

# Traitement du signal

Détection et reconnaissance de chiffres manuscrits

## Document réalisé par :

- Maha EL BADRI
- Fatima-Zahra LAMOUDNI
- Eléonore MAYER
- Noé MERSNI
- Mathilde RAMSAMY--AGEORGES
- Marwa TOURABI

Formation : ING2 GMA

Professeur : M. Mohammed BAHTITI

Année scolaire : 2023-2024

## Table des matières

Introduction.....	3
1) Partie Mathématiques.....	4
a) Choix des méthodes de détection des contours.....	4
b) Démonstration de la méthode du gradient .....	4
c) Démonstration de l'approche Laplacien : .....	5
2) Partie Informatique .....	7
a) Choix des données d'entrée .....	7
b) Librairies utilisées .....	8
c) Interprétations des résultats.....	9
3) Commentaires sur les résultats.....	11
Conclusion .....	11
Répartition des tâches .....	12

## Introduction

Dans le cadre du projet du cours de Traitement du signal du troisième semestre de notre formation, Ingénieur en Mathématiques Appliquées, nous avons choisi comme sujet **la détection et la reconnaissance de chiffres manuscrits**.

La détection et la reconnaissance de chiffres manuscrits dans le domaine du traitement du signal sont des processus visant à extraire des informations numériques à partir de données manuscrites. Premièrement, la détection consiste à localiser des chiffres dans une image ou un signal, généralement par des méthodes de segmentation pour isoler la région d'intérêt. La reconnaissance consiste alors à attribuer une valeur numérique à chaque chiffre reconnu, souvent à l'aide d'un algorithme de classification (comme un réseau de neurones) pour interpréter les caractéristiques visuelles des chiffres.

Ces technologies sont largement utilisées dans la lecture automatique de caractères (OCR), la numérisation de documents, la vérification de chèques et dans bien d'autres applications. La détection et la reconnaissance des chiffres manuscrits dans le traitement du signal permettent d'automatiser les tâches de saisie de données et l'amélioration de l'efficacité dans divers domaines.

À travers ce rapport, nous allons tout d'abord démontrer les méthodes mathématiques utilisées. Ensuite, nous détaillerons les informations importantes de l'implémentation du projet puis nous apporterons un regard critique sur les résultats obtenus. Et enfin, nous conclurons.

## 1) Partie Mathématiques

### a) Choix des méthodes de détection des contours

Pour réaliser la détection de contours de l'image que nous avons sélectionnée, nous avons fait le choix de sélectionner deux méthodes de détection de contours :

- La détection de contours par la méthode du gradient avec le filtre de Sobel
- La détection de contours par l'approche 1

Nous trouvons intéressante la différence existante entre ces deux méthodes et souhaitons observer sur un exemple concret la différence visuelle existante entre ces deux méthodes mathématiques.

Hypothèse : À travers la reconnaissance de chiffres manuscrits nous pouvons savoir quelle méthode de détection de contours est la meilleure entre la méthode du Gradient avec le filtre de Sobel et l'approche Laplacien.

### b) Démonstration de la méthode du gradient

Le filtre de Sobel est un opérateur de traitement d'image utilisé pour détecter les contours. On l'applique à une image en niveaux de gris pour calculer une estimation du gradient de l'image. Le filtre de Sobel utilise deux noyaux, un pour la détection des changements horizontaux et l'autre pour la détection des changements verticaux.

Les deux noyaux sont les suivants :

- **Noyau pour la détection des changements horizontaux** : (Sobel horizontal)

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Noyau pour la détection des changements verticaux** : (Sobel vertical)

$$K_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

La **convolution** de ces noyaux avec une image  $I$  donne les composantes horizontales ( $G_x$ ) et verticales ( $G_y$ ) du **gradient de l'image** :

$$G_x = I * K_x$$

$$G_y = I * K_y$$

La **magnitude** du gradient peut être calculée comme suit :

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

La magnitude du gradient d'une image est une mesure qui représente l'intensité du changement d'intensité lumineuse d'un pixel à un autre. En d'autres termes, elle indique à quel point l'intensité lumineuse de l'image varie d'un point à un autre.

