



VALIDEUR GENIE ELECTRIQUE.S2

Je maîtrise la situation avec mon valideur.

RESUME

Le présent ouvrage par son enseignement et ses exemples présente des outils, des méthodes et des conseils au lecteur afin de parfaire sa formation de base au parcours de Génie électrique.

A QUI S'ADRESSE CE LIVRE ?

- ~ Aux étudiants de DUT, de BTS, de licence ou d'écoles d'ingénieur.
- ~ Aux autodidactes ou professionnels de tous horizons souhaitant s'initier dans le parcours de Génie Electrique.
- ~ Aux enseignants et formateurs à la recherche d'une méthode pédagogique et d'un support de cours structuré pour enseigner les bases du génie électrique aux débutants.

A PROPOS DES AUTEURS

Diplômés de L'IUT de Bandjoun en Génie Electrique, ces derniers sont aussi détenteur de nombreux certificats à l'instar d'automaticien et d'électrotechnicien. Présentement, ils exercent en tant que rédacteurs à la maison éditoriale Valid.

COMMENT CE LIVRE PEUT VOUS RENDRE SERVICE ?

Le présent livre, par son enseignement et ses exemples, tente de prouver que nul n'est condamné à l'échec et que chacun peut au contraire atteindre ses objectifs, jouir d'une meilleure connaissance et profiter d'une énergie débordante. Il montre que son parcours peut être remplie de joies et de satisfactions. Nous avons acquis cette certitude en voyant un nombre incalculable de gens apprendre et mettre en pratique ces méthodes simples et efficaces.

Guide de lecture




Ce livre s'organise autour de trois parties distinctes mais complémentaires. La première intéressera le lecteur débutant en l'unité d'enseignement, car elle concerne l'acquisition de connaissance de base.

La deuxième partie renforcera le vocabulaire relatif à la matière à travers une série de quiz. La dernière partie attirera l'attention du lecteur désireux d'implémenter ses connaissances pour des problèmes concrets tout en profitant de méthodes d'analyse et de résolution rigoureuses des situations décrites.

Ainsi, le lecteur peut sauter d'une partie à une autre au gré de ses besoins. Si vous avez déjà des connaissances en la matière, vous souhaiterez sans doute sauter à la partie qui vous intéresse, mais si vous avez oublié les bases, nous vous suggérons d'entamer le livre au début.

Signification des symboles utilisés dans ce livre

Les symboles utilisés dans ce livre attireront votre attention sur le sens de certains paragraphes.

ICONE	SIGNIFICATION
	Ceci introduit ce qu'il faut savoir, connaître, retenir et remarquer.
	Ceci présente une astuce, un raisonnement ou une méthodologie propre à la matière dans un contexte général ou particulier.
	Ceci décrit ce qu'il faut éviter, les mauvaises pratiques et ce que l'on ne peut pas faire dans certaines situations.

Contact avec l'auteur

Si vous avez des remarques à formuler sur le contenu de cet ouvrage, n'hésitez pas à nous écrire à l'adresse valideurnumerique@gmail.com, mais seules les remarques relatives à l'ouvrage devraient trouver une réponse.

Par ailleurs, un site d'accompagnement de l'ouvrage (valideur-numérique, source des compléments) est disponible et accessible via www.valid.cm sur la fiche de l'ouvrage.

Cet ouvrage constitue un outil complémentaire à la compréhension du cours de l'apprenant disponible en lecture gratuite sur la plateforme valid.

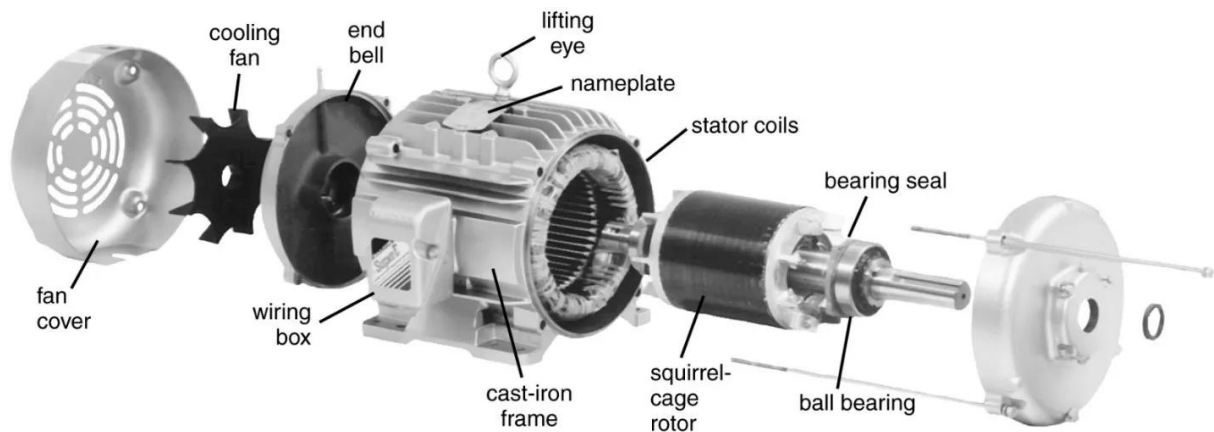
C'est quoi le Génie électrique ?

Encore appelée ingénierie des systèmes électriques, le génie électrique est juste un domaine de l'ingénierie qui traite de la génération, de la transmission, de la distribution et de l'utilisation de l'énergie électrique, ainsi que des appareils connectés à ces systèmes.

Table des matières

Guide de lecture	1
Signification des symboles utilisés dans ce livre	1
Contact avec l'auteur	1
C'est quoi le Génie électrique ?	2
Base de machine électrique.....	3
A. Cours	3
Machine Electrique.....	3
A. Cours	4
B. Quiz.....	12
C. Exercices	17
Analyse 2.....	28
A. Quiz.....	28
B. Exercices	29
Circuit linéaire	35
Electronique de Base.....	36
Base d'électronique de puissance.....	37
Electronique de puissance.....	38
Informatique 2	39

Base de machine électrique



Les bases des machines électriques sont les outils de base nécessaires à la compréhension et l'appréhension des machines électriques.

A. Cours

Machine Electrique

Une machine électrique est un dispositif électromécanique fondé sur l'électromagnétisme permettant la conversion d'énergie électrique par exemple en travail ou énergie mécanique. Ce processus est réversible et peut servir à produire de l'électricité.



A. Cours

1. Description Générale

1. Force électromotrice

Lorsque le flux du champ magnétique qui traverse un circuit conducteur varie au cours du temps, il apparaît dans ce circuit une tension orientée de façon à générer des courants s'opposant à la variation du flux. Cette tension est appelée force électromotrice et donnée par la loi de Faraday : $e = -\frac{d\phi}{dt}$

De ce principe. La machine à courant continu (M.C.C.) est le siège d'une f.é.m. E :

$$E = \frac{p}{2\pi a} N \Phi \Omega$$

Avec :

p : le nombre de paires de pôles

a : le nombre de paires de voie d'enroulement

N : le nombre de conducteurs (ou de brins - deux par spires)

Φ : flux maximum à travers les spires (en webers- Wb)

Ω : vitesse de rotation (en $rad.s^{-1}$)

Finalement :

$$E = K \Phi \Omega$$

$$\text{avec } K = \frac{p}{2\pi a} N$$

Si de plus la machine fonctionne à flux constant,

$$E = K' \Omega$$

$$\text{avec } K' = k \Phi$$

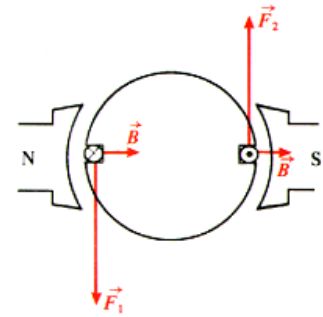
2. Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est obtenu par l'interaction d'un champ inducteur généré dans le stator et d'un champ magnétique porté par le rotor, qui peut être soit constant, soit induit.

Cas d'une spire : les deux brins d'une spire placés dans un champ magnétique \vec{B} , subissent des forces de Laplace \vec{F}_1 et \vec{F}_2 formant un couple de force ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = \vec{l} \wedge \vec{B}$).

Pour une spire : $\Gamma = 2rF = 2rlBI = SBI = \Phi I$

Couple électromagnétique : $T_{em} = K\Phi I$ en Newtons mètres (N.m) ou K est la même constante que dans la formule : $E = K\Phi\Omega$



Si de plus la machine fonctionne à flux constant : $T_{em} = K'I$ avec $K' = K\Phi$

3. Puissance électromagnétique

Si l'induit présente une f.é.m. E et s'il est parcouru par un courant I , il reçoit une puissance électromagnétique $P_{em} = EI$.



D'après le principe de conversion de l'énergie, cette puissance est égale à la puissance développée par le couple électromagnétique.

$$P_{em} = T_{em}\Omega = EI \quad P_{em} \text{ en Watts}$$

On retrouve ainsi la relation $T_{em} = K\Phi I$,

En effet $E = K\Phi\Omega$ donc $EI = K\Phi\Omega I = T_{em}\Omega$ d'où $T_{em} = K\Phi I$.

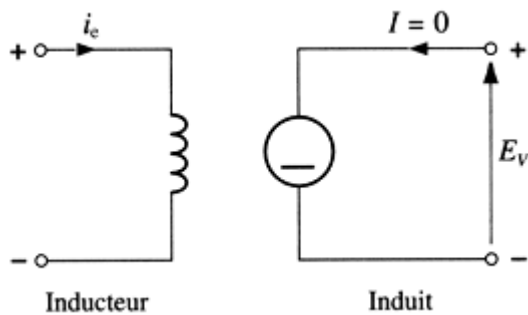
4. Réversibilité

Aux flux Φ constant, E ne dépend que de Ω et T_{em} de I .

La f.é.m. de la machine et l'intensité du courant dans l'induit sont deux grandeurs indépendantes. On peut donc donner le signe souhaité au produit EI .

La machine peut donc indifféremment fonctionner en moteur ($P_{em} > 0$) ou en génératrice ($P_{em} < 0$).

2. Caractéristiques



Conditions expérimentales

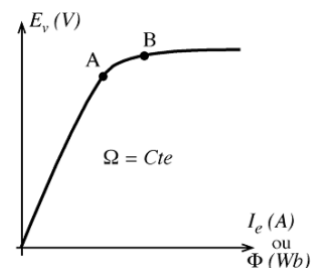
1. Caractéristiques à vide $E_v = f(\Phi)$ à Ω constante

De O à A, la caractéristique est linéaire, $E = K\Phi\Omega = k'\Phi$ avec $k' = K\Omega$

De A à B, le matériau dont est constitué le moteur commence à saturer. (la perméabilité relative μ_r n'est plus constant).

