

Mapas Autoorganizativos de Kohonen (SOM)

Rodrigo Salas
Departamento de Computación.
Universidad de Valparaíso.

Los modelos de Mapas Autoorganizativos (SOM) fueron introducidas por T. Kohonen [Kohonen01] y son un tipo especial de redes neuronales artificiales de aprendizaje no supervisado que ha sido exitosamente aplicado como una herramienta de Data Mining. Las ventajas de los mapas autoorganizativos radica en que son capaces de preservar la topología del espacio de los datos, proyectan datos altamente dimensionales a un esquema de representación de baja dimensión y tienen la habilidad de encontrar similitudes en los datos.

Las SOM han demostrado ser una herramienta muy poderosa en Minería de Datos (Data Mining) y en metodología de Descubrimiento de Conocimiento en Base de Datos (Knowledge Discovery Database (KDD)) con una gran variedad de aplicaciones de ingeniería tales como reconocimiento de patrones, análisis de imágenes, monitoreo de procesos y detección de fallas por nombrar algunas.

El éxito de las redes SOM se debe a su propiedad especial de crear de forma efectiva representaciones internas espacialmente organizadas de varas características de las señales de entrada y sus abstracciones [Kohonen90]. Las SOM quantizan el espacio de los datos formado por los datos de entrenamiento y simultáneamente desarrollan una proyección de los datos a una grilla regular de baja dimensión la que preserva la topología del espacio de entrada. La grilla puede ser utilizada de manera eficiente en visualizaciones. Las SOM implementan un mapa ordenado de dimensionalidad reducida de los datos que respeta la función de densidad de probabilidad que subyace en el comportamiento de los datos.

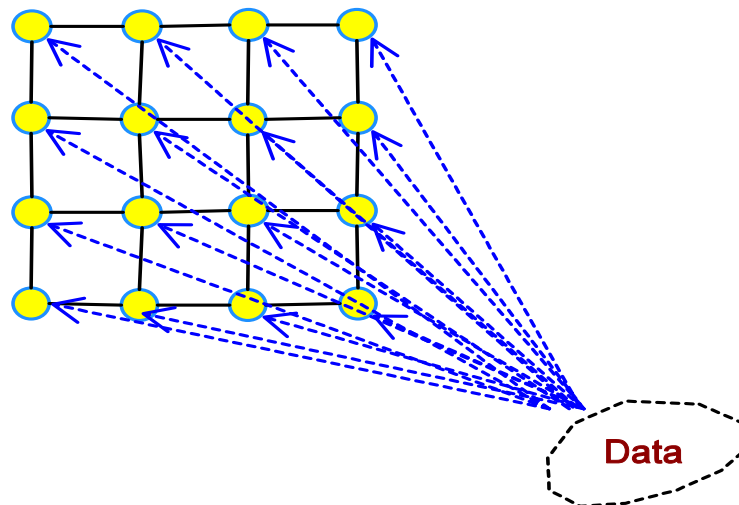


Figura 1: Representación esquemática de la arquitectura SOM y su interacción con el espacio de entrada.

Las SOM pueden ser descritas formalmente como un mapeamiento no-lineal, ordenado, suave de los datos de entrada altamente dimensionales hacia los elementos de un arreglo regular de baja dimensión.

El algoritmo de las SOM consiste en un procedimiento iterativo capaz de representar la estructura topológica del espacio de entrada (discreto o continuo) por medio de un conjunto discreto de prototipos de *vectores de peso* las que son asociadas a neuronas de la red. Las SOM mapean los patrones de entradas vecinos a neuronas vecinas.

El mapa es generado estableciendo una correspondencia entre las señales de entrada $\underline{x} \in \mathcal{X} \subseteq \mathfrak{R}^n$, $\underline{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$, y las neuronas se localizan en una cuadrícula discreta. La correspondencia es obtenida a través de un algoritmo de aprendizaje competitivo consistente en una secuencia de pasos de entrenamiento que modifica iterativamente el vector de pesos $\underline{m}_k \in \mathfrak{R}^n$, $\underline{m}_k = (m_1^k, \dots, m_n^k)$ de neuronas, donde k es la ubicación de los prototipos de la cuadrícula.

Cuando una nueva señal \underline{x} llega, todas las neuronas compiten para representarla. La unidad que mejor se ajusta (best matching unit) es la neurona que gana la competencia y en conjunto con sus vecinos de la grilla aprenden la señal. Neuronas vecinas gradualmente se especializarán para representar señales de entradas similares y las representaciones se organizarán y ordenarán en la grilla del mapa.

