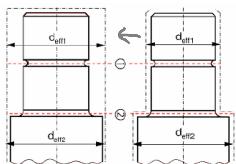
$$\left. \begin{array}{l} \alpha_V = \frac{1}{2} \left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4(\alpha_o \gamma)^2} \right) \quad (\text{NH}) \\ \alpha_V = \sqrt{\alpha^2 + 4(\alpha_o \gamma)^2} \quad (\text{SH}) \\ \alpha_V = \sqrt{\alpha^2 + 3(\alpha_o \gamma)^2} \quad (\text{GEH}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha = \alpha_{z_{10}} + \alpha_B \\ \gamma = \tau_T \end{array}$$

Tragfähigkeitsnachweis von Wellen und Achsen nach DIN 743

$$\text{Überschlagsberechnung: } d_{\text{MIN}} = \sqrt[3]{\frac{T}{0.2 \alpha_{z_{10}}}} \quad (\alpha_B = \frac{M_B}{W_B} = \frac{M_B \gamma}{I} < R_c)$$

Konstanten:

Tech. Größeneinfluss $K_1(d_{eff})_{[SB]}$



Konträr
wenn gehärtet

Nitrierstähle (σ_N , σ_B), Baustähle (σ_B), nicht vergütet	$d_{eff} \leq 100 \text{ mm}: K_1 = 1$ $100 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}: K_1 = 1 - 0.23 \cdot \lg \left(\frac{d_{eff}}{100 \text{ mm}} \right)$ $300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}: K_1 = 0.89$
Baustähle (σ_S)	$d_{eff} \leq 32 \text{ mm}: K_1 = 1$ $32 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}, d_B = 16 \text{ mm}: K_1 = 1 - 0.26 \cdot \lg \left(\frac{d_{eff}}{2 \cdot d_B} \right)$ $300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}: K_1 = 0.75$
Vergütungs- und CrNiMo-Einsatzstähle (σ_S , σ_B)	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}: K_1 = 1$ $16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}, d_B = 16 \text{ mm}: K_1 = 1 - 0.41 \cdot \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right)$ $300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}: K_1 = 0.67$
Andere Einsatzstähle, blindgehärtet (σ_S , σ_B)	$d_{eff} \leq 11 \text{ mm}: K_1 = 1$ $11 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}, d_B = 11 \text{ mm}: K_1 = 1 - 0.41 \cdot \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right)$ $300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}: K_1 = 0.41$
Vergütungsstähle σ_S im Vergüteten Zustand	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}: K_1 = 1$ $16 \text{ mm} < d_{eff} \leq 300 \text{ mm}, d_B = 16 \text{ mm}: K_1(d_{eff}) = 1 - 0.34 \cdot \log \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right)$ $300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}: K_1 = 0.57$

Probestab B:
 d_B durchmesser
 R_m, R_c, \dots

$$\alpha_B(d) = K_1(d_{eff})_B \alpha_B(d_B) = K_1(d_{eff})_B R_m \quad \alpha_S(d) = K_1(d_{eff})_S \alpha_S(d_B) = K_1(d_{eff})_S R_c$$

Erhöhungsfaktor Füllen γ_F :

statische Schutz wirkung K_{2F} :

Beanspruchungsart	α_0 oder β_0	γ_F
Zug/Druck oder Biegung	bis 1,5	1,00
Zug/Druck oder Biegung	1,5 ... 2,0	1,05
Zug/Druck oder Biegung	2,0 ... 3,0	1,10
Zug/Druck oder Biegung	über 3,0	1,15
Torsion	beliebig	1,00

Werkstoffe	Beanspruchungsart	Vollwelle	Hohlwelle
ohne harte Randschicht	Zug/Druck	1,0	1,0
ohne harte Randschicht	Biegung	1,2	1,1
ohne harte Randschicht	Torsion	1,2	1,0
mit harter Randschicht	Zug/Druck	1,0	1,0
mit harter Randschicht	Biegung	1,1	1,0
mit harter Randschicht	Torsion	1,1	1,0

Geom. Größeneinfluss K_2 :

Zug/Druck	$K_2 = 1$	$K_2 = 1$
Biegung und Torsion	$7,5 \text{ mm} \leq d \leq 150 \text{ mm}: \lg \left(\frac{d}{7,5 \text{ mm}} \right)$ $K_2 = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d)}{\lg 20}$	$d \geq 150 \text{ mm}: K_2 = 0,8$

Einfluss Oberflächenrauheit $K_{f\sigma, r}$:

$$K_{f\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \log(R_z) \cdot (\log(\sigma_b(d)/20) - 1) \quad [R_z] = \mu\text{m}$$

$$K_{f\sigma} = 0,575 \cdot K_{f\sigma} + 0,425 \quad [\sigma_b] = \text{N/mm}^2$$

Oberflächenverfestigung K_v :

Vorfahren	$7 \dots 8 \text{ mm} \leq d \leq 25 \text{ mm}$	$25 \text{ mm} \leq d \leq 40 \text{ mm}$
Nitrieren	1,15 ... 1,25	1,10 ... 1,15
Einsatzhärteten	1,20 ... 2,10	1,10 ... 1,50
Carbonitrieren	1,10 ... 1,90	1,00 ... 1,40
Rollen	1,20 ... 1,40	1,10 ... 1,25
Kugelstrahlen	1,10 ... 1,30	1,10 ... 1,20
Induktiv- und Flammhärteten	1,20 ... 1,60	1,10 ... 1,40
nichts	1	1

Gesamteinflussfaktor $K_{\sigma, r}$:

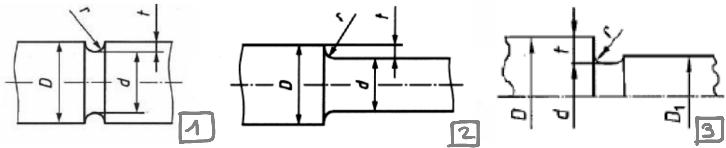
$$K_{\sigma} = \left(\frac{\beta_{K, r}}{K_v(d)} + \frac{1}{K_{f\sigma}} - 1 \right) \cdot \hat{\wedge} / K_v$$

$$K_{\tau} = \left(\frac{\beta_{K, r}}{K_v(d)} + \frac{1}{K_{f\tau}} - 1 \right) \cdot \hat{\wedge} / K_v$$