Après B, le matériau est saturé, la f.é.m. n'augmente plus.

La zone utile de fonctionnement de la machine se situe au voisinage du point A. Sous le point A, la machine est sous utilisée et après le point B les possibilités de la machine n'augmentent plus (mais les pertes augmentent puisque le courant de charge I_e augmente).

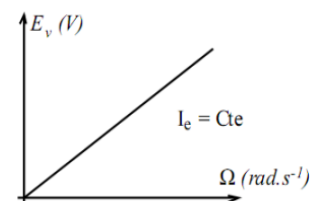


Dans la réalité, du fait du matériau ferromagnétique, on relève une caractéristique avec une faible hystérésis.

2. Caractéristiques à vide $E_v = f(\Phi)$ à Φ constant

On a $E = K\Phi\Omega = k'\Omega$

La caractéristique est linéaire tant que la saturation n'est pas atteinte.



3. Caractéristique en charge $U = f(I)$

~ La résistance du bobinage provoque une légère **chute de tension ohmique** dans l'induit : $R.I$

- ~ Le courant qui circule dans l'induit crée un flux indésirable de sorte que le flux total en charge $\Phi_{charge}(I_e, I) < \Phi_{vide}(I_e)$. Cela se traduit par une chute de tension supplémentaire : c'est la **réaction magnétique d'induit**.
- ~ Pour l'annuler, la machine possède sur le stator des enroulements de compensation parcourus par le courant d'induit : on dit que **la machine est compensée**. C'est souvent le cas.
- ~ La distribution du courant d'induit par les balais et le collecteur provoque également une, légère chute de tension (souvent négligée).

5. Modèle équivalent de l'induit

Des caractéristiques précédentes, on déduit un schéma équivalent de l'induit :

E : f.é.m.

R : résistance du bobinage

I : courant d'induit

U : tension aux bornes de connexion de l'induit.

D'après la loi d'Ohms : $U = E + RI$

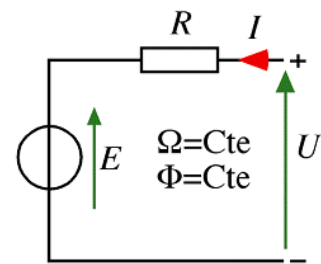


Schéma en convention récepteur

6. Les différentes pertes

Pertes	Pertes magnétiques P_{fer} ou pertes ferromagnétiques J_{fer}	Pertes joules P_j	Pertes mécaniques $P_{méc}$
Causes	Elles sont dues à l'hystérésis (champ rémanent) et aux courants de Foucault (courant induit dans le fer) et dépendent de B et Ω .	Pertes dans l'induit et l'inducteur dues aux résistances des bobinages.	Elles sont dues aux frottements des diverses pièces en mouvement.
Parades	Utilisation de matériaux à cycles étroits, comme le fer au silicium et le feuilletage de l'induit.	Il faut surtout éviter l'échauffement par ventilation.	Utilisation de roulements et de lubrifiants.

On définit :

Pertes constantes
 $P_c = P_{fer} + P_{méc}$

Les pertes dites « constantes » ou « collectives ». Si le moteur travaille à vitesse et flux constants, les pertes fer et mécaniques sont approximativement constantes.

Caractéristiques :

$$E = K\Phi\Omega$$

$$T_{em} = K\Phi I$$

$$U = E - RI$$

Modèle équivalent de l'induit :

Remarquer la convention génératrice du courant.

Toute relation entre des puissances peut être ramenée à la relation entre des couples. Il suffit de diviser cette première avec la vitesse de rotation Ω (en $rad.s^{-1}$).

Couple de pertes T_p P_c est proportionnel à Ω , donc $P_c = K\Omega$

$$T_p = \frac{P_c}{\Omega}$$

$$\text{Donc : } T_p = \frac{P_c}{\Omega} = \frac{K\Omega}{\Omega} = k$$

Le moment du couple de pertes est une caractéristique constante du moteur quel que soit sa vitesse.

7. Rendement

Du fait de ces différentes pertes, le rendement d'une machine à courant continu varie entre 80 et 95%.

3. Génératrice

4. Moteur à excitation indépendante

1. Modèle équivalent

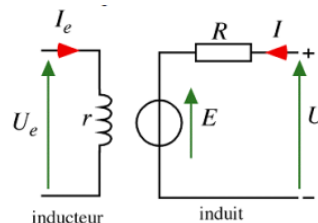
Caractéristiques :

$$E = K\Phi\Omega$$

$$T_{em} = K\Phi I$$

$$U = E - RI$$

Modèle équivalent de l'induit :



L'induit est en convention récepteur du courant.

Il faut deux alimentations : une pour l'inducteur et l'autre pour l'induit.

Les quatre grandeurs qui déterminent le fonctionnement du moteur sont : U, E, I et Φ .

2. Vitesse de rotation

Le sens de rotation dépend :

- ~ du flux, donc du sens du courant d'excitation I_e ;
- ~ du sens du courant d'induit I .

Expression de la vitesse :

$$E = K\Phi\Omega = U - RI \Rightarrow \Omega = \frac{U - RI}{K\Phi}$$

3. Démarrage du moteur

a. Surintensité de démarrage(exemple)

Soient :

T_{dc} Le couple de démarrage imposé par la charge (N.m) ;

T_d Le couple de démarrage du moteur (N.m) ;

I_d Le courant de démarrage(A) ;

Exemple :

$U_n = 240V$ La tension d'alimentation nominale de l'induit ;

$I_n = 20A$ Le courant nominal dans l'induit ;

$R_d = 1\Omega$ La résistance de l'induit.

Dès que le moteur commence à tourner, E augmente et I_d diminue jusqu'à I_n .

Au démarrage en charge :

Il faut que $T_d > T_{dc}$ il faut donc un **courant de démarrage** $I_d \simeq \frac{T_d}{K\Phi} > \frac{T_{dc}}{K\Phi}$

On constate qu'étant donné la pointe de courant de démarrage, le moteur a excitation indépendante peut démarrer en charge.

b. Conséquences

La pointe de courant de $240A$ va provoquer la détérioration de l'induit par échauffement excessif par effet joule.



Il faut limiter le courant de démarrage : en générale on accepte $I_d = 1,5 I_n$.

c. Solutions pour limiter le courant

Solution 1 : On utilise des rhéostats de démarrage. Cette solution est peu économique. Dans notre exemple $U_n = (R + R_h)I_d = (R + R_h)1,5I_n$ Soit : $R_h = \frac{U_n}{1,5I_d} - R = 7\Omega$

Solution 2 : On démarre sous une tension d'alimentation réduite. Dans notre exemple $U_d = RI_d = R \cdot 1,5 \cdot I_n = 30V$

4. Fonctionnement à vide

À vide, la seule puissance absorbée sert à compenser les pertes. La puissance utile est nulle. La vitesse à vide se règle en fonction de la tension d'alimentation ou du flux inducteur Φ . $\Omega_0 = \frac{U}{K\Phi}$

Phénomène d'emballement

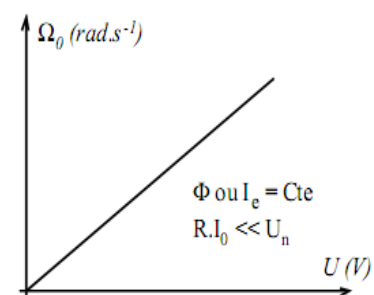
À vide, il ne faut jamais supprimer le courant d'excitation lorsque l'induit est sous tension, car le moteur peut s'emballer.

En effet, si le courant d'excitation tend vers zéro ($I_e \rightarrow 0$), alors le flux aussi tend vers zéro ($\Phi \rightarrow 0$), donc la vitesse de rotation est maximale $\Omega_0 \rightarrow \infty$: on dit que le moteur s'est emballé.

Fonctionnement à flux constant

$$\Omega_0 = \frac{U - RI_0}{K\Phi} \simeq \frac{U}{K\Phi} = k_2 \Phi \text{ avec } k_2 = \frac{1}{K\Phi}$$

La caractéristique passe approximativement par zéro.



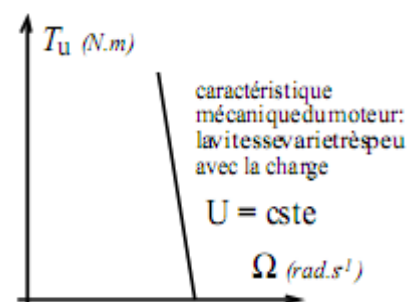
5. Fonctionnement en charge

Exprimons la vitesse de rotation en fonction de la tension d'alimentation :

La vitesse dépend de :

- ~ La tension d'alimentation U ;
- ~ L'intensité du courant I imposée par le moment du couple résistant.

U reste tout de même grand devant RI . En conséquence, la vitesse de rotation est essentiellement fixée par la tension d'alimentation U et varie très peu en fonction du courant, c'est-à-dire en charge.



Mode de fonctionnement usuel

- ~ L'alimentation de l'induit sous tension réglable présente deux avantages :
- ~ Mise en vitesse progressive avec suppression de la surintensité ;
- ~ Vitesse largement variable.

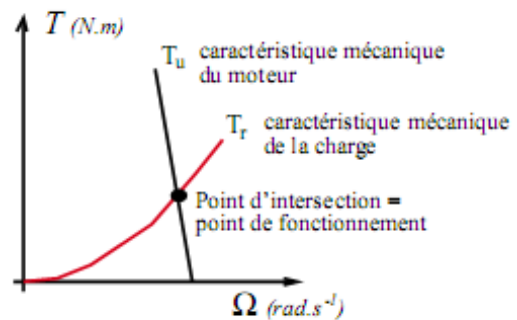
C'est le mode de fonctionnement utilisé lorsque la vitesse doit varier.

Conclusion :

- ~ La tension d'alimentation impose la vitesse de rotation : $\Omega \simeq \frac{U}{K\Phi}$;
- ~ La charge impose la valeur du courant : $I \simeq \frac{T_r}{K\Phi}$.

6. Point de fonctionnement

Une charge oppose au moteur un couple résistant T_r . Pour que le moteur puisse entrainer cette charge, le moteur doit fournir un couple utile T_u de sorte que : $T_u = T_r$. Cette équation détermine le point de fonctionnement du moteur.



7. Bilan énergétique

Soient :

P_a La puissance absorbée (W) ;

P_{em} La puissance électromagnétique (W) ;

P_u La puissance utile (W) ;

P_{je} Les pertes joules à l'inducteur (W) ;

P_j Les pertes joules à l'induit (W) ;

P_{fer} Les pertes ferromagnétiques (W) ;

P_{meca} Les pertes mécaniques (W).

