МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования   
**«Национальный исследовательский   
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**(ННГУ)**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

**Кафедра информатики и автоматизации научных исследований**

Направление подготовки: «Прикладная информатика»

Профиль подготовки: «Проектирование и автоматизация производства изделий микроэлектроники»

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе

«Программная реализация метода Нелдера-Мида»

**Выполнили:** студенты группы 3822Б1ПИмэ1

Саутенков Д.В

Вагин Н.В.

Власов С.А.

Нижний Новгород

2025

**1. Введение**

В данной работе представлена модульная реализация метода Нелдера-Мида, включающая:

* *Вычислительное ядро:* реализовано как DLL на C++ (стандарт C++17) с экспортируемыми функциями:
  + Методы для парсинга выражений в строчном виде и подсчета значения выражения.
  + Методы для работы с алгоритмом Нелдера-Мида для нахождения минимума входного выражения.
* *Графический интерфейс*: разработан на Qt (C++), обеспечивающий:
* Интерактивную настройку параметров алгоритма (α, β, γ, σ, точность)
* Ввод начальной точки симплекса
* Визуализацию процесса оптимизации (график сходимости)
* Логирование выполнения алгоритма
* *Тестовый фреймворк*: написан на C++ (GoogleTest) для верификации корректности работы DLL. Обеспечивающий тестовое покрытие основного функционала:
  + Тестирование работы парсера
  + Тесты на выброс исключений
  + Тесты на корректность работы алгоритма Нелдера-Мида

**2. Эксперименты и исследования**

В качестве тестовой функции выбрана функция Розенброка (также известная как **"банановая функция"**) — это классическая тестовая функция для проверки эффективности алгоритмов оптимизации.

Цель работы — исследовать, как изменение параметров влияет на скорость сходимости и точность найденного решения.

**2.1. Функция Розенброка (2D)**

f(x,y)=(1−x)2+100(y−x2)2

Глобальный минимум: (1,1), f(1,1)=0  
Функция имеет "овраг", что делает её сложной для оптимизации.

**2.2. Параметры метода Нелдера-Мида**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Параметр** | **Описание** | **Стандартное значение** |
| **α** | Коэффициент отражения | 1 |
| **β** | Коэффициент сжатия | 0.5 |
| **γ** | Коэффициент растяжения | 2 |
| **σ** | Коэффициент редукции | 1 |
| **Точность** | Критерий остановки | 10-6 |
| **Начальная точка** | Первая вершина симплекса | Задается пользователем |

**2.3. План исследования**

Будем изменять по одному параметру, фиксируя остальные, и анализировать:

* Количество итераций до сходимости.
* Точность найденного решения (расстояние до истинного минимума (1,1)).
* График зависимости f(x,y) от номера итерации.

**2.4. Результаты**

**Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описаниеЭксперимент 0**: *Стандартные значения параметров*.

***Начальная точка (-1.2, 1)*** – классическая точка для исследования функции Розенброка из литературы

**Эксперимент 1**: *Изменение α*

**Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание**Увеличение(α = 1.5)

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение

Автоматически созданное описание**

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описаниеУменьшение (α = 0.9)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описаниеУменьшение (α = 0.7)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, программное обеспечение, Мультимедийное программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описаниеКритическое уменьшение (α = 0.6)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

**Данные**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **α** | **Итерации** | **Поведение** |
| 1 | 81 | Стандартная сходимость |
| 1.5 | 108 | Увеличение итераций |
| 0.9 | 99 | Увеличение итераций |
| 0.7 | 143 | Сильное увеличение итераций |
| 0.6 | 82 | Ложный минимум |

**Вывод:**

Оптимальный диапазон для α: 0.8–1.2

* При α=1.0 достигается баланс: 81 итерация, стабильная сходимость к истинному минимуму (1,1).
* При α>1 (напр. 1.5) итерации растут из-за "перелётов" через овраг.
* При α<0.8 (напр. 0.7) метод либо медленно ползёт, (напр. <0.6) либо сходится в ложный минимум

**Эксперимент 2:** *Изменение β*

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описаниеУвеличение (β = 0.7)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описаниеУменьшение (β = 0.3)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

**Данные**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **β** | **Итерации** | **Поведение** |
| 0.5 | 81 | Стандартная сходимость |
| 0.7 | 108 | Увеличение итераций |
| 0.3 | 99 | Увеличение итераций |

**Вывод:**

Оптимальный диапазон для β: 0.45–0.55

* При β=0.5 достигается баланс: 81 итерация, стабильная сходимость к минимуму (1,1).
* При β>0.5 (напр. 0.7) итерации растут— из-за избыточного сжатия симплекс становится слишком мелким и медленно продвигается.
* При β<0.5 (напр. 0.3) итерации тоже растут— симплекс плохо адаптируется, алгоритм "блуждает" вдоль оврага.