Formzahl $\alpha_{K, z/D, B, T}$:

$$\boxed{1}, \boxed{2}: \alpha_{K, z/D} = 1 + 1/\sqrt{A \cdot \frac{r}{t} + 2B \cdot \frac{r}{d} (1 + 2 \frac{r}{d})^2 + C \cdot \left(\frac{r}{t} \right)^2 \cdot \frac{d}{D}}$$

$$\boxed{3}: \alpha_{K, z/D} = (\alpha_{K, \boxed{1}} - \alpha_{K, \boxed{2}}) \cdot \sqrt{\frac{D-d}{D-d}} + \alpha_{K, \boxed{2}}$$



Verbindungszahl $\beta_{K, z/D, B, T}$:

$$\beta_{K, z/D} = \frac{\alpha_{K, z/D}}{n} \quad n = 1 + \sqrt{G'} \cdot 10$$

$$\underbrace{-0,7}_{\text{für harter Rand}} \quad \underbrace{-(0,33 + K_3(d_{BK}) \sigma_s(d_{BK}))}_{312 \text{ MPa}}$$

Z/D & B	T	Z/D & B	T	Z/D & B	T
G'	$2(1+\phi)/r$	$1/r$	$2,3(1+\phi)/r$	$1,15/r$	$= \boxed{2}$

$$(d/D > 0,67 \rightarrow \varphi = 1/(4\sqrt{\frac{t}{r}} + 2) \rightarrow \varphi = 0)$$

Geom. Größeneinfluss K_3 :

$$7,5 \text{ mm} \leq d \leq 150 \text{ mm} \rightarrow K_3(d) = 1 - 0,2 \log(\alpha_{K, z/D}) \cdot \frac{\log(d/7,5 \text{ mm})}{\log(20)}$$

$$d \leq 150 \text{ mm} \rightarrow K_3(d) = 1 - 0,2 \log(\alpha_{K, z/D})$$

Licherheitsfaktoren: $\geq S_{min} \geq 1,2$

$$S_F = 1 / \sqrt{\left(\frac{\sigma_{z/D, MAX}}{\sigma_{z/D, FK}} + \frac{\sigma_{B, MAX}}{\sigma_{B, FK}} \right)^2 + \left(\frac{r_{T, MAX}}{r_{T, FK}} \right)^2}$$

$$S_B = \sqrt{0,5 \left(\frac{\alpha_{K, z/D} \sigma_{z/D, MAX}}{\sigma_{z/D, BRAND}} + \frac{\alpha_{K, z/D} \sigma_{B, MAX}}{\sigma_{B, BRAND}} \right)^2 + \sqrt{\left(\frac{\alpha_{K, z/D} \sigma_{z/D, MAX}}{\sigma_{z/D, BRAND}} + \frac{\alpha_{K, z/D} \sigma_{B, MAX}}{\sigma_{B, BRAND}} \right)^2 + \left(\frac{2 \alpha_{K, z/D} r_{T, MAX}}{r_{T, BRAND}} \right)^2}}$$

$$S_D = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{z/D, ADK}}{\sigma_{z/D, ADK}} + \frac{\sigma_{B, ADK}}{\sigma_{B, ADK}} \right)^2 + \left(\frac{r_{T, A}}{r_{T, ADK}} \right)^2}$$

FK: Fließgrenze Körper

BRAND: Rm (harter) Rand

ADK: Amplitude Dauerfest bei geg. Mittelspannung

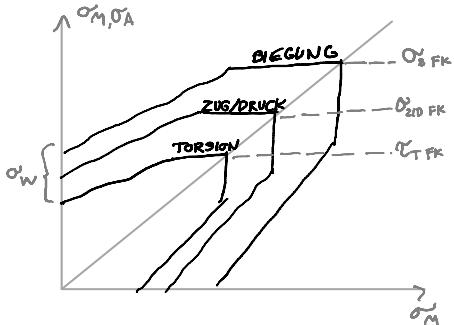
Bauhöflichkeitsgrenze: (für S_F)

$$\sigma_{z/d \text{ FK}} = \sigma_{B \text{ FK}} = \sqrt{5} \cdot \tau_{T \text{ FK}} = K_1(d_{\text{eff}}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot \sigma_s(d_B)$$

Bruch harte Randschicht: (für S_B) (harter Rand)

$$\sigma_{z/d \text{ BRAND}} = \sigma_{B \text{ BRAND}} = \sqrt{3} \cdot \tau_{T \text{ BRAND}} = R_{\text{M RAND}}$$

Bauart Dauerfestigkeit: (für S_D)



$$\sigma_{B \text{ WK}} \approx 0.5 \sigma_s(d_B)$$

$$\sigma_{z/d \text{ WK}} \approx 0.4 \sigma_s(d_B)$$

$$\tau_{T \text{ WK}} \approx 0.3 \sigma_s(d_B)$$

$$\sigma_{B \text{ WK}} = \sigma_{B \text{ FK}} \cdot K_1(d_{\text{eff}})_B / K_\sigma$$

$$\sigma_{z/d \text{ WK}} = \sigma_{z/d \text{ FK}} \cdot K_1(d_{\text{eff}})_B / K_\sigma$$

$$\tau_{T \text{ WK}} = \tau_{T \text{ FK}} \cdot K_1(d_{\text{eff}})_B / K_\tau$$

$$\sigma_{z/d \text{ M}} + \sigma_{B \text{ M}} \geq 0 \xrightarrow{T} \sigma_{V \text{ M}} = \sqrt{(\sigma_{z/d \text{ M}} + \sigma_{B \text{ M}})^2 + 3 \tau_{T \text{ M}}^2} \xrightarrow{} \tau_{V \text{ M}} = \sigma_{V \text{ M}} / \sqrt{3}$$

$$\sigma_{V \text{ M}} = \text{Sign}(H) \cdot \sqrt{|H|} \quad \text{mit } H = \text{sign}(\sigma_{z/d \text{ M}} + \sigma_{B \text{ M}}) \cdot (\sigma_{z/d \text{ M}} + \sigma_{B \text{ M}})^2 + 3 \tau_{T \text{ M}}^2$$

