

UERJ

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA ARMANDO DIAS TAVARES



Alunos:

Matheus Ramos de Souza

Raphael Marcelo Costa de Lima

Interferometria de Precisão

Rio de Janeiro - 2024

Sumário

1. Introdução
2. Objetivos
3. Materiais e Métodos
4. Análise de Dados
5. Erros e Compatibilidade

Introdução

Neste experimento, utilizaremos um interferômetro de Michelson modificado para investigar a relação entre o índice de refração do ar e sua pressão, demonstrando como a variação de pressão em uma célula de vácuo influencia o padrão de interferência.

A técnica consiste em dividir um feixe de luz em dois caminhos diferentes, refletindo-o de volta e recombinando-o para formar padrões de interferência. Qualquer mudança nos comprimentos de trajeto ou nas propriedades do meio por onde a luz se propaga resulta em deslocamentos nas franjas de interferência, permitindo o estudo detalhado dessas variações.

Pela quinta equação apresentada no relatório:

$$\frac{n_f - n_i}{P_f - P_i} = \frac{N \cdot \lambda_0}{2 \cdot d \cdot (P_f - P_i)}$$

temos a relação entre a variação do índice de refração e a variação da pressão, onde n_f e n_i são os índices de refração final e inicial, respectivamente, P_f e P_i são as pressões final e inicial, respectivamente, N é o número de franjas observadas, λ_0 é o comprimento de onda da luz utilizada e d é a distância entre os espelhos do interferômetro.

$$n_f - n_i = \frac{N \cdot \lambda_0}{2 \cdot d} \quad (1)$$

sabemos que existe a seguinte relação entre o índice de refração e a pressão:

$$n = n_0 + \alpha \cdot P$$

e podemos encontrar a variação do índice de refração em função da pressão:

$$n_f - n_i = \alpha \cdot (P_f - P_i) \quad (2)$$

assim, podemos substituir a equação (2) na (1):

$$\alpha \cdot (P_f - P_i) = \frac{N \cdot \lambda_0}{2 \cdot d} \quad (3)$$

achando o valor de α , podemos substituir novamente na equação (2) e encontrar o valor de n_f .

[Voltar ao sumário](#)

Objetivos

a partir dos dados coletados:

+--+	+-----+	+-----+	+-----+
	P _i (mmhg)	P _f (mmhg)	N
+--+	+-----+	+-----+	+-----+
0	80	440	10
1	120	400	8
2	90	300	6
3	150	290	4
4	140	220	2
+--+	+-----+	+-----+	+-----+

onde:

A pressão inicial P_i e P_f estão em mmhg e N é a quantidade de faixas de interferência que passaram em relação a essas pressões

e a partir da [equação 3](#) podemos construir uma relação linear de mínimos quadrados entre a diferença de pressão P_f e P_i e $\frac{N \cdot \lambda_0}{2 \cdot d}$

onde nosso $x = P_i - P_f$ e $y = \frac{N \cdot \lambda_0}{2 \cdot d}$

e podemos depois substituir esse valor em:

$$n_f - n_i = \alpha \cdot (P_f - P_i)$$

podemos considerar n_i como 1 (índice de refração no vácuo) e n_f será o índice de refração do ar, dado que colocamos ar para aumentar a pressão na nossa válvula e modificar as faixas N.

[Voltar ao sumário](#)

Materiais e Métodos

Os materiais utilizados foram:

- Base para o interferômetro
- fonte de laser
- espelhos da base, móvel e fixo
- lente de $f = 18\text{mm}$
- divisor de feixe
- papel com suporte para visualização das franjas
- bomba manual de vácuo

Fizemos o processo de montagem disponível do relatório, e com a bomba de vácuo, aumentamos a pressão na célula de vácuo, e observamos as franjas de interferência, anotando a quantidade de franjas que passaram em relação a pressão inicial e final.