U_e La tension de l'inducteur (V) ;

I_e Le courant de l'inducteur (A) ;

E La f.é.m. (V) ;

I Le courant de l'induit (A) ;

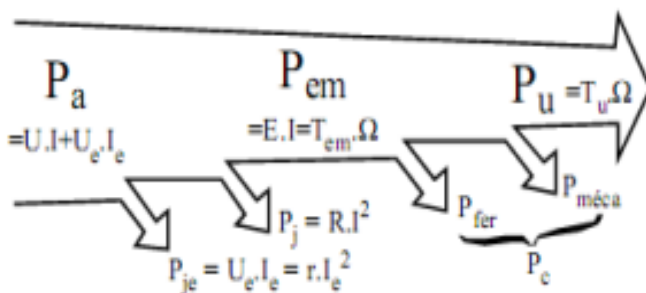
T_{em} Le couple électromagnétique (N.m) ;

T_u Le couple utile (N.m) ;

Ω La vitesse de rotation (rad.s^{-1}) ;

R La résistance de l'induit (Ω) ;

r La résistance de l'inducteur (Ω).



Exploitation du diagramme :

Par exemple : $P_{em} = P_a + P_{je} - P_j$; $P_c = P_{em} - P_u$

- ~ Toute l'énergie absorbée à l'inducteur et dissipée par effet joule. On peut omettre l'inducteur dans le bilan des puissances et alors P_{je} n'apparaît pas et $P_a = U_e I_e$.
- ~ Les pertes fer et les pertes mécaniques sont rarement dissociées, la somme étant les pertes constantes P_c .
- ~ Si le moteur est à aimant permanents, U_e , I_e et P_{je} n'existent pas.

8. Couples

Soient :

T_{em} Le couple électromagnétique ($N.m$) ;

T_u Le couple utile en sortie d'arbre ($N.m$).

Pertes constantes

D'après le diagramme des puissances, P_c est la différence des puissances électromagnétiques et la puissance utile.

$$P_c = P_{em} - P_u$$

$$\text{En effet : } P_c = P_{fer} + P_{meca} = P_{em} - P_u$$

Couple de pertes T_p

$$T_p = \frac{P_c}{\Omega} = T_{em} - T_u$$

$$T_p = \frac{P_c}{\Omega} = \frac{P_{em} - P_u}{\Omega} = \frac{P_{em}}{\Omega} - \frac{P_u}{\Omega} = T_{em} - T_u$$

9. Rendement

Cas d'une mesure directe : cette méthode consiste à mesurer : P_a et P_u . $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{T_u \Omega}{U.I + P_{je}}$

B. Quiz

Quiz 1.

Au démarrage le couple d'un moteur à courant continu doit être le plus grand possible. Faut-il mettre le rhéostat d'excitation au minimum ou au maximum de résistance ?

- a. Max ;
- b. Min.

Quiz 2.

On dispose pour un moteur à courant continu, d'une source de tension variable depuis zéro volt. Le rhéostat de démarrage est-il encore nécessaire ?

- a. Oui ;
- b. Non.

Quiz 3.

L'induit d'une machine à courant continu est feuilleté :

- a. Parce qu'il y a des feuilles de papier ou du vernis entre les tôles qui le constituent ;
- b. Pour diminuer l'effet joule du au courant dans le circuit de l'induit ;
- c. Pour contenir des encoches où seront loges des conducteurs actifs ;
- d. Pour réduire les pertes par hystérésis et par courant de Foucault ;
- e. Pour limiter le renforcement ou la diminution de l'induction magnétique dans les cornes polaires.

Quiz 4.

- a. Est liée aux pertes fer et magnétiques dans la machine à courant continu ;
- b. Désigne toute opération de changement de sens du courant ou de la tension ;
- c. Décale la ligne neutre ;
- d. Peut-être évitée dans une machine à courant continu ;
- e. Renforce le magnétisme rémanent.

La commutation :

Quiz 5.

L'enroulement compensateur sert à corriger les effets :

- a. de l'hystérésis ;
- b. du décalage des balais ;
- c. de la réaction magnétique d'induit ;
- d. de la communication ;
- e. du magnétisme rémanent.

Quiz 6.

Les pôles auxiliaires :

- a. Portent des bobines en série avec l'inducteur,
- b. Portent des bobines parcourues par le même courant que l'induit ;
- c. Tournent avec l'induit ;
- d. Portent une partie des voies d'enroulement de la machine à courant continu.

Quiz 7.

Le nombre de conducteurs actifs d'une machine à courant continu :

Peut-être pair (justifier) ;
 Peut-être impair (justifier) ;
 Peut-être fractionnaire (justifier).

Quiz 8.

L'amorçage d'une génératrice série :

- a. Se passe comme celle de la génératrice shunt ;
- b. Se fait à vide ;
- c. Se fait en charge ;
- d. Se fait à l'aide d'un rhéostat en série avec l'inducteur.

Quiz 9. *

- a. $1,29\Omega$;
- b. $2,1\Omega$;
- c. $18,9\Omega$;
- d. $3,1\Omega$;

Un moteur à courant continu a excitation shunt alimenté sous 220V, e. $5,4\Omega$. tourne à 144tr/min . La résistance d'induit est 1Ω , et le courant d'induit est 10 A. Si le courant d'excitation est réduit de 10%, la valeur de la résistance supplémentaire à placer en série avec l'induit pour maintenir la vitesse de rotation et le même couple sera :

Quiz 10. **

Une génératrice shunt tétrapolaire, à enroulement imbriqué, possède un flux utile par pôle de $0,07\text{ Wb}$. L'enroulement d'induit possède 220 spires de résistance $0,004\ \Omega$ chacune. Lorsque la vitesse de rotation est de 900 tr/min et le courant d'induit de 50 A, la tension aux bornes de la génératrice est de :

- f. $462,0\text{ V}$;
- g. $880,1\text{ V}$;
- h. $459,25\text{ V}$;
- i. $418,0\text{ V}$.

Quiz 11. **

Un moteur série tourne à 900 tr/min sous 230 V et tire un courant de 30 A de l'alimentation. La résistance additionnelle à placer en série avec ce moteur pour réduire la vitesse de rotation à 500 tr/min , si le couple est : (1) *constant* ; (2) proportionnel à la vitesse de rotation. On suppose le circuit magnétique non saturé et que toutes les pertes sont négligeables.

- | | | | |
|----|---------------------|----|---------------------|
| 1. | a. $6,47\ \Omega$; | 2. | a. $1,79\ \Omega$; |
| | b. $5,67\ \Omega$; | | b. $3,1\ \Omega$; |
| | c. $3,05\Omega$; | | c. $5,67\ \Omega$; |
| | d. $4,21\ \Omega$. | | d. $2,31\ \Omega$. |

Quiz 12. **

Une génératrice shunt tétrapolaire ayant une résistance du circuit inducteur de $100\ \Omega$ et une résistance d'induit de $1\ \Omega$, possède 378 conducteurs actifs sur un enroulement d'induit ondulé. Le flux utile par pôle est $0,01\text{ Wb}$. Si une charge de $10\ \Omega$ est connectée aux bornes de la génératrice, et la génératrice tourne à 1000 tr/min , la puissance absorbée par la charge est :

- a. $5153,4\text{ W}$;
- b. $1288,2\text{ W}$;
- c. $1558,7\text{ W}$;
- d. $322,05\text{ W}$.

Quiz 13. **

Un moteur à courant continu a excitation shunt fonctionnant sous 250V et tournant à 100 tr/min possède une résistance d'induit de $0,25\ \Omega$ et un courant nominal inducteur de 2,2 A et tire de l'alimentation un courant de 68 A. Le changement de flux requis pour faire tourner le moteur à 1600 tr/min lorsqu'il tire de l'alimentation un courant de 52,8 A et un courant inducteur de 1,8 A correspond à :

- | | |
|--|--|
| a. Une augmentation de flux de 18,18 % ; | c. Une augmentation de flux de 36,36 % ; |
| b. Une diminution de flux de 18,18 % ; | d. Une diminution de flux de 36,36 % . |

Quiz 14. **

Un générateur shunt de 10 kW , 250 V a une résistance d'induit de $0,1\ \Omega$ et une résistance d'inducteur de $250\ \Omega$, et fonctionne sous tension nominale à 850 tr/min . Cette génératrice

est ensuite utilisée en moteur shunt, sous 250 V, et tire une puissance de 10 kW de l'alimentation. Quelle est la vitesse du moteur ?

- a. 827 tr/min ; b. 774 tr/min ; c. 841 tr/min ; d. 667 tr/min .

Corrigé Quiz 1.

1- b Au démarrage, il faut mettre le rhéostat d'excitation au minimum de résistance, car :
 $\Gamma_u = \Gamma_m - \Gamma_p = \frac{EI}{2\pi n} = \frac{p_c}{2\pi n} = kiI - \frac{p_c}{2\pi n}$, au démarrage le couple est grand $\Rightarrow kiI$ grand donc i grand.

Corrigé Quiz 2.

Oui, le rhéostat de démarrage est nécessaire car le courant dans l'induit est élevé, et inacceptable par le réseau et pour la machine.

Corrigé Quiz 3,4,5,6,8,9.

3-c	4-b	5-e	6-b	8-c	9-a
-----	-----	-----	-----	-----	-----

11-1- c



$$U = E + R_t I \text{ où } R_t = r + R$$

$$\Gamma = \frac{p}{2\pi a} N \Phi I$$

sans la résistance R_1

11-2- c

$$U = E + (R_t + R_1) I_1 \text{ où } R_t = r + R$$

$$\Gamma = \frac{p}{2\pi a} N \Phi_1 I_1$$

avec la résistance R_1

Corrigé Quiz 7.

7-a car 1 spire \rightarrow 2 conducteurs, $N_{\text{spires}} \rightarrow N_{\text{con}}$ correspondantes à l'écriture d'un nombre pair.

Corrigé Quiz 10. **

10- c Calculons la tension aux bornes de l'induit :

~ Valeur de la f.é.m. E dans l'induit : $E = \frac{p}{a} N n \Phi AN : E = 440 * \frac{900}{60} * 0,07 E = 462 V$

~ Le nombre de conducteurs actifs : $nombre_spires = \frac{N}{2} \Rightarrow N = 440 \text{ conducteurs}$

~ Valeur de la résistance de l'induit : Pour une voie d'enroulement, on a $r_0 \approx 0,22\Omega$. Les 04 voies d'enroulements étant en parallèle, on aura : $R = \frac{r_0}{4} \Rightarrow R = 0,055\Omega$.

~ Valeur de la tension U : $U = E - R I_{\text{induit}} AN : U = 462 - 0,055 * 50 \Rightarrow U = 459,25 V$

Corrigé Quiz 11. **

Calculons la valeur de la résistance R_1 .