$$\begin{cases} \sigma_{V \text{ M}} > 0 & \xrightarrow{T} \tau_{V \text{ M}} = \sigma_{V \text{ M}} / \sqrt{3} \\ & \xrightarrow{F} \tau_{V \text{ M}} = 0 \end{cases}$$

$$\Psi_{z/d \text{ K}} = \frac{\sigma_{z/d \text{ WK}}}{2 K_1(d_{\text{eff}})_B \sigma_s(d_B) - \sigma_{z/d \text{ WK}}}$$

$$\Psi_{B \text{ K}} = \frac{\sigma_{B \text{ WK}}}{2 K_1(d_{\text{eff}})_B \sigma_s(d_B) - \sigma_{B \text{ WK}}}$$

$$\Psi_{T \text{ K}} = \frac{\tau_{T \text{ WK}}}{2 K_1(d_{\text{eff}})_B \sigma_s(d_B) - \tau_{T \text{ WK}}}$$

$$\sigma_{z/d \text{ FK}} = \sigma_{B \text{ FK}} = \sqrt{5} \cdot \tau_{T \text{ FK}} = K_1(d_{\text{eff}})_S \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot \sigma_s(d_B)$$

• Fall F1: ($\sigma_{V \text{ M}} = \text{Konst.} \vee \sigma_{CJA}$)

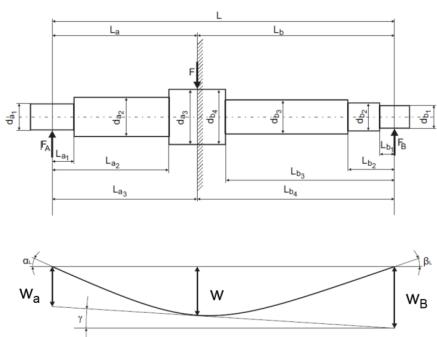
$$\begin{aligned} \sigma_{V \text{ M}} &\leq \frac{\sigma_{z/d \text{ FK}} - \sigma_{z/d \text{ WK}}}{1 - \Psi_{z/d \text{ K}}} \xrightarrow{T} \sigma'_{z/d \text{ ADK}} = \sigma_{z/d \text{ WK}} - \Psi_{z/d \text{ K}} \cdot \sigma_{V \text{ M}} \\ &\quad \xrightarrow{F} \sigma'_{z/d \text{ ADK}} = \sigma_{z/d \text{ FK}} - \sigma_{V \text{ M}} \\ \sigma_{V \text{ M}} &\leq \frac{\sigma_{B \text{ FK}} - \sigma_{B \text{ WK}}}{1 - \Psi_{B \text{ K}}} \xrightarrow{T} \sigma'_{B \text{ ADK}} = \sigma_{B \text{ WK}} - \Psi_{B \text{ K}} \cdot \sigma_{V \text{ M}} \\ &\quad \xrightarrow{F} \sigma'_{B \text{ ADK}} = \sigma_{B \text{ FK}} - \sigma_{V \text{ M}} \\ \tau_{V \text{ M}} &\leq \frac{\tau_{T \text{ FK}} - \tau_{T \text{ WK}}}{1 - \Psi_{T \text{ K}}} \xrightarrow{T} \tau'_{T \text{ ADK}} = \tau_{T \text{ WK}} - \Psi_{T \text{ K}} \cdot \tau_{V \text{ M}} \\ &\quad \xrightarrow{F} \tau'_{T \text{ ADK}} = \tau_{T \text{ FK}} - \tau_{V \text{ M}} \end{aligned}$$

• Fall F2: ($\sigma_{V \text{ M}} \propto \sigma_{CJA}$)

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{V \text{ M}}}{\sigma_{z/d \text{ A}}} &\leq \frac{\sigma_{z/d \text{ FK}} - \sigma_{z/d \text{ WK}}}{\sigma_{z/d \text{ WK}} - \sigma_{z/d \text{ FK}} \Psi_{z/d \text{ K}}} \xrightarrow{T} \sigma'_{z/d \text{ ADK}} = \sigma_{z/d \text{ WK}} / (1 + \Psi_{z/d \text{ K}} \cdot \sigma_{V \text{ M}} / \sigma_{z/d \text{ A}}) \\ &\quad \xrightarrow{F} \sigma'_{z/d \text{ ADK}} = \sigma_{z/d \text{ FK}} / (1 + \sigma_{V \text{ M}} / \sigma_{z/d \text{ A}}) \\ \frac{\sigma_{V \text{ M}}}{\sigma_{B \text{ A}}} &\leq \frac{\sigma_{B \text{ FK}} - \sigma_{B \text{ WK}}}{\sigma_{B \text{ WK}} - \sigma_{B \text{ FK}} \Psi_{B \text{ K}}} \xrightarrow{T} \sigma'_{B \text{ ADK}} = \sigma_{B \text{ WK}} / (1 + \Psi_{B \text{ K}} \cdot \sigma_{V \text{ M}} / \sigma_{B \text{ A}}) \\ &\quad \xrightarrow{F} \sigma'_{B \text{ ADK}} = \sigma_{B \text{ FK}} / (1 + \sigma_{V \text{ M}} / \sigma_{B \text{ A}}) \\ \frac{\tau_{V \text{ M}}}{\tau_{T \text{ A}}} &\leq \frac{\tau_{T \text{ FK}} - \tau_{T \text{ WK}}}{\tau_{T \text{ WK}} - \tau_{T \text{ FK}} \Psi_{T \text{ K}}} \xrightarrow{T} \tau'_{T \text{ ADK}} = \tau_{T \text{ WK}} / (1 + \Psi_{T \text{ K}} \cdot \tau_{V \text{ M}} / \tau_{T \text{ A}}) \\ &\quad \xrightarrow{F} \tau'_{T \text{ ADK}} = \tau_{T \text{ FK}} / (1 + \tau_{V \text{ M}} / \tau_{T \text{ A}}) \end{aligned}$$

Durchbiegung, Schwingung von Wellen

Vereinfachte Berechnung Durchbiegung:



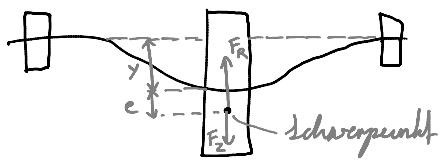
$$W_A = \frac{64}{3\pi} \frac{F_A}{E} \left(\frac{L_{A1}^3}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^3 - L_{A2}^3}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

W_B = analog zu W_A

$$W = W_A + \frac{L_A}{L} (W_B - W_A)$$

(nur korrekt wenn $w' = 0$)

Biegeschwingung:



$$F_R = F_z$$

$$c \cdot y = m(y+e) \omega^2$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{f_G}} \quad (\rightarrow y = \infty)$$

$$n_k = 946 / \sqrt{f_G} \quad [n_k] = \text{1/min}$$

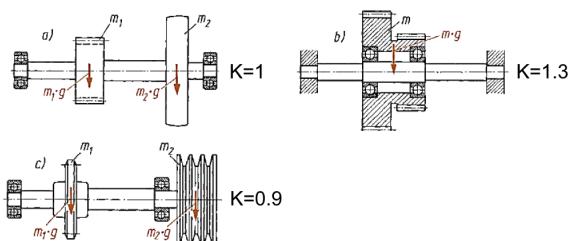
$$p = \frac{n}{n_k} = \frac{\omega}{\omega_k} = \frac{\text{momentan}}{\text{kritisch}} \quad \left| \frac{y}{e} \right| = \sqrt{\frac{5}{1-y^2}} \quad \eta \leq 0.85 \text{ oder } 1.25 \leq \eta$$

Dunkerly-Methode: (2+ Massen)

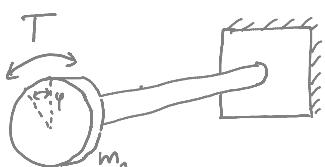
$$\frac{1}{n_k^2} \approx \frac{1}{h_{k1}^2} + \frac{1}{h_{k2}^2} + \frac{1}{h_{k3}^2} + \dots \quad n_{ki} = K \cdot 946 / \sqrt{f_{Gi}}$$

Kull-Methode: (2+ Massen)

$$n_k = 946 / \sqrt{f_G} \quad f_G = \sum f_{Mi}^2 F_{Gi} / \sum |f_{Mi}| F_{Gi} \quad (f_{Mi}: \text{auslenkung wo } F_{Gi} \text{ angreift})$$



Torsionsschwingung:

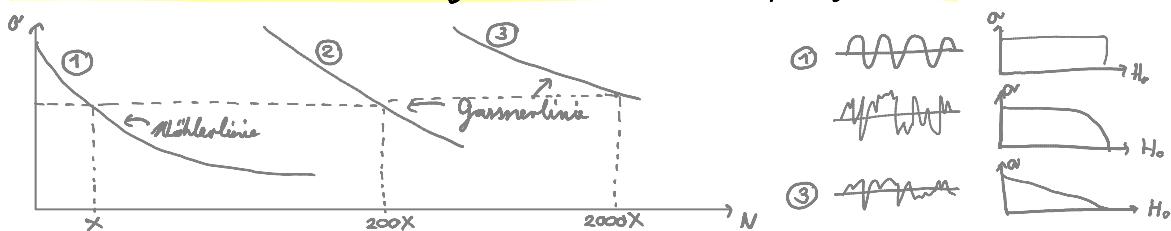


$$\omega_k = \sqrt{\frac{C_t}{J}} \quad n_k = 72,3 \sqrt{\frac{T}{\varphi J}} \quad [n_k] = \text{1/min}$$

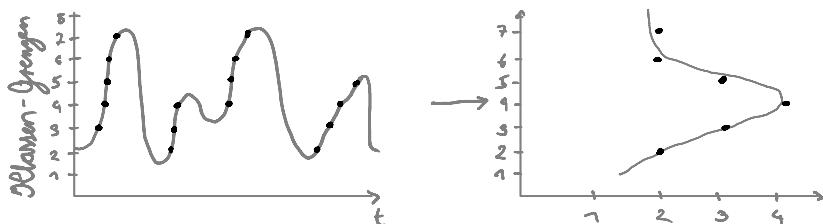
(φ : Verdrehwinkel, T : Torsionsmoment, J : Trägheitsmoment)

$$\text{Zwei Massen: } n_k = 72,3 \sqrt{\frac{T}{\varphi (J_1 + J_2)}}$$

Lebensdauervoraussage und Betriebsfestigkeit

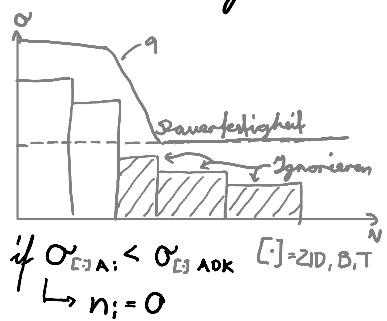


Bestimmung Belastungskollektiv DIN 45 667:

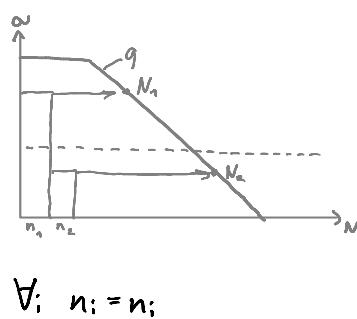


Schadensakkumulation nach Miner

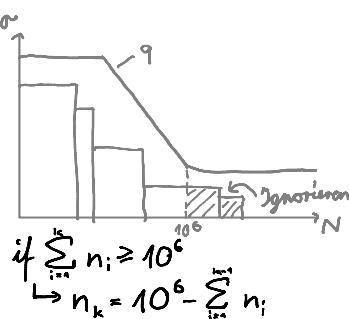
Miner original:



Miner elementar:



Miner erweitert:



• Methode 1:

Schädigungsgrad: $D = \sum \frac{n_i}{N_i} < 1$ n_i : Lastzyklen N_i : Lastzyklen bis Bruch

$$N_i = \left(\frac{\sigma_{ZD,A}}{\sigma_{ZD,ADK}} \right)^q \cdot 10^6 \quad (\text{max. Zyklen bei } \sigma_i) \quad (q=5 \text{ für Z/D, B ; } q=8 \text{ für T})$$