La unidad que mejor se ajusta es aquel vector de referencia \underline{c} que es cercana a la entrada y se obtiene por medio de alguna métrica $\|\underline{x} - \underline{m}_c\| = \min_i \|\underline{x} - \underline{m}_i\|$. En general la distancia euclidiana es utilizada:

$$\|\underline{x} - \underline{m}_i\| = \sqrt{(\underline{x} - \underline{m}_i)^T (\underline{x} - \underline{m}_i)} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - m_i^j)^2}$$

La unidad ganadora y sus vecinas se adaptan para representar la entrada a través de la modificación de sus vectores de referencia hacia la entrada actual. La cantidad que una unidad aprende estará gobernada por un kernel de vecindad $h_c(j, t)$, el cual es una función decreciente de la distancia entre la unidad j y la unidad de mejor ajuste c en el mapa en el momento t. Usualmente el kernel viene dado por la función Gaussiana:

$$h_c(j, t) = \alpha(t) \exp\left(-\frac{\|\underline{r}_j - \underline{r}_c\|^2}{2\sigma(t)^2}\right)$$

donde \underline{r}_j y \underline{r}_c son las coordenadas de las neuronas j y c en la grilla, $\alpha(t)$ es la razón de aprendizaje y $\sigma(t)$ es el rango de la vecindad. En la práctica el kernel de la vecindad es escogido ancho al comienzo del proceso de aprendizaje para garantizar el ordenamiento global del mapa, y tanto la altura como el ancho decrecen lentamente durante el aprendizaje.

La función de la razón de aprendizaje $\alpha(t)$ es una función que decrece monótonamente con respecto al tiempo, por ejemplo esta función puede ser lineal $\alpha(t) = \alpha_0 + (\alpha_f - \alpha_0) \frac{t}{t_\alpha}$ o

exponencial $\alpha(t) = \alpha_0 (\alpha_f / \alpha_0)^{\frac{t}{t_\alpha}}$, α_f es la razón de aprendizaje final, y t_α es el número de iteraciones máxima para alcanzar α_f . [SC00]

Durante el proceso de aprendizaje en el tiempo t los vectores de referencia son cambiados iterativamente según la siguiente regla de adaptación:

$$\underline{m}_j(t+1) = \underline{m}_j(t) + h_c(j, t)[\underline{x}(t) - \underline{m}_j(t)] \quad j = 1..M$$

donde M es el número de prototipos que deben ajustarse. Si se considera la siguiente vecindad:

$$h_c^*(j, t) = \frac{h_c(j, t)}{\alpha(t)} = \exp\left(-\frac{\|x_j - x_c\|^2}{2\sigma(t)^2}\right)$$

con un conjunto de datos discretos y un kernel de vecindad fijo, el error de quantización o la medida de distorsión que es estocásticamente minimizada por la SOM [RS88], es

$$E = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M h_c^*(j, t) \|x_i - \underline{m}_j\|^2$$

donde N es el número de muestras de entrenamiento, y M es el número de unidades en el mapa. Algunas de las propiedades de las SOM pueden encontrarse en [EOS92]. En la figura 2 se puede apreciar como las SOM pueden aproximar un conjunto de datos.

Además de las SOM clásicas, existen algunas variantes a este algoritmo, por ejemplo, el algoritmo de K-medias, Learning Vector Quantization and Gas Neuronal. [Kohonen01].

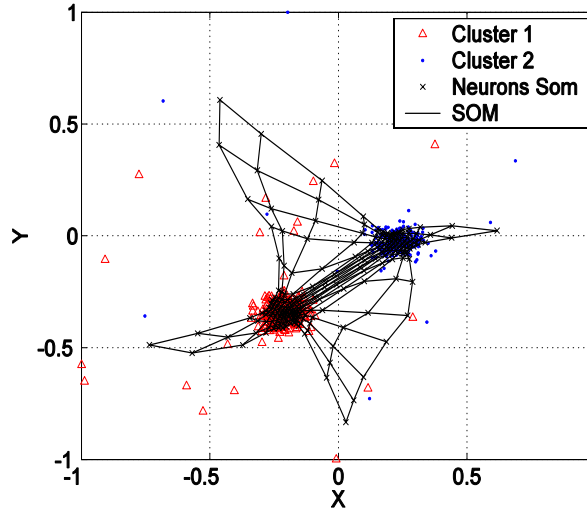


Figura 2: Visualización de la SOM aproximando un conjunto de datos.

Referencias

- [AMS02] H. Allende, C. Moraga, and R. Salas, Robust estimator for the learning process in neural networks applied in time series, ICANN. LNCS 2415 (2002), 1080–1086.
- [EOS92] E. Erwin, K. Obermayer, and K. Schulten, Self-organizing maps: ordering, convergence properties and energy functions, Biological Cybernetics 67 (1992), 47–55.
- [Kohonen 90] T. Kohonen, The self-organizing map, Proceedings of the IEEE, vol. 78, 1990, pp. 1464–1480.
- [Kohonen 01] T. Kohonen, Self-Organizing Maps, vol. 30, Springer Verlag, 2001.
- [RS88] H. Ritter and K. Schulten, Kohonen's self organizing maps: Exploring their computational capabilities, IEEE ICNN 88 I (1988), 109–116.
- [SC00] M. Su and H. Chang, Fast self-organizing feature map algorithm, IEEE Trans. on Neural Networks 11 (2000), no. 3, 721–733.