1. Le couple est constant :

donc $\Gamma = \Gamma_1 \Leftrightarrow \Phi I = \Phi_1 I_1$, or $\Phi_1 = k I_1$, $\Phi = k I$ d'où $I = I_1$

aussi, $\Gamma = \Gamma_1 \Leftrightarrow \frac{EI}{2\pi n} = \frac{E I_1}{2\pi n_1} \Leftrightarrow \frac{E}{n} = \frac{E_1}{n_1} \Leftrightarrow E_1 = \frac{n_1}{n} (U - R_t I)$

$$U = E + (R_t + R_1)I_1 \Leftrightarrow R_1 = \frac{U - \frac{n_1}{n}(U - R_t I)}{I} - R_t, \quad R_1 = 3,0518551852\Omega.$$

2. Le couple est proportionnel à n :

$$\text{Soit } \Gamma = kn \text{ et } \Gamma_1 = kn_1 \Leftrightarrow \frac{\Phi_1 I_1}{n_1} = \frac{\Phi I}{n} \text{ or } \Gamma_1 = k I_1, \Gamma = k I \Leftrightarrow I_1 = I \sqrt{\frac{n_1}{n}}$$

$$\text{Aussi, } \frac{\Gamma}{n} = \frac{\Gamma_1}{n_1} \Leftrightarrow \frac{EI}{n^2} = \frac{E_1}{n_1^2} I \sqrt{\frac{n_1}{n}} \Leftrightarrow E_1 = \frac{n^2}{n_1^2} \sqrt{\frac{n_1}{n}}$$

$$R_1 = \frac{U - \frac{n^2}{n_1^2} \sqrt{\frac{n_1}{n}} (U - R_t I)}{\sqrt{\frac{n_1}{n}} I} - R_t, \quad R_1 = 5,671097882\Omega.$$

Corrigé Quiz 12. **

12- b Pour la génératrice shunt, on a $U = R_c I$, $U = E - (I + i)$, $U = ri$ or $E = \frac{p}{a} N n \Phi$ de plus, pour un enroulement ondule, $2a = 2 \Rightarrow a = 1$ AN: $E = 126 V$

$$U = E - (I + i) \Leftrightarrow U = E - \left(\frac{U}{R_c} + \frac{U}{r} \right) R \Leftrightarrow U = \frac{E}{1 + \frac{R}{R_c} + \frac{R}{r}} \text{ AN: } U = 113,5135135V$$

~ Calculons la valeur du courant dans la charge :

$$I = \frac{E-U}{R} - i \Leftrightarrow I = \frac{E-U}{R} - \frac{U}{r} \text{ AN: } I = 11,35135135A$$

~ Calculons la puissance absorbée par la charge :

$$p_a = R_c I^2 \text{ AN: } p_a = 1288,531775W$$

Corrigé Quiz 13. **

13-b Données : $U = 250 V$, $n = 100 \frac{tr}{min}$, $R = 0,25\Omega$, $i = 2,2A$, $I = 68 A$.

Le changement de flux requis pour faire tourner le moteur a $1600 tr/min$ lorsqu'il tire de l'alimentation un courant de $52,5 A$ et un courant inducteur de $1,8 A$ correspond à :

On a : $\Phi = Ki$ si i augmente, Φ augmente, i diminue, Φ diminue également $i_1 = 2,2 A$ et

$$i_2 = 1,8 A, \Delta\Phi = \frac{ki_1 - ki_2}{ki_1} \times 100 \text{ AN: } \Delta\Phi = 18,18\% \text{ donc on aura une diminution de } \mathbf{18,18\%}$$

Corrigé Quiz 14. **

14- a Vitesse du moteur :

~ Fonctionnement en génératrice :

$$P = UI' \Rightarrow I' = \frac{P}{U} = 40 A \quad \text{or} \quad I = I' + i = 40 + \frac{250}{250} = 41 A, U = E_{RI} \Rightarrow E = U + RI = 254,1 V$$

$$E = U - RI \Leftrightarrow 250 - 0,1 \times 41 = 254,1 V \Leftrightarrow E = 254,1 V$$

$$p_{em} = \Gamma 2\pi n \Rightarrow \Gamma = \frac{p_{em}}{2\pi n} = \frac{EI}{2\pi n} = \frac{60 \times 254,1 \times 41}{2\pi n} = \mathbf{117,041 Nm}$$

~ Fonctionnement en moteur :

$$P_{em} = \Gamma 2\pi n' \rightarrow \Gamma = \frac{P_{em}}{2\pi n} = \frac{EI}{2\pi n'} \rightarrow n' = \frac{EI}{1\pi\Gamma}; \frac{E}{E'} = \frac{n\Phi}{n'\Phi} = \frac{n}{n'} \text{ car } i = i'$$

$$\text{d'où } n = \frac{En'}{E'} = \mathbf{827.23 \text{ tr/min}}.$$

C. Exercices

Exercice 1.

Une caractéristique à vide C_V , à fréquence de rotation $n = 1500 \text{ tr/min}$, est assimilée à une droite d'équation $E_V = 130 + 25i \forall i, 2 \leq i \leq 6$. Quelle est l'équation de la caractéristique C'_V pour une fréquence de rotation de $n' = 1800 \text{ tr/min}$?

Exercice 2.

Les mesures pour le relevé de la caractéristique interne d'une machine à courant continu ont

$I \text{ (A)}$	0,3	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,7
$E \text{ (V)}$	160	210	230	244	250	256	264

donné les résultats suivants à 1500 tr/min :

La résistance de l'inducteur est $r = 250\Omega$ et celle de l'induit $R = 1,5\Omega$. Dans tout le problème, cette machine est utilisée en moteur travaillant à couple constant, quel que soit sa vitesse. La réaction magnétique d'induit est compensée et on ne tiendra pas compte des pertes collectives. On utilise un rhéostat d'excitation dont la résistance peut varier de 0 à 500Ω .

- A. Le moteur est à excitation dérivé et alimenté sous une tension constante $U = 220 \text{ V}$.
 1. Le courant dans l'induit est $I = 16 \text{ A}$ et dans l'inducteur $i = 0,4 \text{ A}$. Calculer R_h , la force électromotrice E , la fréquence de rotation n et le moment T du couple moteur.
 2. Quelles seraient les valeurs de i, I, E et n pour $R_h = 150\Omega$.
- B. Le moteur est excitation séparée. Le courant inducteur a pour intensité $i = 0,4 \text{ A}$. L'induit est alimenté par sous tension variable U .
 1. La fréquence de rotation $n = 1000 \text{ tr/min}$. Calculer E , montrer que la valeur de i est la même qu'à la question A.1.
 2. Donner l'expression de n en tours par minute en fonction de U .

Exercice 3.

Une machine à courant continu quadripolaire a son enroulement d'induit ondulé de 576 conducteurs actifs en cuivre de section 5 mm^2 , et de longueur moyenne 800 mm . La résistivité du cuivre est de $0,0173 \mu\Omega \text{ m}$ à 20°C et le coefficient de température de la résistance est $0,004 / ^\circ\text{C}$ à 0°C . Calculer la résistance de l'induit à sa température de fonctionnement de 50°C .

Exercice 4.

Un moteur à courant continu à excitation shunt, alimenté sous $440V$ tourne à 500 tr/min lorsque son courant d'induit est $20A$. La résistance du circuit d'induit est $0,6\Omega$. Si le flux magnétique est réduit de 30% et le couple est augmenté de 40% (on suppose que les pertes sont nulles), quelles sont les nouvelles valeurs du courant d'induit et de la vitesse de rotation n ?

Exercice 5.

Une machine à courant continu quadripolaire et à deux voies d'enroulement tournant à 900 tr/min présente une tension à ses bornes $U = 220V$, et une f.é.m. $E = 240V$ à la vitesse indiquée. La résistance d'induit est de $0,2\Omega$. La machine est-elle entraînée de fonctionner comme une génératrice ou comme un moteur ? Calculer le courant d'induit et le nombre de sections de l'induit si le flux par pôle dans l'entrefer est de 10 mWb et le nombre de spire par section est de 8.

Exercice 6. *

Un moteur de 3 kW est alimenté sous une tension de $120V$. Son induit a une résistance de $0,2 \Omega$. Au moment de l'établissement du courant, on veut limiter, par un rhéostat, l'intensité à une fois et demie l'intensité de marche normale. Le rendement du moteur est $0,73$. On demande :

- La résistance à introduire au démarrage ;
- La longueur du fil de ferronickel utilisé pour construire ce rhéostat (section du fil : $2,5 \text{ mm}^2$; $\rho = 0,8 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$) ;
- La f.é.m. moteur ;
- Le nombre de conducteurs actifs est 392. Le flux d'induction est 6 Wb . Calculer la vitesse du moteur. On prendra $\frac{p}{a} = 1$.

Exercice 7. *

Un induit de machine à courant continu hexapolaire possède 8 conducteurs actifs. Le flux et la vitesse de rotation sont tels que, la source moyenne de chacun des conducteurs actifs est de $2V$. Le courant de chaque conducteur actif est 120 A . Trouver le courant total et la puissance électromagnétique de la machine, ainsi que la f.é.m. E de l'induit si :

- L'enroulement d'induit est ondulé ;
- L'enroulement d'induit est imbriqué.

Exercice 8. *

Montrer que la vitesse angulaire d'un moteur à courant continu est donnée par la formule $\omega = \frac{U}{K\Phi} - \frac{R\Gamma}{(K\Phi)^2}$ avec U, R, Γ, Φ , la tension d'alimentation, la résistance de l'induit, le couple et le flux, respectivement. Un moteur à courant continu à excitation séparée a $K\Phi = 1,44$; $R = 0,86 \Omega$. Lorsqu'il tourne à 150 rad/s , le courant d'induit vaut $I = 40 \text{ A}$. La tension d'alimentation est maintenue constante. Calculer U , et la vitesse angulaire du moteur à vide.

Exercice 9. *

Deux génératrices à courant continu à excitation séparées, sont montées en parallèle et fournissent un courant total de 1500 A à une charge. Les résistances d'induit respectives sont $0,05\Omega$ et $0,1\Omega$, et les f.e.m de 425 V et 440 V respectivement. Déterminer la tension aux bornes de la charge, le courant, et la puissance fournie par chacune des génératrices.

Exercice 10. **

Un moteur à courant continu à excitation indépendante entraîne un treuil soulevant verticalement une charge de masse $M\text{ kg}$ suspendue à l'extrémité d'un filin enroulé sur le tambour du treuil, de rayon supposé constant égal à $0,1\text{ m}$. La vitesse de rotation du tambour est égale au vingtième de la vitesse de rotation du moteur.

L'induit du moteur de résistance intérieure $0,5\Omega$ est connecté aux bornes d'une source d'énergie fournissant une tension réglable de $U = 0$ à $U_n = 240\text{ V}$ = tension nominale du moteur.

