

# UERJ

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE FÍSICA ARMANDO DIAS TAVARES



Alunos:

Matheus Ramos de Souza

Raphael Marcelo Costa de Lima

## Ressonância do Spin do Elétron

Rio de Janeiro - 2024

# Sumário

## 1. Introdução

- 1.1 O momento magnético e momento angular do spin
- 1.2 Efeito do campo magnético no momento angular

## 2. Objetivos

- 2.1 Fator de Landé
- 2.2 Dados Necessários

## 3 Procedimento Experimental

- 3.1 Materiais utilizados
  - 3.1.1 Figura 1 - Formato do experimento
  - 3.1.2 Tabela de dados

## 4. Análise de dados

- 4.1 Visualização dos dados coletados
- 4.2 Encontrando o Fator de Landé do experimento
  - 4.2 Incerteza do coeficiente angular com monte carlo

## Conclusao

# Introdução

## O momento magnético e momento angular do spin

$$\vec{\mu}_s = -g_s \mu_B \frac{\vec{s}}{\hbar} \quad (1)$$

- $g_s$  é o fator de Landé
- $\mu_B$  é o magneton de bohr (uma constante  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ )
- $\vec{s}$  é o momento angular do spin

temos também que, pela quantização do momento angular do spin:

$$\vec{S}_z = m_s \hbar$$

$$m_s = \frac{\vec{S}_z}{\hbar} \quad (2)$$

onde o número quântico magnético  $m_s$  só pode assumir os valores  $\pm \frac{1}{2}$

substituindo (2) em (1):

$$\vec{\mu}_s = g_s \mu_B m_s$$

sabendo que quando um campo magnético externo é aplicado, a energia associada com o momento é:

$$E = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}$$

devido a quantização do spin, sabemos que só podemos ter 2 estados de energia:

1. o menor estado de energia  $m_s = +\frac{1}{2}$

$$E_{min} = -\frac{g_s \mu_b B}{2}$$

2. o maior estado de energia  $m_s = -\frac{1}{2}$

$$E_{max} = \frac{g_s \mu_b B}{2}$$

logo, quando o eletron for do menor estado de energia para o maior estado de energia

$$\Delta E = g_s \mu_b B$$

quando ocorre a transição entre 2 níveis de energia, sabemos que o sistema deve obrigatoriamente absorver ou emitir um fóton, então:

$$h\nu = g_s \mu_b B$$

onde podemos isolar o  $\nu$  para chegar na fórmula presente no roteiro do experimento:

$$v = \frac{g_s \mu_b B}{h}$$

## Efeito do campo magnético no momento angular

O campo magnético não afeta na magnetude do spin do momento angular (já que ele não faz parte da fórmula...), mas ele influencia a orientação de  $\vec{s}$  em relação a direção do campo - o que queremos afimar com isso:

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

abrindo o produto escalar:

$$E = -|\mu| \cdot |B| \cos \theta$$

na ausencia de B, é impossível determinar a direção  $\theta$ , agora com B...

1.  $m_s = -\frac{1}{2}$  o ângulo  $\theta$  será 0
2. por consequência  $m_s = +\frac{1}{2}$  o ângulo  $\theta$  será 180

então sabemos que só poderemos ter esses 2 estados do elétron quando está sob efeito de um campo magnético.

[Voltar ao sumário](#)

# Objetivos

## Fator de Landé

Dada a introdução, sabemos que quando há um campo magnético, podemos observar a seguinte fórmula:

$$v = \frac{g_s \mu_b \vec{B}}{h}$$

$h$  é a constante de planck =  $6.626 \times 10^{-34} J \cdot s$

$\mu_b$  é o magneton de Bohr =  $9.274 \times 10^{-24}$

então, temos como objetivo calcular  $g_s$ , a partir de dados coletados, desta maneira teremos como observar os 2 estados mostrados na introdução sobre o spin do elétron.

o fator de Landé  $g_s = 2$  é o fator para o elétron.

## Dados necessários

com isso em mente montados um experimento que conseguimos ter a frequência e a corrente que foi passada nas bobinas. Assim podemos calcular o campo magnético, que é dado por:

$$B = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125}R}$$

onde temos:

$R = 6.8 \times 10^{-2} \text{ m}$

$N = 320$ , número de espiras na bobina, adimensional.