Et l'**orientation/direction** du gradient peut être calculée de la manière suivante :

$$\theta = \arctan\left(\frac{G_x}{G_y}\right)$$

Cela donne l'angle qui représente la direction du gradient, c'est-à-dire l'orientation locale des changements d'intensité lumineuse dans une image. Plus précisément, elle indique la direction dans laquelle l'intensité lumineuse augmente le plus rapidement à un certain point de l'image.

Concrètement, si  $\theta$  est proche de zéro, cela signifie que le changement d'intensité lumineuse est principalement horizontal. Si  $\theta$  est proche de  $\pi/2$  ou  $-\pi/2$ , cela signifie que le changement est principalement vertical. Les autres valeurs de  $\theta$  correspondent à des orientations diagonales.

### c) Démonstration de l'approche Laplacien :

La méthode du Laplacien est une méthode qui permet d'obtenir les contours par convolution. Le Laplacien utilise une matrice particulière pour la convolution, mais il existe d'autres opérateurs de dérivation comme ceux de Sobel ou de Roberts, qui permettent d'obtenir les contours avec d'autres matrices.

Les opérateurs Laplacien ne sont pas directionnels. Si par hypothèse de départ, la fonction image est supposée continue, alors les propriétés de la dérivée seconde d'une fonction sont utilisées pour caractériser un contour par le passage à zéro de la dérivée seconde.

On cherche donc à remplacer la recherche de maxima de la dérivée d'ordre 1 par le passage par zéro de la dérivée seconde. Ainsi, le contour se trouve là où le Laplacien change de signe.

**NB :** La dérivée seconde du Laplacien est nulle au niveau des contours.

Laplacien nul lorsque les deux dérivées secondes (en x et y) sont nulles

L'opérateur Laplacien d'une fonction  $f$  est en fait :

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Mais comme la composante tangentielle n'est valide que dans les zones de faibles courbures élevées

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \cong 0$$

→ Pour les contours, on prendra donc  $\Delta I \cong \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$

$$\Delta I \cong I \times \Delta = I \times \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$$

$$\Delta I \cong [I(x+1, y) + I(x-1, y) + I(x, y+1) + I(x, y-1)] - 4I(x, y)$$

Ou

$$\Delta I \cong [I(x+1, y) + I(x-1, y) + I(x, y+1) + I(x, y-1) + I(x, y-1) + I(x+1, y+1) + I(x-1, y-1) + I(x-1, y+1) + I(x+1, y-1)] - 8I(x, y)$$

On obtient les opérateurs suivants :

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ +1 & -4 & +1 \\ 0 & +1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ou } \Delta = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ +1 & -8 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$

Une fois l'opérateur  $\Delta$  approximant localement le Laplacien de l'image est défini

1. Il sera convolué avec l'image  $I$  :  $\Delta I \cong I \times \Delta$
2. Puis, on détecte les points où il y'a passage par 0, autrement dit, les points où il y'a variation du signe de  $\Delta I$  par rapport aux points avoisinants.

### Protocol d'utilisation de Laplacien :

Cet opérateur est extrêmement sensible au bruit, de ce fait son utilisation sans l'adjoindre à un lisseur (tel que pour Sobel) est obsolète. L'utilisation des dérivées secondes mène à des résultats plus bruités que les dérivées premières.

### Exemple :

Soit une image  $I_{bruit}$  le résultat de la somme d'une image non-bruitée  $I_{lisse}$  avec un bruit de fréquence spatiale donnée et d'amplitude  $\epsilon$ , de sorte que :  $I_{bruit} = I_{lisse} + \epsilon \sin(\omega x)$

Dérivée première	Dérivée secondaire
$I'_{bruit} = I'_{lisse} + \epsilon \omega \cos(\omega x)$	$I''_{bruit} = I''_{lisse} + \epsilon \omega^2 \sin(\omega x)$

