# IPS モード液晶の光学補償偏光板の最適化設計思想

BOE Varitronix Japan
坂本　道昭

2026 年 1 月 16 日

概要

IPS（In-Plane Switching）モード液晶において，暗状態での斜入射観察時に生じる光漏れは，とくに対角方向の視野角で顕著となり，コントラスト比（CR）の劣化を引き起こす主要因である．この現象は，出射偏光板 (Analyzer) の有効透過軸が斜入射により回転し，正面では成立していた入射偏光板 (Polarizer) と出射偏光板 (Analyzer) のクロスニコル条件が斜め視点（オフアクシス）で破綻することに起因する．

本研究では，液晶層および A-plate，C-plate などの光学補償板を含む光学セルを対象とし，斜入射における有効偏光軸回転と角度依存リタデーションを厳密に取り込んだ数値モデルを構築した．伝搬方向に直交する横波面上で定義した有効 Jones 伝達演算子を用いて偏光伝搬を記述し，各視野角における暗状態漏れ透過率およびコントラスト比を直接評価することで，等コントラスト線（ISO-CR）による視野角特性の可視化と定量比較を可能とした．

本モデルを用いて Polarizer/LC/A/C/Analyzer 構成の最適化を行い，代表的な斜め視点 $(\theta, \phi) = (30^\circ, 45^\circ)$ において A-plate および C-plate のリタデーション条件を探索した結果，正面コントラストを維持したまま，斜め視点（オフアクシス）におけるコントラスト比を無補償構造に対して約 8 倍以上改善できることを示した．また，Stokes パラメータを用いた解析により，補償機構の物理的本質を明確化した．すなわち，A-plate と C-plate は斜入射によって増大した検光子有効軸の回転を，出射偏光状態の方位回転と楕円率抑制によって相殺し，斜め視野においてもほぼ直交条件を再構成する役割を担う．

次いで，最適条件付近における正面 CR と斜め視野の CR に対して波長依存性の影響を検討し，さらに出射側の A-plate と出射偏光板（Analyzer）が貼りずれを生じた場合の影響も評価した．

本研究で示した数値手法および幾何学的解釈は，IPS 光学補償設計に対する直観的かつ汎用的な指針を与えるものであり，光学フィルム構成の変更や波長依存性の抑制への拡張も容易である．

# 目次

# 1　IPS モードの光学補償最適化のための光学モデル

本節では，IPS (in-plane switching) モード液晶表示の暗状態において，斜入射観察で顕在化する視野角漏れ（off-axis light leakage）を抑制するための光学補償スタック（A-plate, C-plate, TAC 等）と液晶層を含む数値モデルを記述する．想定する光学スタック構成は，例えば図 1 に示すような Polarizer/LC/A/C/Analyzer 構成である．各層の設計パラメータ（膜厚またはリタデーション，光学軸方位，必要に応じて波長依存性）を与え，視野角 $(\theta, \phi)$ で指定される各視線方向に対して，(i) 斜入射における偏光板の有効透過軸（透過状態）の回転，(ii) 一軸板（LC を含む）の斜入射における有効遅相（位相差）を取り込んだ偏光伝搬を一貫した Jones 計算として実行する．得られたスタック通過後の偏光状態から暗状態漏れ透過率 $T_{\text{leak}}(\theta, \phi)$ を直接評価し，さらにこれに基づくコントラスト比 $\text{CR}(\theta, \phi)$ を算出する．CR 分布は等コントラスト線（isocontrast contour）として可視化でき，正面コントラスト $\text{CR}_{00}$ や視野角代表点（例：$\theta = 30°, \phi = 45°$）における $\text{CR}(\theta, \phi)$ 指標と併せて，補償スタック構成の比較，ならびに設計パラメータ探索・最適化の進捗を定量的に追跡できる．先行研究では，とくに対角方向（$\phi = 45°$）で顕著となる暗状態漏れを Poincaré 球上の幾何学として整理し，A-plate ／ C-plate による補償条件（分散整合を含む）を設計する枠組みが提示されている [1, 2]．本節の定式化はこれらに基づき，後段で扱う補償条件の系統導出と最適化に必要な記号・計算法・出力指標を一貫した形で与える．

## 1.1　光学モデルの概要

光学モデルでは，まず視線方向 $(\theta, \phi)$ から伝搬方向の単位ベクトル $\hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi)$ を定め，これに直交する局所的な横波面（transverse plane）上に直交基底を構成する．各レイヤの光学軸は固定のグローバル直交座標系 $(x, y, z)$ における三次元ベクトルとして与えるが，複屈折による位相遅れは横波面内の成分（すなわち $\hat{\mathbf{k}}$ に垂直な成分）によって決まるため，各レイヤごとに光学軸を横波面へ射影し，$\hat{\mathbf{k}}$ と光学軸から定まるレイヤ固有の横基底を定義する．この横基底上で当該レイヤの $2 \times 2$ Jones 行列（位相差作用）を構成し，得られた作用を共通のグローバル座標へ引き戻したうえで，レイヤ順に行列積を取ることにより，入射 Jones ベクトルから出射 Jones ベクトルを計算する．さらに必要に応じて，出射 Jones ベクトルから Stokes パラメータを算出し，偏光状態（例えば直線偏光の方位角や楕円率）の解析にも用いる．