$I$  = corrente, será coletada pelo multímetro

$\mu_0$  é uma constante conhecida, permissividade do vácuo, dada por:  $1.256 \times 10^{-6} N/A$

assim, podemos tentar encontrar  $g_s$

[Voltar ao sumário](#)

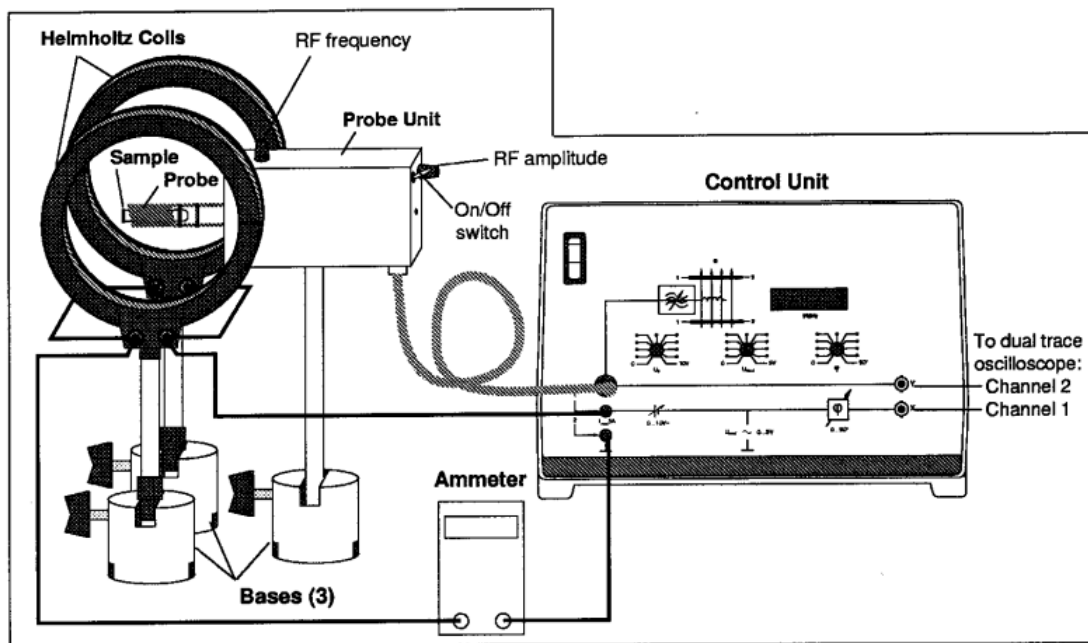
# Procedimento Experimental

## Materiais utilizados

Lista dos materiais utilizados:

- 1 multímetro MINPA ET2042C
- 4 cabos (para ligar os componentes)
- 1 fonte de alimentação
- gerador de rádio-frequência
- osciloscópio
- 2 bobinas de Helmholtz

conectamos os 4 cabos, a fonte, o multímetro (que será utilizado para medir a corrente entre a unidade de controle e as bobinas) e o gerador de radio-frequência.



**Figura 1:** Experimento montado sem o osciloscópio fonte: relatório.

precisamos que as bobinas fiquem paralelas, com o "sample probe" aproximadamente na região central entre as duas, e que a distância entre as 2 bobinas deve ser aproximadamente o seu raio.

seguindo o passo a passo oferecido pelo roteiro, montamos o experimento e fizemos as 10 medidas:

I (A)	MHz	I_err (A)	B (T)
0.58	30	0.0616	0.00245298
0.63	33	0.0626	0.00266444
0.71	36	0.0642	0.00300278
0.79	39	0.0658	0.00334113
0.88	42	0.0676	0.00372176
0.92	45	0.0684	0.00389093
1	48	0.07	0.00422927
1.06	51	0.0712	0.00448303
1.11	54	0.0722	0.00469449
1.17	57	0.0734	0.00494825
1.25	60	0.075	0.00528659