1. Le courant inducteur est réglé à sa valeur maximum admissible $i_e = 5\text{ A}$. On constate alors que le treuil hisse la charge $M = \frac{4800}{\pi}\text{ kg}$ à la vitesse $V = \frac{11\pi}{60}\text{ m/s}$ alors que la puissance absorbée par l'induit est de $9,6\text{ kW}$ et que la tension appliquée à l'induit est égale à la tension nominale.

Calculer :

- 1.1. l'intensité du courant absorbé par l'induit du moteur ;
- 1.2. la force contre-électromotrice du moteur m
- 1.3. la puissance utile du treuil ;
- 1.4. le couple utile du moteur ;
- 1.5. la vitesse de rotation du moteur.
2. La charge M et le courant d'excitation gardant les valeurs définies au 1., on demande :
 - 2.1. Quelle est l'intensité absorbée par l'induit lorsque, alimenté sous la tension U_c , celui-ci développe un couple moteur permettant de maintenir la charge M décollée et immobile ?
 - 2.2. La valeur de la tension U_c précédente.
 - 2.3. La valeur de la tension U_d de démarrage que l'on peut appliquer brusquement à l'induit pour décoller la charge M et lui communiquer une vitesse constante sans que la pointe de courant dans l'induit dépasse 60 A .
 - 2.4. La vitesse stabilisée du moteur à la fin de la première phase du démarrage définie à la question précédente.
 - 2.5. La valeur de la résistance de démarrage qu'il serait nécessaire de monter en série avec l'induit du moteur pour limiter à 60 A la pointe de courant dans l'induit lorsque la tension fournie par la source n'est plus réglable mais garde la valeur maximale de 240 V .
3. La charge hissée n'étant plus que les $4/5$ de celle du 1, à quelles valeurs faut-il régler simultanément la tension appliquée à l'induit, sans résistance de démarrage d'une part, et le courant inducteur d'autre part, de telle façon que la vitesse de hissage soit la plus élevée possible sans qu'en régime établi l'intensité du courant dans l'induit excède 40 A ? Calculer cette vitesse.

On donne : $g = 10 \text{ N/kg}$; $\pi = 3,14$; hypothèse simplificatrice : rendement du treuil = 1. Négliger toutes les pertes du moteur sauf celle par effet Joule dans l'induit ou dans la résistance de démarrage du 2.5. Négliger la réaction d'induit et la saturation des circuits magnétiques.

Exercice 11. **

Une dynamo dérivante a les caractéristiques suivantes : fem constante : 123 V, résistance des inducteurs : 200Ω . Elle alimente 2 récepteurs $R_1 = 50\Omega$ et $R_2 = 60\Omega$ branchées en parallèle à ses bornes et pouvant être mis en circuit par des interrupteurs S_1 et S_2 .

- a. On ferme S_2 , la tension aux bornes de la machine est alors 120V, calculer :
 1. L'intensité débitée par l'induit de la dynamo ;
 2. La résistance interne de la dynamo.
- b. S_1 étant ferme, on ferme S_2 calculer :
 1. L'intensité débitée par l'induit ;
 2. La tension aux bornes e la machine.

Exercice 12. **

Une dynamo bipolaire et à deux voies d'enroulement, tourne à 1200 tr/min . L'induit a 50 encoches contenant chacune deux faisceaux. Le fil composant les sections a 2 mm^2 de section, une résistivité de $0.02 \Omega \text{ mm}^2$ les spires des sections mesurent en moyenne 0.80 m chacune. Le flux utile sous un pôle est $0,015 \text{ Wb}$.

- a) Quel doit être le nombre total de conducteurs de l'induit pour que force électromotrice de la dynamo soit 150V ?
- b) Combien l'induit contient-il de sections ?
- c) Quelle est la résistance d'une section ?
- d) Quelle est la résistance du fil de l'enroulement d'induit ?
- e) Quelle est la résistance d'induit ?

Exercice 13. **

Un moteur shunt, alimenté sous 440V, tourne à vide à 700 tr/mn . La résistance de l'inducteur est de 240Ω . Calculer la résistance additionnelle à ajouter dans le circuit inducteur pour élever cette vitesse de rotation, à vide, à 1000 tr/mn . Le tableau suivant donne la relation entre le courant inducteur et le flux :

Courant inducteur (A)	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
Flux sous un pôle (m/Wb)	6,0	8,0	9,4	10,2	10,8	11,2	11,5

On supposera que :

- ~ la chute de tension dans l'induit est négligeable à vide ;
- ~ pour calculer une valeur entre deux points du tableau, la courbe entre les deux points est un segment de droite.

Exercice 14. **

Une génératrice à courant continu à excitation shunt délivre 5 kW à 25 kW lorsqu'il tourne à 1500 tr/min. La résistance du circuit inducteur est 250 Ω. Les pertes mécaniques et les pertes fer s'élèvent à 250 W. Quel est le couple à fournir à la génératrice pour qu'elle fonctionne dans les conditions ci-dessus ?

Exercice 15. **

Une machine à courant continu quadripolaire possède un induit avec encoches, 6 conducteurs par encoche et tourne à 1500 tr/min. Par pôle, on a flux de 60 mWb. Déterminer la f.é.m. dans le fonctionnement en génératrice que l'on a autant de voies d'enroulement que de pôles. Si courant conducteur est de 100 A, calculer sa puissance électromagnétique.

Corrigé exercice 1.

$$\text{Equation de } C'_v, \text{ on a : } \frac{E}{n} = \frac{E'_v}{n'} \Leftrightarrow E'_v = 108,33 + 20,83i$$

Corrigé exercice 2.

1. Calcul de R_h, E, n et Γ

$$U = (r + R_h)i \Rightarrow R_h = \frac{U}{i} - r, R_h = \frac{220}{0,4} - 250 \quad \mathbf{R_h = 300\Omega}$$

$$E = U - RI, E = 220 - 1,5 \times 16 \quad \mathbf{E = 196V}$$

$$\frac{210}{1500} = \frac{E}{n} \Rightarrow n = \frac{E}{210} \times 1500, n = 1400 \frac{\text{tr}}{\text{min}} = \frac{EI}{2\pi n} \quad \mathbf{T = 196 \times \frac{16}{2\pi \times \frac{1400}{60}}}$$

Corrigé exercice 3.

Données : $2p = 4 \Rightarrow p = 2$ paires de pôles ; $N = 576$; $\rho = 0,017 \mu\Omega.m$, $L = 800 \text{ mm}$ à 20° , $a = 0,04^\circ \text{C}$ à 0°C .

a. Calculons la valeur de sa résistance à la température de 50°C

~ Calculons d'abord la valeur de la résistance de l'induit à 20°C

$$R = \frac{R_{fil}}{(2a)^2} \rightarrow r(20^\circ \text{C}) = \frac{\rho LN}{4S} \text{ AN: } r(20^\circ) = 0,0173.10^{-6} \times 800.10^{-3} \times \frac{576}{4^0 \times 0,000005}$$

$$\text{AN: } \mathbf{r(20^\circ \text{C}) = 0,398592\Omega}$$

~ Détermination de la valeur de la résistance à 50°C

$$R = r(1 + a\theta) \text{ or } \theta = \theta(50^\circ \text{C}) - \theta(20^\circ \text{C}) ; R(50^\circ \text{C}) = \frac{\rho LN}{4S} (1 + a(\theta(50^\circ \text{C}) - \theta(20^\circ \text{C})))$$

$$\text{AN: } \mathbf{R(50^\circ \text{C}) = 0,4464\Omega}$$

Corrigé exercice 4.

Données : $n = 500 \text{ tr/min}$; $U = 440 \text{ V}$; $I = 20 \text{ A}$; $R = 0,6 \Omega$; $\Delta\Phi = 30\%$; $R = 0,8 \Omega$; $\Gamma = 40\%$; $P_c = 0 \text{ W}$

a. Déterminons les nouvelles valeurs du courant et la vitesse de rotation

Détermination de la valeur du courant.

$$E = U - RI; \frac{p}{a} N n \Phi = 428V \quad E' = U' - RI' = \frac{p}{a} N n' \Phi' \text{ or } \Phi' = 0.7\Phi$$

$$E' = U' - RI' = \frac{p}{a} N n' 0.7\Phi \text{ or } \Gamma = \frac{p}{2\pi} NI\Phi \rightarrow \Gamma' = \frac{p}{2\pi a} NI' 0.7\Phi \rightarrow \Gamma = \frac{NI\Phi}{2\pi} \text{ car } \frac{p}{a} = 1$$

$$\text{Or } E = N\Phi n \rightarrow N\Phi = \frac{IE}{2\pi n} \text{ d'où } \Gamma = \frac{IE}{2\pi n}$$

$$\text{AN: } \Gamma = \frac{20 \times 428 \times 60}{2 \times 3.14 \times 500} = \mathbf{163.5687 Nm} \text{ et } \Gamma' = 1.4\Gamma = \mathbf{228.99 Nm}$$

$$\text{Ainsi, } \Gamma' = \frac{NI' 0.7\Phi}{2\pi} \rightarrow \Gamma' = \frac{EI' 0.7}{2\pi n} \rightarrow I' = \frac{2\pi n \Gamma'}{0.7E} \text{ AN: } \mathbf{I' = 39.99A}$$

Détermination de la valeur de la vitesse de rotation

$$E' = U' - RI' = 440 - 0.6 \times 40 = 416V \text{ on peut aussi avoir } E' = \frac{p}{a} N n' \Phi' \rightarrow E' = \frac{p}{a} N. n'. 0.7\Phi$$

$$\text{Or } \frac{p}{a} = 1, \text{ d'où } E' = 0.7n' N\Phi \rightarrow n' = \frac{E'n}{0.7E} \text{ AN: } n' = 416 \times \frac{500}{0.7 \times 428} \quad \mathbf{n' = 694.25 tr/min}$$

Corrigé exercice 5.