• Methode 2:

$$\begin{aligned} \sigma_{ZD,A} &= \frac{\sigma_{ZD,A1}}{K_{ZD}} & K_{ZD} &= \sqrt[q]{\left(\frac{1}{V_{ZD}} - 1\right) \cdot D_M + 1} & \text{Collektivfaktoren} \\ \sigma_B &= \frac{\sigma_{B,A}}{K_B} & K_B &= \sqrt[q]{\left(\frac{1}{V_B} - 1\right) \cdot D_M + 1} & \\ \tau_T &= \frac{\tau_{T,A}}{K_{KT}} & K_{KT} &= \sqrt[q]{\left(\frac{1}{V_T} - 1\right) \cdot D_M + 1} & \end{aligned}$$

$$V_{ZD} = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i}{N_i}\right) \left(\frac{\sigma_{ZD,Ai}}{\sigma_{ZD,A1}}\right)^{q/2}}$$

$$V_B = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i}{N_i}\right) \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{B,A}}\right)^{q/2}}$$

$$V_T = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i}{N_i}\right) \left(\frac{\tau_{T,Ai}}{\tau_{T,A1}}\right)^{q/2}}$$

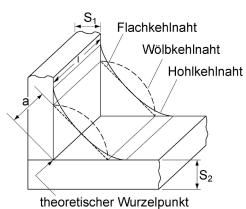
q_Z : Höhler exp. = 5
 q_T : " " = 8
 D_M : Minersumme = 0.3

$$N^* = \sum_{i=1}^k n_i \quad (\text{Total Lastspiel-Anzahl})$$

$$S_Z = 1 / \sqrt{\left(\frac{\sigma_{ZD,A}}{\sigma_{ZD,GZ}} + \frac{\sigma_B}{\sigma_{B,GZ}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{T,A}}{\tau_{T,GZ}} \right)^2} \quad \left(\sigma_{GZ} = \sqrt{\frac{10^6}{N_L}} \sigma_{ADK} \right) \quad (\text{Sicherheit Zeifestigkeit } N_L \text{ Lastzyklen})$$

Schweißverbindungen

• Nahrtform:



Bördelnahrt	八	HY-Naht	Y
I-Naht	II	U-Naht	Y
V-Naht	V	HU-Naht (Jot-Naht)	Y
HV-Naht	V	Gegenhaft (Gegenseitige)	○
Y-Naht	Y	Kehlnaht	△
Lochnaht	□	Stumpfkehlnaht	
Punktnaht	○	Auftragung	~~
Liniennaht	○	Flächennaht	=
Steifflankennaht	LL	Schrägnaht	斜
Halb-Steifflankennaht	U	Falznaht	◎

• Stoßart:

Stumpfstoß	—
Parallelstoß	==
Überlappstoß	叠
T-Stoß	
Doppel-T-Stoß (Kreuzstoß)	+
Schrägstoß	斜
Eckstoß	↗↖
Mehrachastoß	△△
Kreuzungstoß	+ X

$$3 \text{ mm} \leq a \leq 0.7 \cdot s_{\min}$$

Nahldicke: - Oberfl. gerad.

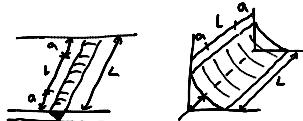
• Durchgeschweißt: $a_I = \frac{d}{2}$

• Nicht Durchgeschweißt: $a_I = \frac{d}{2}$

Punktschweißung: $d = \sqrt{25 \text{ mm} \cdot s_{\min}}$

$$s_{\min} = \frac{d}{\sqrt{25 \text{ mm} \cdot s_{\min}}}$$

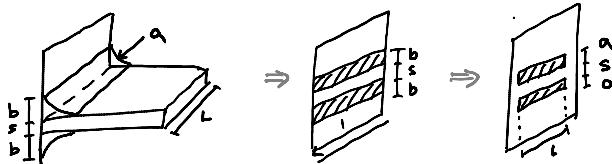
Endkraterabzug:



nur $L = L - 2a$ ist tragend!

- Schweiß-anfang/ende auf Blech.
- Schweiß-anfang ≠ ende (z.B. Rohre)

Anschlussfläche:



$$A = 2a \cdot l = 2a \cdot (L - 2s) \\ I = \dots$$

Festigkeitsnachweis Konstanten:

Nahtgütebeiwert V_2 :

-	0,5
CS, CK	0,8
BS, BK	0,9
AS, AK	1,0

Beanspruchungsbeiwert V_3 :

	Mahl	Alu
Stumpfstoss $\rightarrow \alpha_{F, M}$: $V_3 =$	1	1
$\rightarrow \tau_{F, M}$: $V_3 =$	0.8	0.65
Kehlstoss $\rightarrow \alpha_{F, D}$: $V_3 =$	0.8	0.65
$\rightarrow \tau_{F, D}$: $V_3 =$	0.8	0.65

Beanspruchungsbeiwert V_1 :

	Volles Blech	V - Naht	V - Naht wurzel-verschweißt	V - Naht bearbeitet	X - Naht	V - Schrägnaht	Doppel-Wölbnaht	Flach-Naht	Hohl-Naht	Flach-Naht	HV - Naht wurzel-verschweißt mit Kehlnaht	K - Naht mit Doppelkehlnaht	X - Naht	Flach-naht	Doppel-Flachnaht	Eck-Stumpfnaht	Eck-Stumpfnaht	Eck-X - Naht
ZID	1,00	0,50	0,70	0,92	0,70	0,80	0,32	0,35	0,41	0,22	0,63	0,56	0,70	0,22	0,30	0,45	0,60	0,35
B	1,20	0,60	0,84	1,10	0,84	0,98	0,69	0,70	0,87	0,11	0,80	0,80	0,84	0,11	0,60	0,55	0,75	0,70
t,s	0,80	0,42	0,56	0,73	0,56	0,65	0,32	0,35	0,41	0,22	0,50	0,45	0,56	0,22	0,30	0,37	0,50	0,35