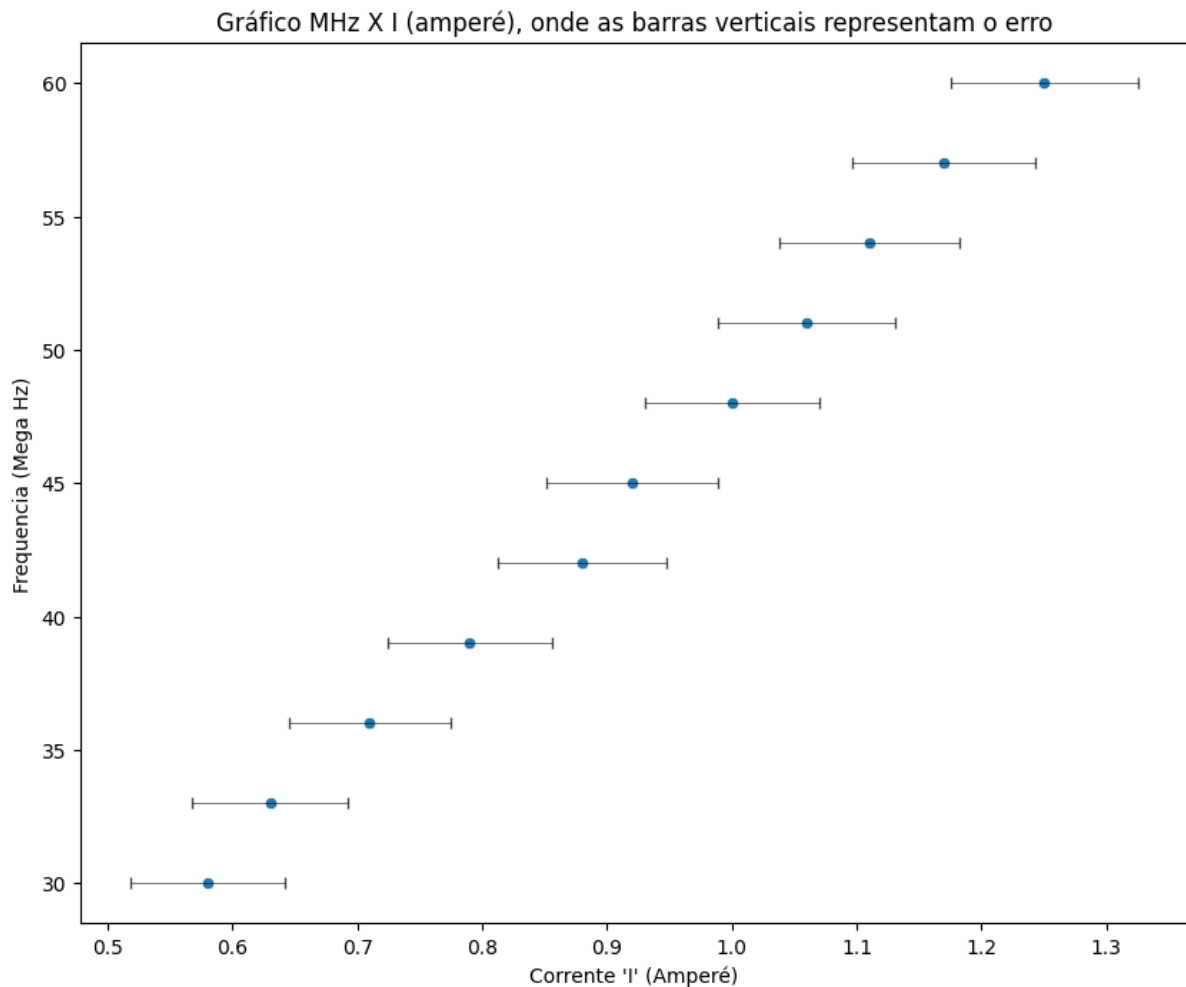
com as suas respectivas unidades. Não foi pego o erro possível da frequência, porém temos o erro do multímetro: 2% + 5D.

B foi calculado a partir da fórmula disponível na parte de **objetivos**

[Voltar ao sumário](#)

# Análise de dados

Gráfico representando os dados que coletamos



**Figura 2:** Visualização dos dados coletados Fonte: Autores

Podemos fazer o método de mínimos quadrados entre B e MHz de tal maneira que:

$$v = \frac{g_s \mu_b \vec{B}}{h}$$

será:

$$y = \frac{g_s \mu_b}{h} x$$

e na nossa regressão linear será:

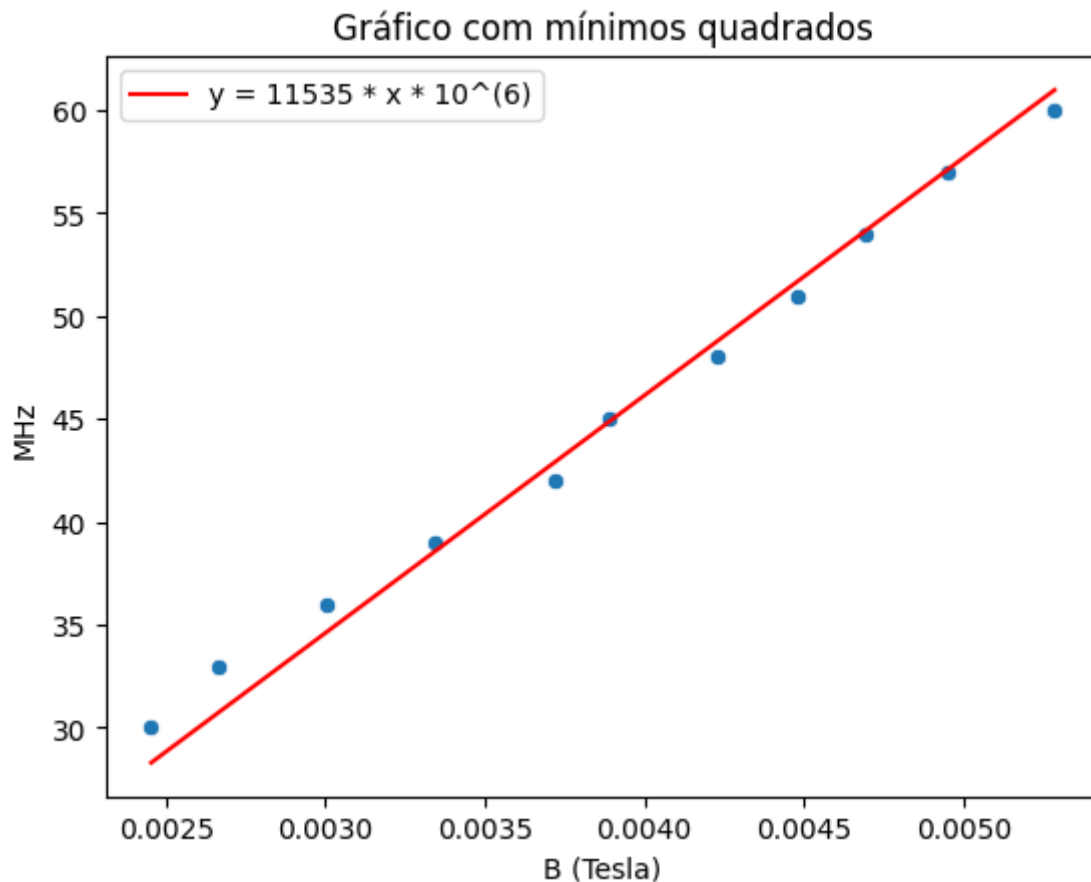
$$y = ax$$

onde:

$$a = \frac{g_s \mu_b}{h}$$

note que vamos fazer o mínimos quadrados com Hz e não MHz.





**Figura 3:** Gráfico com mínimos quadrados. fonte: Autores.

## Encontrando $G_s$ do experimento

com o nosso valor de  $a$  (coeficiente angular), podemos encontrar  $g_s$  experimental:

$$a = 11535318040$$

sabemos que multiplicarmos esse valor pela constante de planck e dividir por  $\mu_0$ , teremos:

$$g_s = 0.824 \text{ (approx)}$$

## Incerteza do coeficiente angular utilizando monte carlo

para calcular o erro que essa regressão contém, podemos fazer simulação de monte-carlo para estimar incertezas:

o código abaixo pode ser encontrado [neste link](#)

```
a_values = []
for _ in range(1000):
    x_synthetic = df['I'].values + np.random.normal(0, df['I_err'])
    x_synthetic = u0 * N * x_synthetic * (4/5) ** (3/2)/R

    X = x_synthetic.reshape(-1, 1)
    Y = df['MHz'].values.reshape(-1, 1) * 1e6

    model = LinearRegression(fit_intercept=False)
```

```
model.fit(X, Y)

a_values.append(model.coef_[0][0])

a_mean = np.mean(a_values)
a_std = np.std(a_values)
```

na simulação, encontramos que:

$$g_s = 0.824 \pm 0.017$$

sabendo que o valor teórico é 2, o nosso dado está bem fora do esperado.

compatibilidade:

$$|0.824 - 2|/0.017 < 2 \text{ * erro menor que 2 desvios padrões}$$

$$70 < 2$$

o que é bem distante de 2.

[Voltar ao sumário](#)

## Conclusão

o valor que encontramos é incompatível com o valor esperado. Podemos levantar alguns pontos para isso, como a dificuldade para ficar reajustando o experimento conforme o aumento da frequência, por conta da instabilidade do sinal. Interferências externas podem ter atrapalhado também no campo magnético.