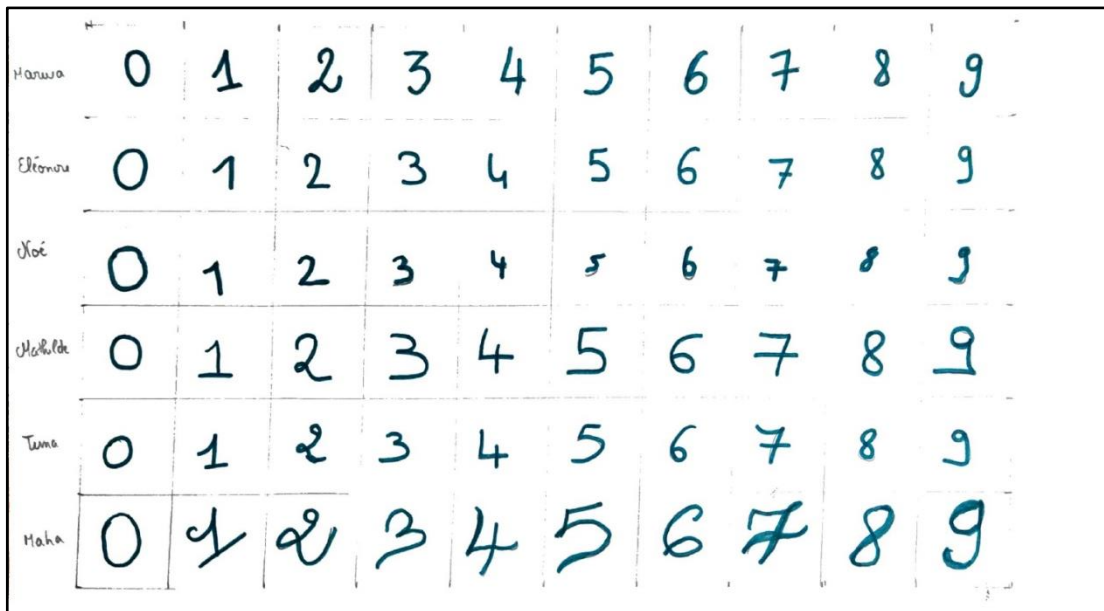
Dans cet exemple, plus l'ordre de la dérivée augmente, plus l'amplitude du bruit augmente. Le lissage est nécessaire avant l'utilisation des dérivées secondes.

## 2) Partie Informatique

### a) Choix des données d'entrée

Notre projet consiste en premier lieu à appliquer les méthodes mathématiques sélectionnées (méthode du Gradient avec le filtre de Sobel et l'approche Laplacien), puis d'appliquer un algorithme (de classification) de reconnaissance de chiffres manuscrits sur l'image de notre choix.

Nous avons eu l'idée de réaliser l'implémentation de ce projet sur nos propres chiffres manuscrits. Voici ci-dessous l'image sur laquelle nous allons réaliser la détection de contours :



#### Chiffres manuscrits des membres du groupe

Sur la gauche, nous pouvons lire les prénoms des chiffres écrits par chaque membre de ce groupe.

Pour entraîner l'algorithme de reconnaissances de chiffres manuscrits, nous allons utiliser la base de données MNIST, qui comportent un ensemble d'apprentissage de 60 000 exemples et un ensemble de tests de 10 000 exemples. Tous les exemples étant des chiffres écrits à la main.

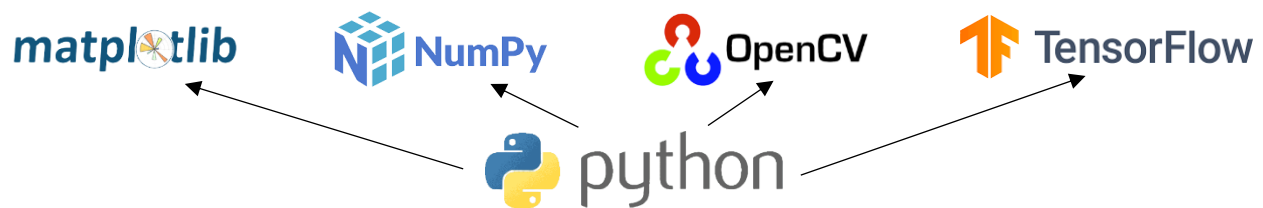
Ainsi, nous avons donc l'image de nos chiffres manuscrits sur laquelle nous allons réaliser la détection des contours. Et la base MNIST qui va nous permettre d'entraîner un algorithme de reconnaissance de chiffres manuscrits. Nous appliquerons le modèle entraîné et testé sur notre ensemble de validation qui est composé de 6 chiffres manuscrits sélectionnés à partir de l'image ci-dessus.

## b) Bibliothèques utilisées

Le langage informatique que nous avons utilisé pour coder la détection des contours de nos chiffres manuscrits est Python. Ce langage offre plusieurs bibliothèques qui nous ont été très utiles pour réaliser ce projet.