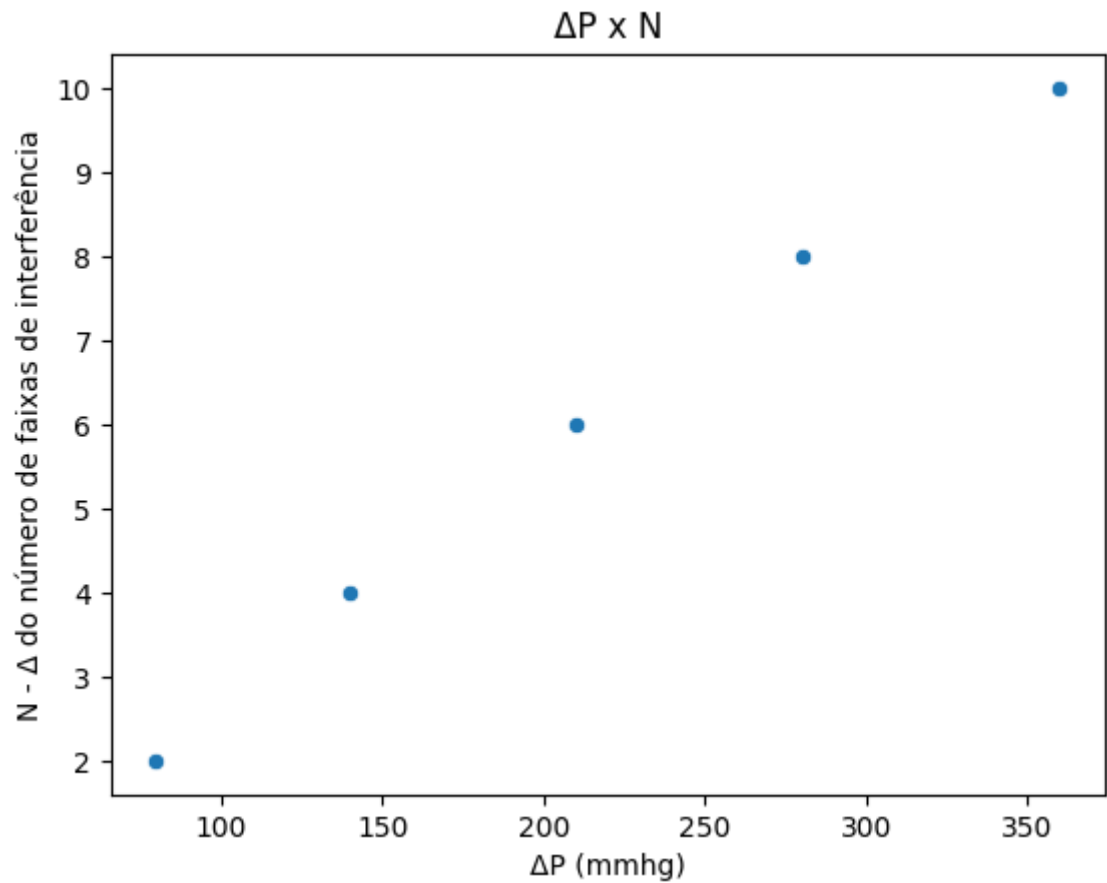
Fizemos esse processo para 5 pressões diferentes, e anotamos os valores de P_i , P_f e N.

[Voltar ao sumário](#)

Análise de Dados

dada a [tabela apresentada nos objetivos](#)

podemos construir o primeiro gráfico:



Visualização dos dados coletados Fonte: Autores

agora, podemos calcular o valor de y proposto nos objetivos, que é a equação:

$$\frac{N \cdot \lambda_0}{2 \cdot d}$$

com os valores de $N = 10, 8, 6, 4, 2$, $\lambda_0 = 632.8nm$ e $d = 3 \times 10^{-2}m$

teremos a seguinte tabela:

	Pi (mmhg)	Pf (mmhg)	N	ΔP (mmhg)	y*10^5
0	80.0	440.0	10.0	360.0	10.55
1	120.0	400.0	8.0	280.0	8.44
2	90.0	300.0	6.0	210.0	6.33
3	150.0	290.0	4.0	140.0	4.22
4	140.0	220.0	2.0	80.0	2.11