**Эксперимент 3:** *Изменение γ*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описаниеУвеличение (γ = 5)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описаниеУменьшение (γ = 1)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

**Данные**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **γ** | **Итерации** | **Поведение** |
| 2 | 81 | Стандартная сходимость |
| 05 | 93 | Увеличение итераций |
| 1 | 1734 | Увеличение итераций |

**Вывод:**

Оптимальный диапазон для γ (растяжение): 1.5–3.0

* При γ=2.0 достигается баланс: 81 итерация, стабильная сходимость к минимуму (1,1).
* При γ>2.0 (напр. 5.0) итерации растут (+15%)— из-за чрезмерного растяжения симплекс деформируется, вызывая колебания.
* При γ<1.5 (напр. 1.0) итерации резко увеличиваются (+2000%) — метод теряет способность выходить из оврагов, двигаясь крайне медленно

**Эксперимент 4:** *Изменение σ*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описаниеУвеличение (σ = 2)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описаниеУменьшение (σ = 0.5)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, программное обеспечение, Мультимедийное программное обеспечение

Автоматически созданное описание

**Вывод:**

Изменение σ в диапазоне не влияет на сходимость. В 2D случае симплекс редко вырождается, а овражная структура эффективно обрабатывается через α и γ, делая редукцию излишней. Рекомендуется фиксировать σ=0.5 и не тратить время на его настройку для этой конкретной задачи.

В 2D оптимизации Розенброка редукция (σ) почти не активируется, так как симплекс сохраняет форму благодаря удачной комбинации отражений (α) и растяжений (γ)

**Эксперимент 5:** *Начальные точки*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание Точка (0, 0)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описаниеТочка (-2, 3)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

**Данные:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Нач.точка** | **Итерации** | **Поведение** | **Причина** |
| (-1.2, 1) | 81 | Резкий начальный спад (первые 10-20 итераций)  Последующее "топтание" с медленным уменьшением f(x) | Оптимальный старт сбалансированно сочетает градиентные и овражные компоненты |
| (0, 0) | 53 | Плавный ступенчатый спуск | Движение строго вдоль дна оврага (y≈x²), где ∇f направлен вдоль оси x |
| (-2, 3) | 97 | Быстрый начальный спад  Последующие осцилляции вокруг оврага | Крупные градиенты вызывают перелёты через овраг |

**Вывод:**

Поведение метода критически зависит от того, как начальная точка взаимодействует с овражной геометрией функции. Оптимальная точка (-1.2,1) не всегда даёт самую быструю сходимость, но лучше всего отражает типичные рабочие сценарии.

**3. Проверка других функций**

**3.1 Функция Химмельблау**

-Точка (0, 0)

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание-Параметры классические

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

**Вывод:**

Функция достигла оптимума (3, 2) с некоторой погрешностью.

**3.2 Функция Била**

**-**Точка (0, 0)

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, программное обеспечение

Автоматически созданное описание-Параметры классические

**Вывод:**

Функция достигла оптимума (3, 0.5) с некоторой погрешностью.

**4. Общий вывод:**

**4.1. Ключевые закономерности**

4.1.1. Параметры имеют четкие оптимальные диапазоны:

α ∈ [0.9, 1.1] (отражение)

β ∈ [0.4, 0.6] (сжатие)

γ ∈ [1.8, 2.2] (растяжение)

σ ∈ [0.4, 0.7] (редукция)

4.1.2. Нарушение диапазонов приводит:

* При завышении параметров → колебания и перелёты
* При занижении → застревание в оврагах или ложных минимумах

**4.2. Взаимосвязь параметров и геометрии функции**

4.2.1. Овражная структура Розенброка требует:

* Умеренного отражения (α≈1) для движения вдоль оврага
* Агрессивного растяжения (γ≈2) для преодоления плоских участков
* Аккуратного сжатия (β≈0.5) для сохранения направления

4.2.2. Редукция (σ) играет второстепенную роль в 2D случае, но критична в задачах высокой размерности

**4.3. Влияние начальной точки (для функции Розенброка)**

4.3.1. Лучшая точка для анализа: (-1.2, 1.0)

* Демонстрирует все фазы работы метода
* Показывает баланс между параметрами

4.3.2. Критические случаи:

(0,0) → выявляет проблемы плохой обусловленности

(-2,3) → тестирует обработку крутых градиентов

**4.4. Нахождение оптимума прочих функций**

4.4.1. Метод позволяет за относительно быстрое количество итераций достигнуть оптимума гладких, низкоразмерных задач.

**4.4. Общий итог**

* Оптимальная работа метода достигается при:
* Сбалансированном сочетании параметров (не крайние значения)
* Учете геометрии конкретной функции
* Правильном выборе начальной точки для анализа