Übungsblatt 9: Regelkreis und Stabilität

Kurzlösung

Aufgabe 1

1.

$$G_{Strecke} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{7s^2 - 5s + 9}$$

2.

$$G_{geschl.}(s) = \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{7 \cdot s^3 + (K_D - 5) \cdot s^2 + (9 + K_P) \cdot s + K_I}$$

3. Es gilt:
   (1): $K_D > 5$
   (2): $K_P > -9$
   (3): $K_I > 0$
   (4): $\frac{1}{7} \cdot (K_D - 5) \cdot (9 + K_P) > K_I$

   Mögliche, stabile Auslegung der Regelparameter:

   $K_D = 6, K_P = 1 \Rightarrow K_I < \frac{1}{7} \cdot 10^2 \Rightarrow K_I = 1$

Aufgabe 2

1.
   $\boldsymbol{\Rightarrow m\ddot{y}(t) + F_M(t) - F_G + d\dot{y}(t) = 0}$

2. $\boldsymbol{I_0 = y_0\sqrt{\frac{mg}{k_M}}}$

   $$\boldsymbol{\Rightarrow I_0 = 0,5 \cdot 10^{-3}\sqrt{\frac{80000 \cdot 9,81}{0,001}}A \approx 14\ A}$$

3. $\boldsymbol{F_M \approx F_M(y_0, I_0) + \left.\frac{\partial F_M}{\partial y}\right]_{y_0,I_0} \cdot \Delta y(t) + \left.\frac{\partial F_M}{\partial I}\right]_{y_0,I_0} \cdot \Delta I(t)}$

   $$\boldsymbol{\Rightarrow m\ddot{y}(t) - \frac{2k_M I_0^2}{y_0^3}\dot{y}(t) + \frac{2k_M I_0}{y_0^2}\frac{U(t)}{L} + d\dot{y}(t) = 0}$$

4. $\Rightarrow \boldsymbol{G_{Strecke}} = \frac{\boldsymbol{Y(s)}}{\boldsymbol{U(s)}} = \frac{\boldsymbol{-2k_M I_0}}{\boldsymbol{my_0^2Ls^3 + dy_0^2Ls^2 - \frac{2k_M I_0^2 L}{y_0}s}}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{G_{geschl.}(s)} = \frac{\boldsymbol{-2k_M I_0 K_P - 2k_M I_0 K_D s}}{\boldsymbol{my_0^2Ls^3 + dy_0^2Ls^2 - \frac{2k_M I_0^2 L}{y_0}s - 2k_M I_0 K_P - 2k_M I_0 K_D s}}$$

$$= \frac{\boldsymbol{-2k_M I_0 K_P - 2k_M I_0 K_D s}}{\boldsymbol{\left(my_0^2L\right)\cdot s^3 + \left(dy_0^2L\right)\cdot s^2 + \left(-\frac{2k_M I_0^2 L}{y_0} - 2k_M I_0 K_D\right)\cdot s + \left(-2k_M I_0 K_P\right)}}$$

5. Hurwitz-Kriterium:: $-2k_M I_0 K_P > 0$

$\Rightarrow K_P < 0$

(1) $: -\frac{2k_M I_0^2 L}{y_0} - 2k_M I_0 K_D > 0$

$$\Rightarrow K_D < -\frac{I_0 L}{y_0} = -280$$

(2) $: dy_0^2 L > 0$

(3) $: my_0^2 L > 0$

(4) $: dy_0^2 L \cdot \left(-\frac{2k_M I_0^2 L}{y_0} - 2k_M I_0 K_D\right) + 2k_M I_0 K_P \cdot my_0^2 L > 0$

$$\Leftrightarrow -d \cdot \left(\frac{I_0 L}{y_0} + K_D\right) + K_P m > 0$$

$$\Rightarrow K_P > \frac{d}{m}\cdot\left(\frac{I_0 L}{y_0} + K_D\right) = \frac{1}{1000}\cdot\underbrace{(280 + K_D)}_{<0}$$

(5) $: dy_0^2 L > 0$ → nicht relevant, identisch zu (3)

Mögliche, stabile Auslegung der Regelparameter: $K_D = -300, K_P = -0{,}01$