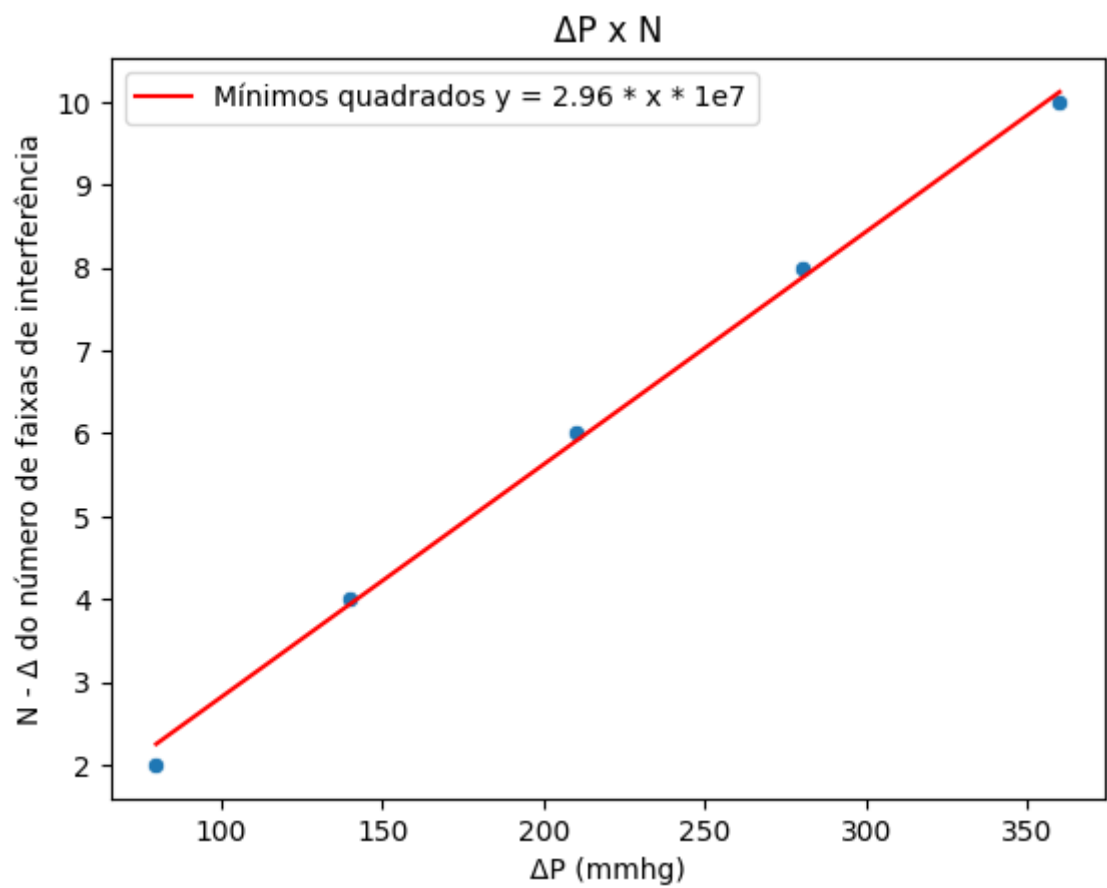
e agora podemos fazer, pelo método de mínimos quadrados, achar a equação da reta que melhor se ajusta a esses pontos (y, e ΔP), e a partir dela, achar o valor de α e, consequentemente, o valor de n_f .

fazendo o método de mínimos quadrados, encontramos o valor de α como 2.96×10^{-7} , e substituindo na equação $n_f - n_i = \alpha \cdot (P_f - P_i)$, encontramos o valor de n_f como 1.000225

E os valores encontrados para n_f :

+---+-----+		
	n_final	
+---+-----+		
0	1.000107	
1	1.000083	
2	1.000062	
3	1.000042	
4	1.000024	
+---+-----+		

e a imagem do gráfico final com a reta ajustada:



Visualização dos dados coletados Fonte: Autores

[Voltar ao sumário](#)