Effektiv-durchmesser d_{eff} :

	d	d
	$2s$	s
Blech	$2s$	s
Rechteck	$\frac{2b \cdot s}{b+s}$	s
Quadrat	b	b

vergüteter Vergütungsstahl
einsatzgehärteter Einsatzstahl
vergütet + nitriert Nitrierstahl
Vergütungsstahlguß
GJS, GJM, GJL

unlegierter Baustahl
Feinkornbaustahl
normalgeglühter Vergütungsst.
allg. Mahlguss, Aluminium

$d_{eff,N} [m,p]$; $a_d, [m,p]$:

Werkstoffgruppe	$d_{eff,N,m}$ $d_{eff,N,p}$ in mm	$a_{d,m}$ $a_{d,p}$
unlegierter Baustahl (DIN EN 10 025)	40 40	0,15 0,3
Feinkornbaustahl (DIN EN 17 102)	70 40	0,2 0,3
Feinkornbaustahl (DIN EN 10 113)	100 30	0,25 0,3
Vergütungsstahl vergütet (DIN EN 10 083-1)	16 16	0,3 0,4
Vergütungsstahl, normalgeglüht (DIN EN 10 083-1, -2)	16 16	0,1 0,2
Einsatzstahl blindgehärtet (DIN 17 210)	11 11	0,5 0,5
Nitrierstahl, vergütet (DIN 17 211)	100 100	0,2 0,25
nichtrostender Stahl (DIN EN 10 088-2)	—	—
Stahl für größere Schmiedestücke, vergütet (SEW 550) ⁶	250 250	0,2 0,25
Stahl für größere Schmiedestücke, normalgeglüht (SEW 550)	250 250	0 0,15
Stahlguß (DIN 1681)	100 100	0,15 0,3
Vergütungsstahlguß, luftvergütet (DIN 17 205)	300 300	0,15 0,3
Vergütungsstahlguß, flüssigkeitsvergütet (DIN 17 205) ⁷⁾	100 100	0,3 0,3
GJS (DIN EN 1563)	60 60	0,15 0,15
GJMW, GJMB (DIN EN 1562)	15 15	0,15 0,15
GJL (DIN EN 1561)	20 —	0,25 —

$d_{eff,max} [m,p]$:

	$d_{eff,max,m}$	$d_{eff,max,p}$
Kalzstahl	250 mm	250 mm
Anderes	∞ mm	∞ mm

Größenfaktor $K_d [m,p]$:

(Ausnahmen für GJL, Nichtroststahl, Alu)
FKM S. 20-21

- $d_{eff} \leq d_{eff,N} [m,p]$: $K_d [m,p] = 1$
- $d_{eff,N} [m,p] < d_{eff} < d_{eff,max} [m,p]$: $K_d [m,p] = \frac{1 - 0,7686 \cdot a_d [m,p] \cdot \log(d_{eff}/7,5 \text{ mm})}{1 - 0,7686 \cdot a_d [m,p] \cdot \log(d_{eff,N} [m,p]/7,5 \text{ mm})}$
- $d_{eff} \geq d_{eff,max} [m,p]$: mit $d_{eff} = d_{eff,max} [m,p]$

Materischer Festigkeitsnachweis (Fließen)

- $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ an Schweiß-Ort. $\rightarrow \alpha_{zID}, \alpha_B, \tau_t, \tau_s (y, z)$ an Anschlussfläche A
- $\alpha_v (y, z)$ nach GEH oder NH $\rightarrow \alpha_{vmax} (y_{max}, z_{max}) \rightarrow \alpha_{zID}^*, \alpha_B^*, \tau_t^*, \tau_s^* (y_{max}, z_{max})$
- $\alpha_{F,z}^{*} = V_2 V_3 [z] K_{dp} R_{po.2}$ $\rightarrow S_F = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{zID}^*}{\alpha_{F,zID}} + \frac{\alpha_B^*}{\alpha_{FB}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t^*}{\tau_{F,t}} + \frac{\tau_s^*}{\tau_{F,s}}\right)^2} \geq S_{F,\min}$
- $\alpha_{A,z}^{*} = V_2 V_1 [z] K_{dm} R_{po.2}$

Dynamischer Festigkeitsnachweis: (Ermüdung)

- $\alpha_{a,zID}^*, \alpha_{a,B}^*, \tau_{at}^*, \tau_{as}^*$ gleich wie $\alpha_{zID}^*, \alpha_B^*, \tau_t^*, \tau_s^*$ nur mit Amplitude

- $\alpha_{A,z}^{*} = V_2 V_1 [z] K_{dm} R_{po.2}$ $\rightarrow S_D = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{a,zID}^*}{\alpha_{A,zID}} + \frac{\alpha_{a,B}^*}{\alpha_{AB}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{at}^*}{\tau_{At}} + \frac{\tau_{as}^*}{\tau_{As}}\right)^2} \geq S_{D,\min}$

Lötoverbindungen

Koeffizient: Ruhend $\rightarrow \nu = 1$ Schwingend $\rightarrow \nu = 0,75$ Wechselnd $\rightarrow \nu = 0,5$

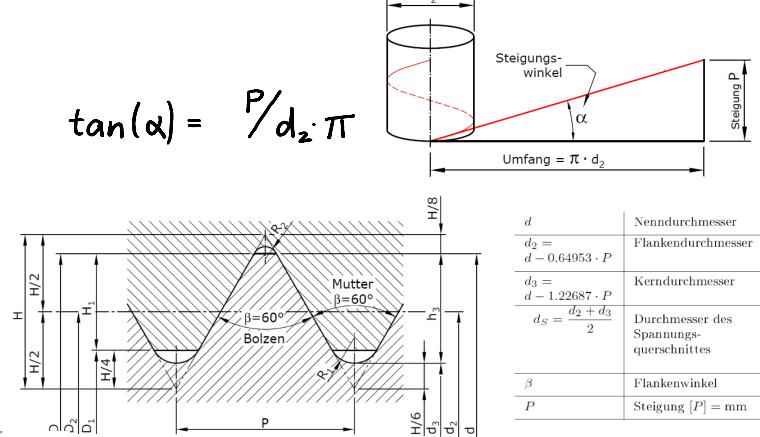
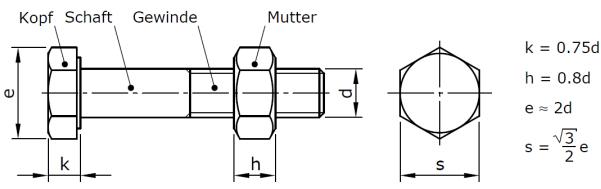
Scherspannung Bsp.:  $\Rightarrow \tau = \frac{F}{L \cdot b}$