光学モデルでは，まず視線方向から伝搬方向ベクトル $\boldsymbol{k}(\theta, \phi)$ を構成し，この $\boldsymbol{k}$ に直交する局所横基底を定義する．各レイヤの光学軸は固定のグローバル直交座標系 $(x, y, z)$ 上で三次元ベクトルとして与えられるが，複屈折による位相遅れは伝搬方向に垂直な成分により決まるため，各レイヤに対して，$\boldsymbol{k}$ と光学軸から定まるレイヤ固有の局所基底において Jones 行列を構成する．次に，この局所基底で表現された作用をグローバル基底（あるいは共通の横基底）へ写像し，レイヤの順序に従って行列積をとることで，入射 Jones ベクトルから出射 Jones ベクトルを求める．さらに必要に応じて Jones ベクトルから Stokes パラメータを算出し，偏光状態の解析（例：直線偏光方位，楕円率）にも用いる．

## 1.2　座標系と角度

まず，光学スタックを表現するために固定の グローバル直交座標系 $(x, y, z)$ を導入する．観察方向は視野角 $(\theta, \phi)$ で与え，これに基づき単位伝搬方向ベクトル $\boldsymbol{k}(\theta, \phi)$ を構成する．各層（A-plate, C-plate, LC director, TAC 等）の光学軸は，すべてこのグローバル座標系で三次元ベクトルとして指定される．一方で，偏光状態