Erros e compatibilidade

Temos o valor de referência do site: <https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Ciddor.asp>
na imagem abaixo:

Input	Amount
Vacuum Wavelength:	633 Nanometers [nm]
Air Temperature:	25 Degrees Celsius
Atmospheric Pressure:	101.325 Kilopascals [kPa]
Air Humidity:	50 Relative Humidity, Percent
Carbon Dioxide Content:	450 Micromole per Mole [parts per million, ppm]

Output	Result
Wavelength in Ambient Air:	632.831249 Nanometers [nm]
Refractive Index of Air ¹ :	1.00026666
Uncertainty of Calculated Index ² :	0.000000025

Valor de referência

o erro da medida da pressão é de 5 mmhg, tanto para a pressão inicial quanto para a pressão final.

Então, podemos propagar o erro da seguinte forma:

$$a = y/x$$

e podemos propagar pela divisão:

$$\sigma_a = a \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$$

o erro de y é zero, então:

$$\sigma_a = a \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

E assim vamos encontrar o "a_err" na tabela abaixo:

	Pi	Pf	N	delta_P	n_final	a_err * 1e9
0	80.0	440.0	10.0	360.0	1.000107	4.12
1	120.0	400.0	8.0	280.0	1.000083	5.3

	2		90.0		300.0		6.0		210.0		1.000062		7.06	
	3		150.0		290.0		4.0		140.0		1.000042		10.59	
	4		140.0		220.0		2.0		80.0		1.000024		18.54	
+	---	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+

que sua média é:

a_err_media = 9.12e-09

agora, precisamos encontrar o erro de n_f

$$n_f = \alpha * (P_f - P_i) + n_i$$

então precisamos propagar mais uma vez da mesma forma apresentado anteriormente, fazendo propagação de erros.

encontramos que o erro é:

+	---	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+
			N		delta_P		n_final		a_err * 1e9		n_final_erro * 1e3			
+	---	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+
	0		10.0		360.0		1.000107		4.12		19.64			
	1		8.0		280.0		1.000083		5.3		25.26			
	2		6.0		210.0		1.000062		7.06		33.67			
	3		4.0		140.0		1.000042		10.59		50.51			
	4		2.0		80.0		1.000024		18.54		88.39			
+	---	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+

o valor de referência é 1.000266, então, assim, podemos fazer a compatibilidade:

média(n_final) e média(n_final_erro) são os vetores da tabela acima.

$$|média(n_final) - valor_referencia| / média(n_final_erro)$$

substituindo valores, temos:

$$|1.00006346 - 1.000266| / 0.04349 < 2$$

$$0.0046 < 2$$

logo, o valor é compatível

ainda podemos fazer o erro relativo:

$$|1.00006346 - 1.000266| / 1.000266 * 100 = 0.02\%$$

então chegamos em um valor bem próximo do esperado.

[Voltar ao sumário](#)

Conclusão

O experimento permitiu concluir com sucesso a relação entre pressão e o índice de refração do ar.

Só conseguimos determinar a compatibilidade dada a propagação de erros, podemos, por exemplo, observar como o erro foi diminuindo conforme utilizamos maior quantidade de franjas:

	N	delta_P	n_final_erro
0	10.0	360.0	0.0196
1	8.0	280.0	0.0253
2	6.0	210.0	0.0337
3	4.0	140.0	0.0505
4	2.0	80.0	0.0884

e não só isso, podemos ver que o n_f foi se aproximando do valor esperado conforme aumentamos a quantidade de franjas:

	N	delta_P	n_final
0	10.0	360.0	1.000107
1	8.0	280.0	1.000083
2	6.0	210.0	1.000062
3	4.0	140.0	1.000042
4	2.0	80.0	1.000024

Então, se o experimento fosse refeito com mais franjas, poderíamos ter erros menores e um valor de n_f mais próximo do esperado, pode não refletir na compatibilidade, pois teríamos um erro menor, então precisaríamos de mais precisão, porém é uma observação que podemos fazer a partir dos erros.

[Voltar ao sumário](#)