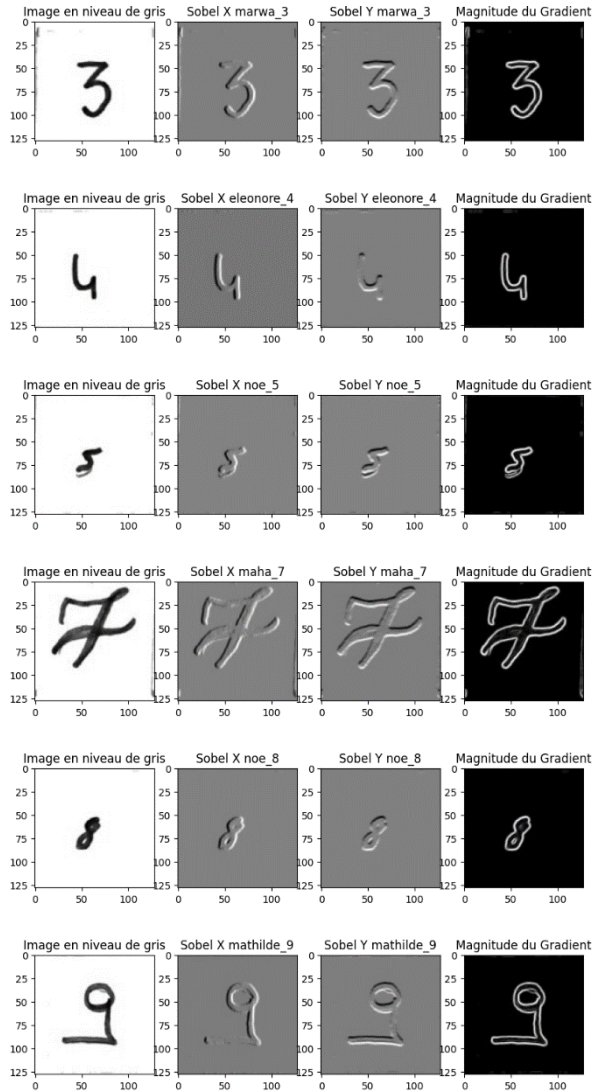
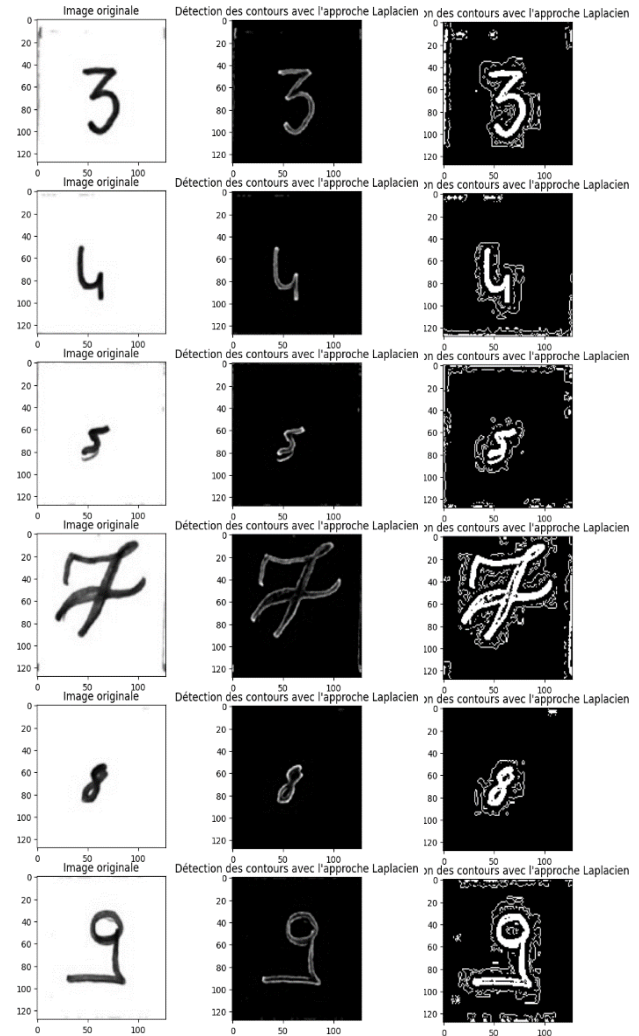
Notre code se divise en deux grandes parties :