Festigkeitsnachweis: $\tau \leq \tau_{zul} = \frac{\nu \cdot \tau_B}{S_B}$ ($\sigma \leq \sigma_{zul} = \frac{\nu \cdot \sigma_B}{S_B}$)

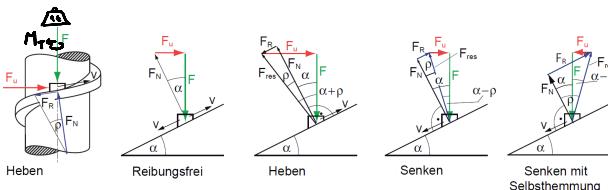
Schraubverbindung

Schraubenmasse:

$$\tan(\alpha) = \frac{P}{d_2 \cdot \pi}$$



Kräfte Gleichgewicht: (Flachgängiges Gewinde $\beta=0$)

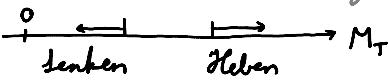


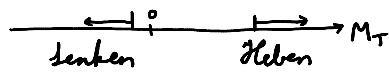
$$s = \arctan(\mu) \quad (\text{Reib. Koeff.})$$

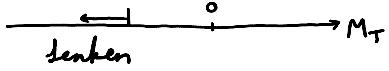
$$M_T = F_u \cdot d_2 / 2$$

$$F_u = F \cdot \tan(\alpha + s) \approx F(\tan(\alpha) + \mu) \quad (\text{grenzwert zum Heben})$$

$$F_u = F \cdot \tan(\alpha - s) \approx F(\tan(\alpha) - \mu) \quad (\text{grenzwert zum Senken})$$

• $s < \alpha$: 

• $s > \alpha$:  (Selbsthemmung Senken; Senken $\Leftrightarrow F_u < 0$)

• $s > 90^\circ - \alpha$:  (Selbsthemmung Heben; Heben $\Leftrightarrow F < 0$)

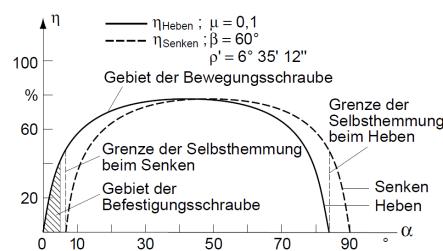
Kräfte Gleichgewicht: (Scharfgängiges Gewinde $\beta > 0$)

Gleich wie Flachgängiges Gewinde nur mit:

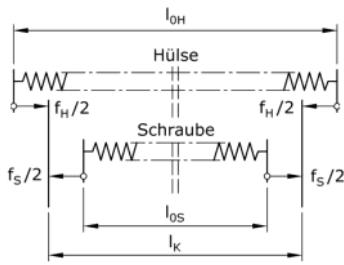
$$\mu' = \mu / \cos(\beta/2) \quad s' = \arctan(\mu')$$

Wirkungsgrad beim Schrauben:

$$\eta = \frac{W_{\text{NUTZ}}}{W_{\text{AUFW}}} = \frac{F \cdot P}{F_u \cdot d_2 \pi} = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\alpha + s')}$$



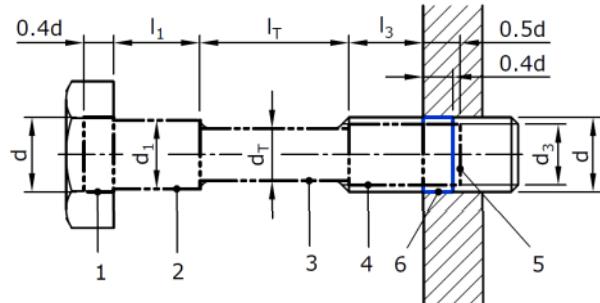
Federsteifigkeit Schraube/Hülse:



$$f_s = \delta_s \cdot F_v \quad (\text{Längsspannkraft})$$

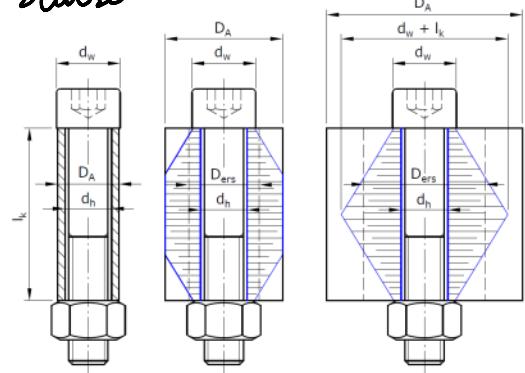
$$f_H = \delta_H \cdot F_v \quad (c_i = 1/\delta_i)$$

Schraube:



Bereich der Nachgiebigkeit	Durchmesser der Modellierung d_i	Länge der Modellierung l_{oi}
Im Schraubenkopf	Gewinde(nenn)durchmesser d	$0.4 \cdot d$
Schaft 1	Schaftdurchmesser d_1	Schaftlänge l_1
Schaft 2	Schaftdurchmesser d_T	Schaftlänge l_T
Nicht eingeschraubte Gewinde	Gewinde Kerndurchmesser d_3	Freie Gewindelänge l_3
Eingeschraubtes Gewinde	Gewinde Kerndurchmesser d_3	$0.5 \cdot d$
Nachgiebigkeit des Muttergewindes	Gewinde(nenn)durchmesser d	$0.4 \cdot d$