Données : $p = 2$ paires de poles, $a = 1$, $n = 900 \text{ tr/min}$, $R = 0.2\Omega$

- ~ Le fonctionnement de la machine est celui d'une génératrice car $U < E$.
- ~ Calcul de I et le nombre de section si $\Phi = 10 \text{ mWb}$

Pour une MCC fonctionnant en génératrice, on a : $E' - U' - RI' = 0 \rightarrow I = \frac{E - RI}{R}$ AN :

$$I = \frac{240 - 220}{0.2} = 100A$$

- ~ Nombre de section si le nombre de spire par section est 8 :
nombre de conducteurs actifs

$$E = \frac{p}{a} N n \Phi \text{ or } p = 2 \text{ et } a = 1 \rightarrow E = 2N n \Phi \rightarrow N = \frac{E}{2n\Phi} = \frac{240 \times 60}{2 \times 0.01 \times 900} = \mathbf{800 \text{ conducteurs}}$$

$$\text{Soit } N' \text{ le nombre de spire } N' = 400 \text{ spires, } \frac{N'}{S} = 8 \rightarrow S = \frac{400}{8} = \mathbf{50 \text{ sections}}$$

Corrigé exercice 6. *

Données : $P_u = 3 \text{ kW}$, $U = 120V$, $R = 0.2\Omega$, $\eta = 0.073$

- ~ Valeur de la résistance à introduire au démarrage :

$$i_d = \frac{U}{R_h + R} = 1.5I_n \text{ avec } I_n = \frac{P_a}{U} = \frac{P_a}{\eta U} \text{ AN: } I_n = \frac{3000}{0.073 \times 120} = 34.24A \quad R_h = \frac{U}{1.5I_n} - R$$

$$\text{AN: } R_h = \frac{120}{1.5 \times 34.24} - 0.2 = 2.13\Omega \quad \mathbf{R_h = 2.13\Omega}$$

- ~ Longueur du fil à utiliser pour construire le rhéostat :

$$R_h = \frac{\rho L}{S} \rightarrow L = \frac{SR_h}{\rho} \text{ AN: } L = \frac{213 \times 2.5 \times 10^{-6}}{0.8 \times 10^{-6}} = \mathbf{6.67m}$$

- ~ Détermination de la f.é.m. du moteur :

$$E = U - (R_h + R)I \text{ AN: } E = 120 - (2.13 + 0.2) \times 34.2 = 40.314V \quad E = \mathbf{40.314V}$$

~ Détermination de la vitesse du moteur avec $N = 392, \Phi = 0.01Wb$

$$E = \frac{p}{a} N n \Phi \text{ or } p = 1 \text{ et } a = 1 \rightarrow n = \frac{E}{N \Phi} \text{ AN: } n = \frac{40}{392 \times 0.01} = \mathbf{613 \text{ tr/min}}$$

Corrigé exercice 7. *

Données : $p = 4$ paires de pôles $N = 498$ conducteurs $e = 2V$ $I = 120A$

a. Cas où les enroulements de l'induit sont ondules :

~ Courant total :

$$I' = \frac{I}{2a} \rightarrow I = I' \times 2a \text{ or } 2a = 2 \text{ d'où } I = I' \times 2 \text{ AN: } I = 120 \times 2 = \mathbf{240A}$$

~ fem.:

$$E = \frac{N}{2a} e \text{ or } 2a = 2 \rightarrow a = 1 \text{ d'où } E = \frac{498}{2} \times 2 = 498V \quad E = \mathbf{498V}$$

~ Puissance électromagnétique :

$$P_{em} = EI \text{ AN: } p_{em} = 498 \times 240 = 119520W = 119.52kW \rightarrow P_{em} = \mathbf{119.52kW}$$

b. Cas où les enroulements de l'induit sont imbriqués d'où

~ Courant total:

$$I' = \frac{I}{2a} \rightarrow I = I' \times 2a \text{ or } 2a = 2p \rightarrow a = p, \text{ d'où } I = I' \times 2 \times 4, I = 120 \times 2 \times 4 = \mathbf{960A}$$

~ fem.:

$$E = \frac{N}{2a} e \text{ or } 2a = 2p \rightarrow a = p = 4, \text{ d'où } E = \frac{498}{2 \times 4} \times 2 = 124.5V \quad E = \mathbf{124.5V}$$

~ Puissance électromagnétique :

$$P_{em} = EI \text{ AN: } p_{em} = 124.5 \times 960 = 119520W = 119.52kW \rightarrow P_{em} = \mathbf{119.52kW}$$

Corrigé exercice 8. *

a. Montrons que la vitesse angulaire d'un moteur à courant continu est donnée par la

relation $\omega = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R\Gamma}{(k\Phi)^2}$ avec U, R, Γ, Φ respectivement la tension, d'alimentation, la résistance de l'induit, le couple et le flux par pôle.

$$E = \frac{p}{2\pi a} N \omega \Phi, \text{ or } \omega = 2\pi n \rightarrow E = \frac{p}{2\pi} N 2\pi n \Phi = \frac{p}{a} N I \Phi \text{ en posant :}$$

$$k = \frac{p}{2\pi a} N \rightarrow \Gamma = k I \Phi \text{ et } E = k \omega \Phi \rightarrow \omega = \frac{E}{k\Phi} \text{ or } E = U - RI \rightarrow \omega = \frac{U - RI}{k\Phi}$$

$$\rightarrow \omega = \frac{U}{k\Phi} - \frac{RI}{k\Phi} \quad (1)$$

$$\Gamma = k I \Phi \rightarrow I = \frac{\Gamma}{k\Phi} \quad (2) \text{ en remplaçant (2) dans (1), on obtient : } \omega = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R\Gamma}{(k\Phi)^2}$$

b. Soit un moteur à excitation séparée ayant : $k\Phi = 1.44, R = 0.8\Omega, \omega = 150\text{rad/s}, I = 40\text{ A}$

~ Calcul de la tension U

$$\Gamma = k\Phi I \rightarrow \Gamma = 1.44 \times 40 = 57.6\text{ Nm}$$

$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R\Gamma}{(k\Phi)^2} \rightarrow \omega + \frac{R\Gamma}{(k\Phi)^2} = \frac{U}{k\Phi} \rightarrow U = \omega k\Phi + \frac{R\Gamma}{k\Phi}$$

AN: $U = 150 \times 1.44 + \frac{0.8 \times 57.6}{1.44} = 250.4\text{ V} \rightarrow \mathbf{U = 250.4V}$

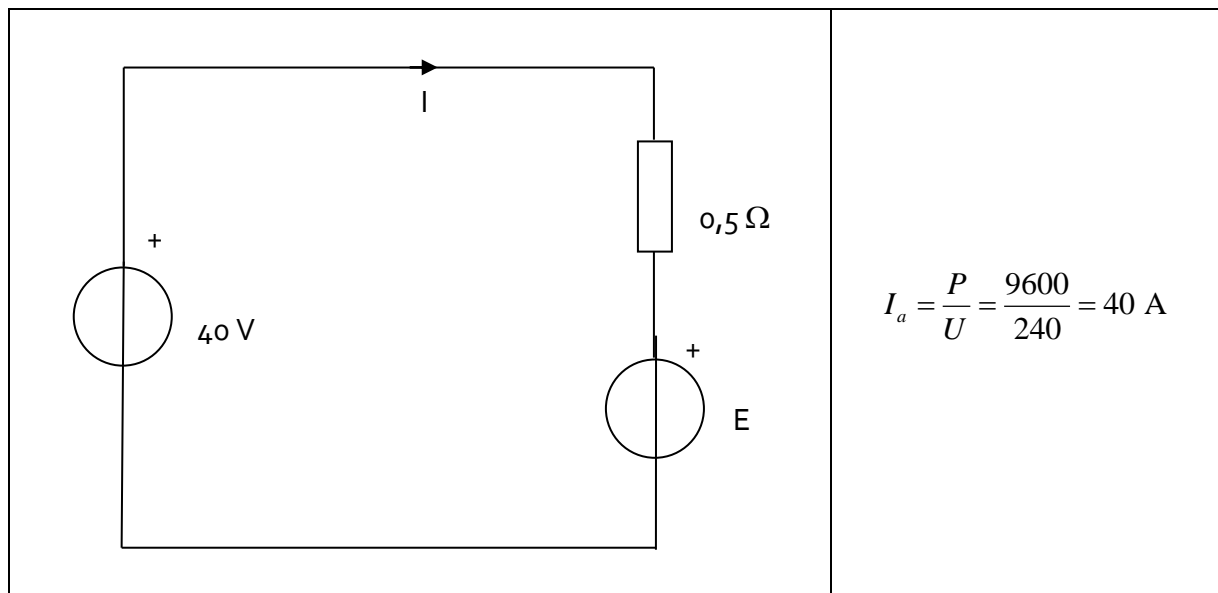
~ Vitesse angulaire du moteur à vide :

A vide, $I = 0 \rightarrow \Gamma = 0\text{ Nm}$ d'où $\omega = \frac{250.4}{1.44} = 173.9\text{ rad/s} \rightarrow \mathbf{\omega = 173.9V}$

Corrigé exercice 9. *

Corrigé exercice 10. **

1.



1.1 $E = U - R_a I_a = 240 - 0,5 \times 40 = 220\text{ V}$

1.2 Nous emploierons la formule $P = Fx$ utilisée pour les systèmes où il y a des translations rectilignes, formule analogue à $P = C \times \Omega$ pour des systèmes en rotation.

$P_u = F \times V = Mg \times V = \frac{4800}{\pi} \times 10 \times \frac{11\pi}{60} = 8800\text{ W}$. Étant donné que le rendement du treuil est de 1, cette puissance utile est la puissance en sortie du moteur et celle à la sortie du treuil.

1.3 $P_u = C_u \times \Omega \Rightarrow C_u = \frac{P_u}{\Omega}$

Afin de déterminer la vitesse de rotation du moteur, déterminons d'abord la vitesse de rotation du tambour du treuil. Lorsque la charge monte de V mètre en 1 seconde, le

tambour du treuil tourne d'un nombre de tour égal à V divisé par la circonférence du tambour : $N_{\text{tambour}} \text{ tr/s} = \frac{V}{2\pi R} = \frac{11 \cdot \pi / 60}{2\pi \times 0,1} = 0,9166 \text{ tr/s}$.

Le moteur tourne 20 fois plus vite (le treuil est un réducteur de vitesse qui permet d'augmenter le couple, c'est l'analogie d'un transformateur abaisseur de tension avec la tension grandeur analogue de la vitesse et l'intensité grandeur analogue du couple).

Donc, le moteur tourne à $18,33 \text{ tr/s} = 1100 \text{ tr/min}$.

2

2.1 Afin de maintenir la même charge 1. immobile et décollée, il faut que le moteur fournisse le même couple moteur (la masse est la même, la gravité n'a pas changé, le rayon du tambour du treuil non plus). Le moteur appelle donc la même intensité de 40 A.

On peut néanmoins effectuer le calcul du couple à l'aide de la formule :

$$C_{\text{mot}} = C_e = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_a$$

La question 1. permet de déterminer $k\Phi$:

$$E = k\Phi N \Rightarrow k\Phi = \frac{E}{N} = \frac{220}{1100/60} = 12 \text{ SI}$$

$$\text{Ainsi : } C_e = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_a = \frac{12}{2\pi} \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{2\pi C}{12} = \frac{2\pi}{12} \cdot \left(\frac{\frac{4800}{\pi} \cdot 10 \cdot 0,1}{20} \right) = 40 \text{ A}$$

2.1 Le moteur ne tournant pas, $E = 0 \text{ V}$.

Donc, $U = R_a \times I_a = 0,5 \times 40 = 20 \text{ V}$.