1. La détection des contours des chiffres manuscrits, où nous avons utilisé les bibliothèques suivantes :
  - OpenCV, permettant d'appliquer les méthodes de détection de contours (Sobel et Laplacien).
  - Matplotlib, permettant d'afficher les images.
  - NumPy, permettant de nous donner des informations sur les formats des images et d'y appliquer des traitements.
2. La reconnaissance des chiffres manuscrits, où nous avons utilisé les bibliothèques suivantes :
  - TensorFlow, permettant de créer le modèle de reconnaissance des chiffres manuscrits.
  - TensorFlow datasets, permettant d'importer la base MNIST.
  - Random, permettant de générer des nombres aléatoires. Cela nous a permis d'afficher des images de la base de données MNIST de manière aléatoire.





## c) Interprétations des résultats

**Détection de contours avec la  
méthode du Gradient****Détection de contours avec  
l'approche Laplacien**

Nous observons que les détections de contours de la méthode du Gradient avec le filtre Sobel sont plus nettes que les détections de contours avec l'approche Laplacien. En modifiant le seuil, l'intensité de l'image résultante est plus ou moins importante.

De plus en fonction du masque booléen choisi, toutes les positions où la valeur de l'image est inférieure au seuil donné est considéré comme du bruit. Nous nous attendons pour la suite à de meilleurs résultats de reconnaissance de chiffres pour la méthode du Gradient.

## Résultats des reconnaissances de chiffres – Méthode du Gradient

```

Détection de contour pour 3 Marwa :
1/1 [=====] - 0s 46ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.05 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.09 %
Probabilité que ce soit un 2: 17.54 %
Probabilité que ce soit un 3: 12.36 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 50.04 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.04 %
Probabilité que ce soit un 7: 19.88 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 4 Eléonore :
1/1 [=====] - 0s 17ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.05 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 2: 28.8 %
Probabilité que ce soit un 3: 9.02 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 44.83 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.04 %
Probabilité que ce soit un 7: 17.19 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 5 Noé :
1/1 [=====] - 0s 15ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.06 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.08 %
Probabilité que ce soit un 2: 24.92 %
Probabilité que ce soit un 3: 11.56 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 47.75 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.04 %
Probabilité que ce soit un 7: 15.59 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 7 Maha :
1/1 [=====] - 0s 15ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.06 %
Probabilité que ce soit un 2: 16.77 %
Probabilité que ce soit un 3: 10.65 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 57.14 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.02 %
Probabilité que ce soit un 7: 15.28 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 8 Noé :
1/1 [=====] - 0s 15ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.06 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.08 %
Probabilité que ce soit un 2: 20.27 %
Probabilité que ce soit un 3: 8.42 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 54.81 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.03 %
Probabilité que ce soit un 7: 16.32 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 9 Mathilde :
1/1 [=====] - 0s 16ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.06 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.1 %
Probabilité que ce soit un 2: 26.38 %
Probabilité que ce soit un 3: 12.97 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 36.53 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.04 %
Probabilité que ce soit un 7: 23.92 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

```

## Résultats des reconnaissances de chiffres – Approche Laplacien

```

Détection de contour pour 3 Marwa :
1/1 [=====] - 0s 19ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.06 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 2: 18.46 %
Probabilité que ce soit un 3: 9.26 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 54.04 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.03 %
Probabilité que ce soit un 7: 18.07 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 4 Eléonore :
1/1 [=====] - 0s 15ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 2: 23.92 %
Probabilité que ce soit un 3: 8.09 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 50.71 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.03 %
Probabilité que ce soit un 7: 17.11 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 5 Noé :
1/1 [=====] - 0s 17ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.08 %
Probabilité que ce soit un 2: 22.96 %
Probabilité que ce soit un 3: 10.17 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 50.74 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.03 %
Probabilité que ce soit un 7: 15.95 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 7 Maha :
1/1 [=====] - 0s 16ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.09 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 2: 19.95 %
Probabilité que ce soit un 3: 10.55 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 52.71 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.02 %
Probabilité que ce soit un 7: 16.6 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 8 Noé :
1/1 [=====] - 0s 18ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.06 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.09 %
Probabilité que ce soit un 2: 19.58 %
Probabilité que ce soit un 3: 9.49 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 54.52 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.03 %
Probabilité que ce soit un 7: 16.23 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

Détection de contour pour 9 Mathilde :
1/1 [=====] - 0s 15ms/step
Probabilité que ce soit un 0: 0.07 %
Probabilité que ce soit un 1: 0.09 %
Probabilité que ce soit un 2: 18.33 %
Probabilité que ce soit un 3: 9.33 %
Probabilité que ce soit un 4: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 5: 49.53 %
Probabilité que ce soit un 6: 0.03 %
Probabilité que ce soit un 7: 22.62 %
Probabilité que ce soit un 8: 0.0 %
Probabilité que ce soit un 9: 0.0 %