Hülse

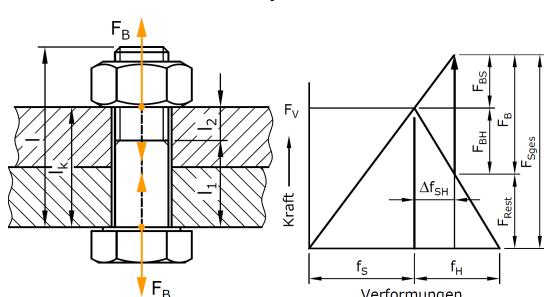


$D_A \leq d_w$	$A_{ers} = \frac{\pi}{4}(D_A^2 - d_w^2)$
$d_w < D_A < d_w + l_k$	$A_{ers} = \frac{\pi}{4}(d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8}(D_A - d_w) \cdot d_w \cdot \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_k d_w}{D_A^2}} + 1 \right)^2 - 1 \right]$
$d_w + l_k < D_A$	$A_{ers} = \frac{\pi}{4}(d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} \cdot d_w \cdot l_k \cdot \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_k d_w}{(d_w + l_k)^2}} + 1 \right)^2 - 1 \right]$

$$\delta_s = \sum \delta_i = \sum l_{oi} / A_i \cdot E_i$$

$$\delta_H = l_k / A_{ers} \cdot E_H$$

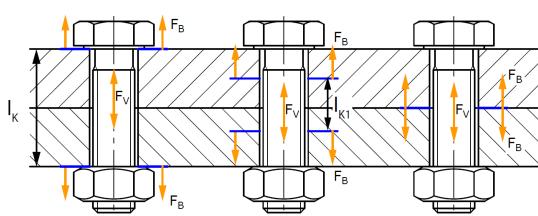
Rötscher Diagramm:



$$F_{SGES} = F_{Rest} + F_B = F_V + F_{BS}$$

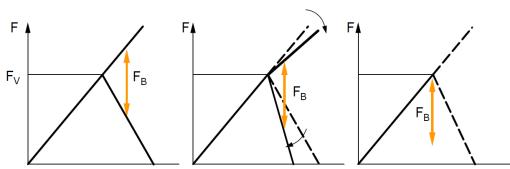
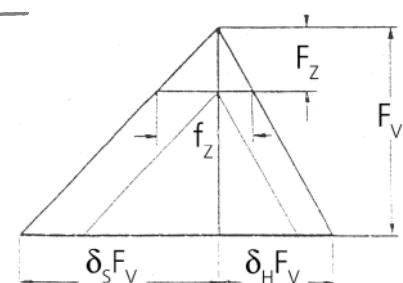
$$\phi = \frac{\delta_H}{\delta_s + \delta_H} \quad (\text{Kraftverhältnis})$$

$$\begin{aligned} F_{BS} &= \phi \cdot F_B \\ F_{BH} &= (1-\phi) \cdot F_B \end{aligned}$$



$$l_{k1} = n \cdot l_k$$

$$\begin{aligned} F_{BS} &= \phi n \cdot F_B \\ F_{BH} &= (1-\phi n) \cdot F_B \end{aligned}$$



f_z : Letzter Beitrag

$$F_z = \frac{\phi}{\delta_H} \cdot f_z$$

Anzugsmoment \leftrightarrow Vorspannkraft:

$$M_A = F_m/2 \cdot \left(\frac{P}{\pi} + \frac{d_2 \mu_G}{\cos(\rho/2)} + d_{MK} \cdot \mu_K \right)$$

$$M_A \approx F_m \cdot (0.16 \cdot P + \mu_G \cdot 0.58 \cdot d_2 + \frac{d_{MK}}{2} \cdot \mu_K)$$

$$\alpha_A = \frac{F_{M_{max}}}{F_{M_{min}}} \quad (\text{Anziehfaktor / Unsicherheit})$$

$F_m = F_v + F_z$: Vorspannkraft

d_{MK} : mittlere Auflage
Schrauben-Kopf.

$$F_{M_{min}} = F_{Rest} + F_{BH} + F_z$$

$$F_{M_{max}} = \alpha_A F_{M_{min}}$$

Vergleichsspannungen in der Schraube: (bevor "gesetzt")

$$d_o = \min \{ d_{SCHAFT}, d_S \}$$

$$A_o = \pi \left(\frac{d_o}{2} \right)^2$$

$$\sigma_{z_M} = F_m / A_o$$

Torsionsbelastet:

$$\sigma_{v_M} = \sigma_{z_M} \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot d_2}{d_o} \cdot \left(\frac{P}{\pi d_2} + 1.155 \cdot \mu_G \right) \right)^2}$$

$$k = \frac{\sigma_{z_M}}{\sigma_{v_M}} = \sqrt{\dots} \quad (\text{Abminderungsfaktor})$$

nicht Torsionsbelastet:

$$\sigma_{v_M} = \sigma_{z_M}$$

$$k = 1$$

Mit statischer Betriebslast:

$$\sigma_{v_{max}} \approx \sigma_{v_M} + \sigma_{z_S} = \sigma_{v_M} + \frac{F_{BS}}{A_o}$$

Mit dynamischer Betriebslast:

$$\sigma_a = \frac{F_{BS_{max}} - F_{BS_{min}}}{2 A_o}$$

$$\sigma_m = \sigma_{v_M} \cdot \frac{A_o}{A_s} + \frac{F_{BS_{max}} + F_{BS_{min}}}{2 A_s}$$

Festigkeitsnachweis:

$$\cdot \text{Statische Betriebslast: } \sigma_{v_{max}} \leq v \cdot R_{p0.2}$$

(v : Ausnutzungsgrad ≈ 0.7)

$$(F_{m_{max}} \leq A_o \cdot v \cdot R_{p0.2} \cdot k \quad \text{für } F_b = 0)$$

$$\cdot \text{Dynamische Betriebslast: } \sigma_a \leq \sigma_A / S_0$$

(σ_A : Gestaltfestigkeit bei σ_m)

$$\sigma_a + \sigma_m \leq v \cdot R_{p0.2}$$

Festigkeitsklassen:

• Schraube: " Z_1, Z_2 "

$$Z_1 = 0.01 R_m$$

$$Z_2 = 10 \cdot R_{p0.2} / R_m$$

• Mutter: " Z_{1M} "

$$Z_{1M} = 0.01 R_m \quad (Z_1 \stackrel{!}{=} Z_{1M})$$

Min. Einschraubtiefe: $\approx 0.8 d$