2.2 On limite l'intensité de démarrage à 60 A. Il faut donc que la f.é.m. U devienne égale à $U = R_a \times I_a = 0,5 \times 60 = 30 \text{ V}$.

2.3 Le couple moteur va augmenter, devenir supérieur au couple résistant. Ainsi, d'après la relation fondamentale de la dynamique pour les systèmes en rotation :

$$C_{\text{moteur}} - C_{\text{résistant}} = \Sigma J \times \frac{d\Omega}{dt}$$

L'accélération angulaire passe de 0 à une valeur positive, le moteur se met à tourner. Ce faisant, la f.é.m. E croît ce qui entraîne une diminution de l'intensité dans l'induit.

Lorsque l'intensité a baissé de 60 à 40 A, le moteur est à nouveau à vitesse constante. Cette nouvelle vitesse dépend de la f.é.m. U appliquée aux bornes de l'induit. On a :

$$\frac{E_1}{N_1} = k\Phi = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow N_2 = N_1 \times \frac{E_2}{E_1} = 1100 \times \frac{(30 - 40 \times 0,5)}{220} = 50 \text{ tr/min}$$

$$2.4 \quad (R_h + R_a) = \frac{U}{I_a} \Rightarrow R_h = \frac{240}{60} - 0,5 = 3,5 \, \Omega$$

La puissance dissipée par effet Joule au moment du démarrage dans ce rhéostat est de $3,5 \times 60^2 = 12600 \text{ W}$! Le rhéostat doit être d'une taille appréciable.

3. Afin d'obtenir une vitesse maximum, il faut que la tension d'alimentation de l'induit soit maximum ($N = \frac{U - R_{\text{induit}} \times I_{\text{induit}}}{k\Phi}$). On choisira donc $U = 240 \text{ V}$.

La masse étant réduite de $4/5$, le couple que doit fournir le moteur en régime permanent (vitesse constante) est lui aussi réduit de $4/5$.

Or $C_e = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_a$. Si on conservait le flux à sa valeur maximale, le courant absorbé par l'induit

serait réduit de $4/5$, soit 32 A ($40 \times \frac{4}{5}$). On dispose donc d'une marge de $40 - 32 = 8 \text{ A}$ pour diminuer le flux (si on diminue le flux, le rotor absorbe une intensité plus élevée afin de produire le couple nécessaire).

Donc, si on désire imposer $I_{\text{induit max}} = 40 \text{ A}$, il faut que Φ soit réduit de $4/5$ afin que le couple soit lui-même réduit de $4/5$.

On supposera que l'inducteur fonctionne dans la zone linéaire (le flux est proportionnel au courant inducteur). Donc : $\Phi = k' \times I_e$. Pour réduire le flux de $4/5$ par rapport au flux créé précédemment (question 1. et 2.) où le flux était créé par un courant inducteur de 5 A, il faut un nouveau courant inducteur de $\frac{4}{5} \times 5 = 4 \text{ A}$. La nouvelle constante $k\Phi'$ de la machine

devient donc $k\Phi' = \frac{4}{5} k\Phi = \frac{4}{5} \times 12 = 9,6 \text{ SI}$. La nouvelle vitesse de rotation est donc :

$$N' = \frac{E}{k\Phi'} = \frac{240 - 0,5 \times 40}{9,6} = 22,9167 \text{ tr/s} = 1375 \text{ tr/min}.$$

Corrigé exercice 11. **

Corrigé exercice 12. **

Données : $2p = 2$; $n = 1200 \text{ tr/min}$ $\frac{p}{a} = 1$; $s = 2 \text{ mm}^2$; $L = 0,8 \text{ m}$; $\Phi = 0,015 \text{ Wb}$

a. Détermination du nombre de conducteurs de l'induit avec une fem $E = 150 \text{ V}$

$$E = \frac{p}{a} N \cdot n \Phi \text{ or } \frac{p}{a} = 1 \text{ d'où } E = N \Phi n \rightarrow N = \frac{E}{N \Phi}$$

$$\text{AN : } N = \frac{150+60}{1200+0,015} = \mathbf{500 \text{ conducteurs}}$$

- b. Détermination du nombre de conducteurs

$$N_{\text{section}} = \frac{N_f N_e}{2} \text{ avec } N_f: \text{nbre de faisceaux par encoche et } N_e: \text{nbre d'encoche}$$

$$N_{\text{section}} = \frac{50 \times 2}{2} = \mathbf{50}.$$

- c. Détermination de la résistance d'une section :

$$\text{Déterminons d'abord le nombre de spire par section } N'' = \frac{N}{2N_{\text{section}}} = \frac{2}{2 \times 50} = \mathbf{5 \text{ spires}}$$

$$\text{résistance d'une section } R_{\text{section}} = \frac{\rho L}{s} N'' \text{ AN : } R_{\text{section}} = \frac{0,2 \times 0,8}{2} \times 5 = \mathbf{0,04 \Omega}$$

- d. Détermination de la résistance du fil d'induit

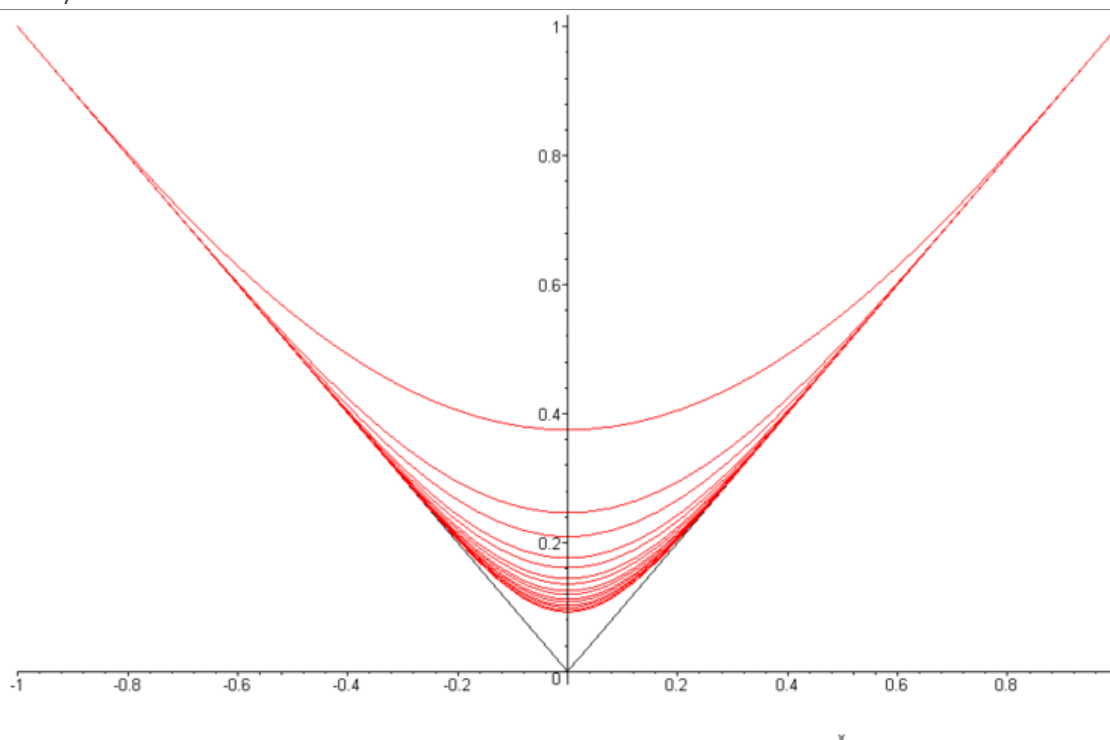
$$R_{\text{fil}} = R_{\text{section}} N_e \text{ AN: } R_{\text{fil}} = 0,04 \times 50 \rightarrow \mathbf{R_{\text{fil}} = 2 \Omega}$$

- e. Détermination de la résistance de l'induit :

$$R = \frac{R_{\text{fil}}}{(2a)^2} \text{ or } a = 1 \text{ AN: } R = \frac{2}{4} = \mathbf{0,5 \Omega}$$

Corrigé exercice 13. **

Analyse 2



L'analyse a pour point de départ la formulation rigoureuse du calcul infinitésimal. C'est la branche des mathématiques qui traite explicitement de la notion de limite, que ce soit la limite d'une suite ou la limite d'une fonction. Elle inclut également des notions comme la continuité, la dérivation et l'intégration.

A. Quiz

Quiz 1.

Le domaine de convergence réel d'une série entière $\sum a_n x^n$ ne peut pas être :

- a. $[-1, 1[$ b. $] -2, 2[$ c. $] -1, 2[$ d. \mathbb{R}

Quiz 2.

Soit $\sum a_n x^n$ une série entière de rayon R . Quel est le rayon de $\sum (-1)^n a_n x^n$?

- a. R b. $-R$ c. $\min(R, 1)$ d. $\max(R, 1)$

Quiz 3.

Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ de $[-2, 2]$. Que peut-on dire du rayon R de $\sum a_n z^n$?

- a. $R \geq 2$ b. $R \geq 1$ c. $R \geq \frac{1}{2}$ d. $R \leq 2$

B. Exercices

Exercice 1.

On considère la fonction f de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; définie par : $f(x) = |x|$ si $0 \leq x \leq \pi$ et 2π périodique.

- Montrer que f est paire et tracer sa représentation graphique sur $[-3\pi, 3\pi]$.
- Calculer les coefficients de Fourier et en déduire que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\cos(2p+1)x}{(2p+1)^2}$
- En utilisant le développement de f en série de Fourier pour $x = 0$ et $x = \pi$, déterminer : $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ et $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$
- Calculer Fe^2 sachant que $Fe^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f^2(x) dx$. Que désigne Fe^2 ?
- Donner l'expression de Fe^2 à l'aide de la formule de Parseval.

Exercice 2.

- Quelle est la nature de la série dont le terme général est :
1. $U_n = \frac{-1}{n^2}$ 2. $U_n = \frac{1}{n}$ 3. $U_n = \frac{1}{\ln(n)\ln(n)}$ 4. $U_n = \frac{5}{4^n}$
- Déterminer le rayon de convergence de la série entière de terme général :
1. $U_n = \frac{\sin(n)}{n^2}$ 2. $U_n = \frac{n^2+n}{2^n+n!}$ 3. $U_n = \frac{n^2-3}{n^2+n+3}$

Exercice 3.

- Résoudre l'équation différentielle en utilisant la transformée de Laplace :
 $y'' + 3y' + 2y = t, y(0) = y'(0) = 0$.
- Calculer $L^{-1} = \frac{2p+3}{2p^2+4p+5}$

Exercice 4.