```

Nous observons que les résultats sont cohérents mais pas toujours exacts. Par exemple, pour le 5 de Noé nous avons une probabilité de 47,75% pour la reconnaissance des détectons de contours avec la méthode du Gradient et une probabilité de 50,74% avec la reconnaissance des détectons de contours avec l'approche Laplacien.

### 3) Commentaires sur les résultats

Dans la phase de détection des contours, nous avons exploré deux approches principales : l'opérateur Laplacien et l'opérateur de Gradient avec le filtre de Sobel. Nous avons observé que la méthode du Gradient a produit des contours plus nets que l'approche Laplacien. Cette netteté accrue peut être attribuée à la sensibilité moindre au bruit inhérente à la méthode du Gradient, ce qui est particulièrement bénéfique pour des chiffres manuscrits présentant des contours subtils.

L'opérateur Laplacien, bien qu'efficace pour détecter les variations brusques d'intensité, peut-être plus sensible au bruit, entraînant parfois la détection de faux contours. En revanche, l'opérateur de Gradient, en utilisant le filtre de Sobel, est souvent moins influencé par le bruit, ce qui le rend plus robuste pour la détection de contours subtils.

Nous anticipions que cette sensibilité réduite au bruit dans la méthode du Gradient se traduirait par une amélioration des performances du modèle de reconnaissance des chiffres manuscrits. Cependant, les résultats des reconnaissances des chiffres pour les deux méthodes étaient étonnamment similaires. Nous attribuons cette observation à la compression préalable des images et à notre sélection de chiffres atypiques au sein de notre base de données.

En conclusion, bien que la méthode du Gradient ait démontré une meilleure capacité à accentuer les contours dans le contexte de nos chiffres manuscrits, la sensibilité au bruit doit également être prise en compte. D'autres facteurs tels que la compression des images et la nature particulière de notre base de données ont également influencé les performances finales du modèle de reconnaissance des chiffres.

## Conclusion

Ce projet a été l'occasion de mettre en pratique la théorie étudiée en cours mais également de mettre en lien le module de Traitement du signal avec le module de Data Mining. Cela a aussi été l'occasion de développer nos compétences en Python et en gestion de projets. Nous avons pu nous améliorer dans la communication au sein de l'équipe mais également faire preuve d'adaptabilité et de pédagogie.

## Répartition des tâches

Voici ci-dessous la répartition des tâches pour la réalisation de ce projet :

Tâches	Affectation
Rédiger le rapport	Tout le monde
Slides	Eléonore, Mathilde et Marwa
Comprendre la détection de contour par le gradient	Tout le monde
Se renseigner sur la méthode de détection de contour par le gradient	Tout le monde
Avoir d'autres supports de cours et articles	Tout le monde
Trouver une base de données	Tout le monde
Détection de contours avec le gradient	Noé, Eléonore et Marwa
Détection de contours avec le Laplacien	Fatima-Zahra, Maha et Mathilde
Reconnaissance de chiffres manuscrits <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construction du modèle</li> <li>• Ensemble d'apprentissage et de test : MNIST</li> <li>• Ensemble de validation : Nos chiffres</li> </ul>	Noé, Mathilde et Marwa
Application du modèle sur l'ensemble de validation	Noé, Mathilde et Marwa
Démonstrations mathématiques (Laplacien et gradient) : description des méthodes de manière mathématiques et physiques avec des exemples	Fatima-Zahra, Maha et Eléonore
Démonstrations gradient	Eléonore
Démonstrations Laplacien	Fatima-Zahra et Maha
Interprétation des résultats	Noé, Mathilde et Marwa
Commentaires sur les résultats	Fatima-Zahra, Eléonore, Mathilde et Marwa