- Calculer la transformée en Z de la fonction causale suivante et calculer ses zéros et/ou ses pôles.

n	0	1	2	3	4	5...
$X(n)$	1	4	6	4	1	0

- Trouver la séquence $y(n)$ qui a comme transformée en Z $Y(z) = \frac{1}{6-5z^{-1}+z^{-2}}$

Exercice 5.

Etudier la convergence de la série numérique de terme général $U_n = n^{\ln(k)}$ où $k \in \mathbb{N}$.

Exercice 6.

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction 2π périodique, impaire, telle que :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in]0, \pi[\\ 0 & \text{si } x = \pi \end{cases};$$

- Calculer les coefficients de Fourier trigonométrique de f .
- Etudier la convergence (simple, uniforme) de la série de Fourier de f .
- En déduire les valeurs des sommes : $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$; $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

Exercice 7.

- Calculer la transformée de Laplace suivante : $L[(t^2 + t + 1)]$.
- Utiliser la transformée de Laplace pour résoudre l'équation suivante :

$$x''(t) - 4x(t) = -t^2 \text{ avec } x(0) = 0 \text{ et } x'(0) = 1.$$

- En utilisant les notions vues en cours, déterminer la transformée en z de : $\sin(n\omega T_e)$.
- Utiliser la transformée en z pour résoudre l'équation aux différences d'ordre 1 ci-après :
 $u_{n+1} = 1.02u_n + 100$ avec $u_0 = 50$.

Exercice 8.

Etudier la convergence de la série numérique de terme général $U_n = k^{\ln(n)}$ où $k \in \mathbb{N}$.

Exercice 9.

- Calculer la transformée de Laplace suivante : $L[(t^2 + t + 1)e^{-2t}]$.
- Utiliser la transformée de Laplace pour résoudre l'équation suivante :

$$x''(t) - 4x(t) = 3e^{-t} - t^2 \text{ avec } x(0) = 0 \text{ et } x'(0) = 1.$$

- En utilisant les notions vues en cours, déterminer la transformée en z de : $\cos(n\omega T_e)$.
- Utiliser la transformée en z pour résoudre l'équation aux différences d'ordre 1 ci-après :
 $u_{n+1} = 1.02u_n + 100$ avec $u_0 = 50$.

Exercice 10.

Un signal sinusoïdal a comme spectre :

Exercice 11.

Dans le spectre d'un signal quelconque, la raie de la fréquence en zéro représente :

- la valeur du signal ;
- la valeur moyenne du signal ;
- la valeur maximale du signal.

Exercice 12.

Dans la série de Fourier, on calcule le module A_n et la phase φ_n par :

- | | | |
|--|--|--|
| a. $A_n = \sqrt{a_n^2 - b_n^2}$ et
$\varphi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$; | b. $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et
$\varphi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$; | c. $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et
$\varphi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$. |
|--|--|--|

Exercice 13.

La série de Fourier d'un signal donne : $v(t) = 4 \sin(\omega_0 t) + 3 \cos(2\omega_0 t)$ donc :

- $a_n = 4, b_n = 3, a_0 = 0$;
- $a_n = 4, b_n = 3, a_0 = 4$;
- $a_n = 3, b_n = 4, a_0 = 0$.

Exercice 14.

La fréquence du signal : $v(t) = 4 \sin(4000\pi t) + 3 \cos(6000\pi t)$ donc :

- a. 1000Hz b. 2000Hz c. 3000Hz

Exercice 15.

L'énergie d'un signal $v(t)$ quelconque est :

- a. La somme des énergies de la composante continue et des harmoniques ;
b. égale l'énergie uniquement des harmoniques ;
c. égale l'énergie de la composante continue.

Exercice 16.

Soit $p(t)$ un peigne de Dirac, son spectre en fréquence est de la forme :

Exercice 17.

Pour un signal périodique $v(t)$ de période T_0 , la série de Fourier (complexe) est écrite sous la forme :

$$v(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-jn\omega_0 t} \quad v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

Exercice 18.

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de complexes. soit r un réel strictement positif.

- a. si $\sum a_n r^n$ converge, alors $\sum a_n z^n$ converge, pour tout z tel que $|z| = r$;
b. si $\sum a_n r^n$ converge, alors $\sum a_n z^n$ converge, pour tout z tel que $|z| < r$;
c. si $\sum a_n r^n$ bornée, alors $\sum a_n z^n$ diverge, pour tout z tel que $|z| \geq r$.

Exercice 19.

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de complexes. On note R le rayon de convergence de la série $\sum a_n z^n$.

- a. si $\sum a_n z^n$ converge, alors $R \geq |z|$;
b. si $R > |z|$ alors $\sum a_n z^n$ converge absolument ;
c. si $\sum a_n z^n$ converge et $\sum |a_n z^n|$ diverge alors $R < |z|$.

Exercice 20.

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de complexes. On note R le rayon de convergence de la série $\sum a_n z^n$.

- a. le rayon de convergence de la série $\sum n^2 a_n z^n$ est $\frac{R}{2}$;
b. le rayon de convergence de la série $\sum 2^n a_n z^n$ est $\frac{R}{2}$;
c. le rayon de convergence de la série $\sum a_n^2 z^n$ est $\frac{R}{2}$.

Exercice 21.

Soient $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites de complexes. On note R_a et R_b leurs rayons de convergence respectifs.

- a. le rayon de convergence de $\sum (a_n + b_n)z^n$ est $R_a + R_b$;
- b. le rayon de convergence de $\sum (a_n + b_n)z^n$ est au moins égal au $\min(R_a, R_b)$;
- c. le rayon de convergence de $\sum (a_n + b_n)z^n$ est au plus égal au $\min(R_a, R_b)$.

Exercice 22.

- a. le rayon de convergence de la série $\sum \frac{2^n}{3^n} z^n$ est $\frac{3}{2}$;
- b. le rayon de convergence de la série $\sum \frac{2^n}{3^n} z^n$ est $\frac{1}{2}$;
- c. le rayon de convergence de la série $\sum (2^{-n} - 3^{-n})z^n$ est 2 .

Exercice 23.

- a. le rayon de convergence de la serie $\sum (2n)^n z^n$ est $\frac{1}{2}$;
- b. le rayon de convergence de la serie $\sum \frac{n!}{(2n)!} z^n$ est 2 ;
- c. le rayon de convergence de la serie $\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!} z^n$ est 4 .

Exercice 24.

on considère la série de fonctions $\sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n}$:

- a. la convergence simple de cette série est vérifiée sur $]0,1[$;
- b. la convergence simple de cette série est vérifiée sur $[0,1]$;
- c. la convergence simple de cette série est vérifiée sur $[0,1[$.

Exercice 25.

- a. la série est uniformément convergente sur $[0, a]$ où $a \in [0,1]$;
- b. la série est uniformément convergente sur $[0, a]$ où $a \in]0,1[$;
- c. la série est uniformément convergente sur $[0, a]$ où $a \in [0,1[$.

Exercice 26.

- a. la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge dès que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;
- b. la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge dès que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;
- c. on ne peut pas conclure de la convergence.

Exercice 27.

- a. la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n + n^2}$ converge ;
- b. la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{a_n + n^2}$ diverge ;
- c. la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a_n + n^2}$ diverge.

Exercice 28.

Le calcul de la transforme de Laplace suivante : $L^{-1} \left(\frac{p+2}{(p+3)(p+4)} \right)$

- a. $2e^{4t} - e^{-3t}$; b. $2e^{-4t} + e^{-3t}$; c. $2e^{4t} - e^{-3t}$.

Exercice 29.

Le calcul de la transformée de Laplace suivante : $L(t^2 + t - e^{-3t})$:

a. $\frac{1}{p^3} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p-3}$ b. $\frac{1}{p^3} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p+3}$ c. $\frac{1}{p^3} - \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p-3}$

Exercice 30.

Soit la série de terme général $U_n = \tan^{-1} \frac{1}{n^2+n+1}$

Montrer que $U_n = \tan^{-1}(n+1) - \tan^{-1}(n)$

En déduire que la série considérée est convergente et en déduire sa somme :

Exercice 31.

Etudier la convergence de la série des termes généraux respectifs :

$U_n = \frac{g(n)}{f(n)}$; $U_n = \frac{g(n)}{f(n)} + \frac{1}{3n}$; ou $f(n) = -1 + (1 - \frac{1}{n})$; $g(n) = -\frac{1}{2\pi}$

Exercice 32.

On pose $f(n) = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$, $n \in \mathbb{R}$

- Montrer que la suite $f(n)$ est positive et décroissante au moyen d'une intégration par partie puis donner une relation de récurrence entre $f(n)$ et $f(n-1)$
- Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a :
- $f(n) = \frac{n!}{e} (e - \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!})$
- Montrer que on a : $\frac{1}{e^{n+1}} \leq f(n) \leq \frac{1}{n+1}$, déduire la nature des séries : $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n}$; $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n f(n)$;
- Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)x^n$;
- Déterminer la nature de la série de terme général $\frac{n^n}{n!}$.

Exercice 33.

- nature de la série de terme général $U_n = \frac{1}{\ln(n^n)}$;
- nature de la série de terme général $U_n = \frac{x^n}{n2^n}$;
- déterminer la nature de la série de terme général $U_n = \ln \left(\frac{1}{\cos(\frac{1}{n})} \right)^\beta$ où β désigne un réel et \ln logarithme népérien.

Exercice 34.

- Soit $(p_n), n \in \mathbb{N}$ une suite de polynôme convergent uniformément sur \mathbb{R} vers une fonction f . Montrer que f est un polynôme.
- Montrer que pour tout réel, $a > 0$, $\int_0^1 \frac{1}{1+x^a} dx = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{1+an}$.

Exercice 35.

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction 2π périodique, impaire, telle que: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in]0, \pi[\\ 0 & \text{si } x = \pi \end{cases}$

- Calculer les coefficients de Fourier de f ;
- Etudier la convergence (simple, uniforme) de la série de Fourier de f ;
- En déduire les valeurs des sommes : $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$, $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$.

Exercice 36.

Trouver les solutions de l'équation différentielle suivante : $xy''(x) + xy'(x) + y(x) = 1$, développable en série entière au voisinage de 0.

Exercice 37.

- En utilisant la transformée de Laplace, résoudre l'équation différentielle suivante :

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = 0, \text{ avec } x(0) = x'(0) = 1.$$

- Rechercher la transformée inverse de Laplace de l'expression suivante :

$$L\{(t+2)u(t) + (t+3)u(t-2)\}.$$

Exercice 38.

- Calculer la transformée en Z de $x_n = \cos(\omega nT)$, ω et T fixes (exprimer la somme comme fonction de $\cos(\omega T)$).
- Résoudre en utilisant la transformée en Z , l'équation récurrente :

$$x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n - \delta_0(n) = 0, \text{ avec } x_0 = x_1 = 0.$$

Circuit linéaire