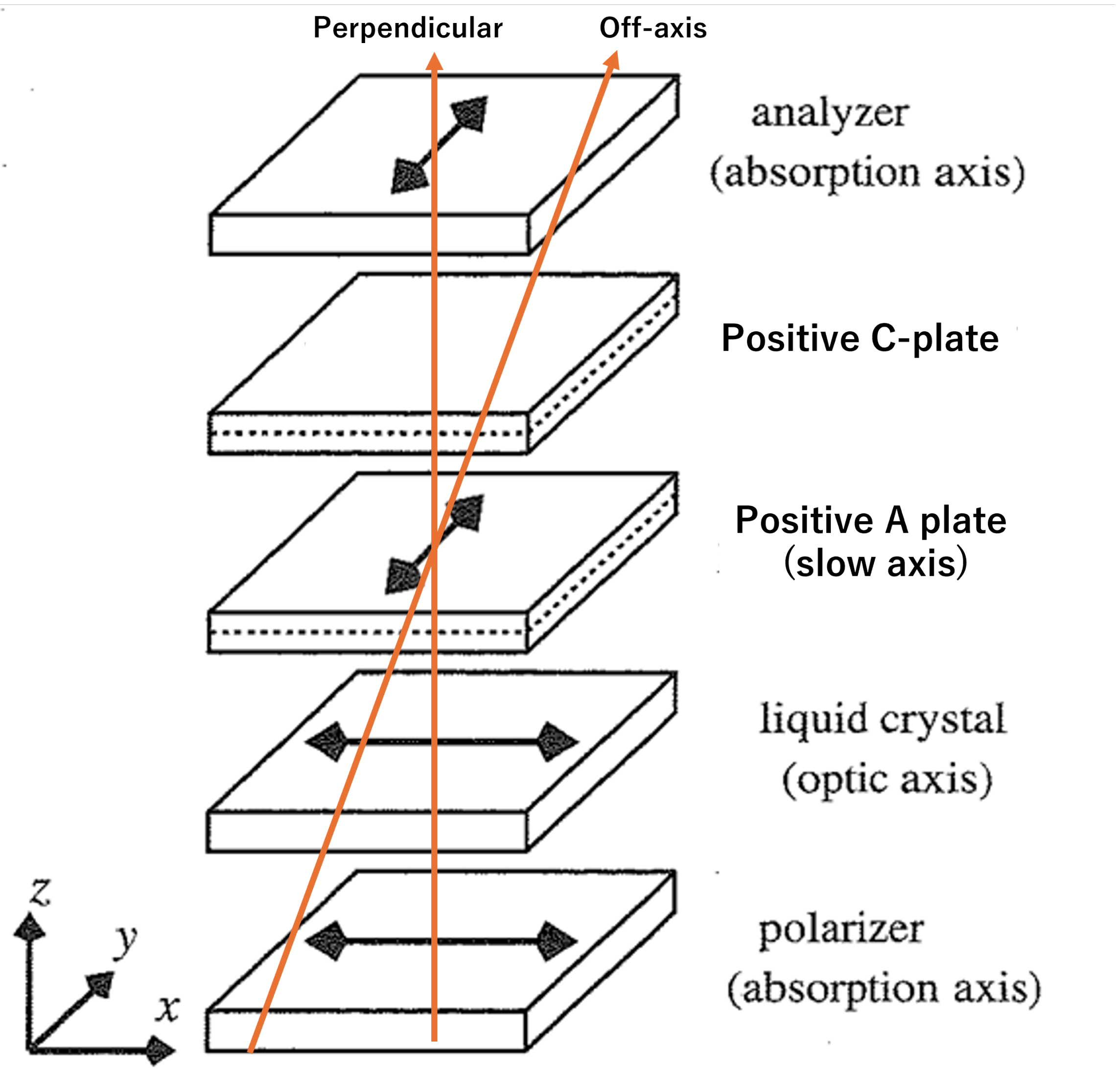



図 1: 光学補償に用いるスタック構成の例 Polarizer/LC/A/C/Analyzer.

（電場ベクトル）は伝搬方向 $\boldsymbol{k}(\theta, \phi)$ に対して常に横波条件 $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{k} = 0$ を満たす必要があるため，計算は $\boldsymbol{k}$ に結びついた ローカル横基底 $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ への射影を通じて実行される．すなわち，入射偏光（偏光板透過軸）で与えられる初期電場を $\boldsymbol{k}$ に直交する平面に射影し，各層の複屈折位相遅れに対応する線形作用（Jones 行列に相当）を逐次適用しながら伝搬後電場を更新する．最後に，出射側偏光板の透過軸に対する射影強度から漏れ透過率を算出し，CR へ変換する．以下に座標系を説明する．

### 1.2.1　グローバル座標系

光学スタックの法線をグローバル $z$ 軸と定義する．グローバル $x$ 軸，$y$ 軸は基板面内で直交し，層の光学軸ベクトルはこの $(x, y, z)$ の 3D 単位ベクトルで与える．各視線方向に対し，伝搬単位ベクトル

$$\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k}(\theta, \phi)$$

を構成する．ここで $\theta$ は $+z$ 軸からの極角（チルト角），$\phi$ は $xy$ 平面での方位角である．

### 1.2.2　ローカル横波面と基底射影

物理的な偏光は $\boldsymbol{k}$ に直交するため，すべての計算は $\boldsymbol{k}$ に垂直な面（横波面）で行う．

リターダ層の光学軸 $\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{k}$ に直交な面へ射影し，

$$\boldsymbol{a}_\perp = \boldsymbol{a} - (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{k})\boldsymbol{k}$$

とする．この射影ベクトルを正規化して

$$\boldsymbol{u} = \frac{\boldsymbol{a}_\perp}{\|\boldsymbol{a}_\perp\|}, \qquad \boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{u}\|}$$

を定義する．組 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ は横波面上の直交基底であり，3D-field のリターダ演算子 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{a},\Gamma)$ は，これらのローカル軸に沿って $\exp(\pm i\Gamma/2)$ の位相因子を与える．

## 1.3　偏光板モデル

本研究では，IPS パネルの斜め視野における暗状態漏れ（crossed polarizers における off-axis light leakage）を定量化し，補償スタック（LC/A/C あるいは C/A/LC）を最適化するために，引用論文 [1] で導入されている偏光板モデルと，斜入射における A-plate ／ C-plate の有効遅相モデル（Eq. (3a), (3b)）を採用する．ここで off-axis 観察では，偏光子およびアナライザの**有効透過軸**が視線方向に依存して回転するため，正面でのクロスニコル条件（有効透過軸の直交）が off-axis では一般に満たされず，これが暗状態漏れの主要因となる．後述の設計思想に接続するため，本節では (i) 偏光板の off-axis 有効透過軸の定義と，直交条件が破れることに起因する漏れの発生機構，(ii) コード実装における扱い（入射で偏光を固定し，出射で射影する）を整理し，さらに (iii) 偏光板のみの極限で引用論文のリーク式（Eq. (3)）を再現できることを示す．

### 1.3.1　クロスニコル偏光板の off-axis 有効軸

視線方向を単位ベクトル $\hat{\boldsymbol{k}}(\theta,\phi)$ とし，偏光板の吸収軸（lab 座標系に固定）を $\boldsymbol{c}$ とする．O-type 偏光板では，透過する偏光方向（ordinary 方向）は $(\hat{\boldsymbol{k}},\boldsymbol{c})$ 平面に垂直であり，

$$\boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}},\boldsymbol{c}) = \frac{\hat{\boldsymbol{k}}\times\boldsymbol{c}}{\|\hat{\boldsymbol{k}}\times\boldsymbol{c}\|} \tag{1}$$

で与えられる．この $\boldsymbol{o}$ は常に $\hat{\boldsymbol{k}}$ に直交する（横波条件を満たす）ため，off-axis 観測における偏光子／アナライザの有効透過軸を直接与える．

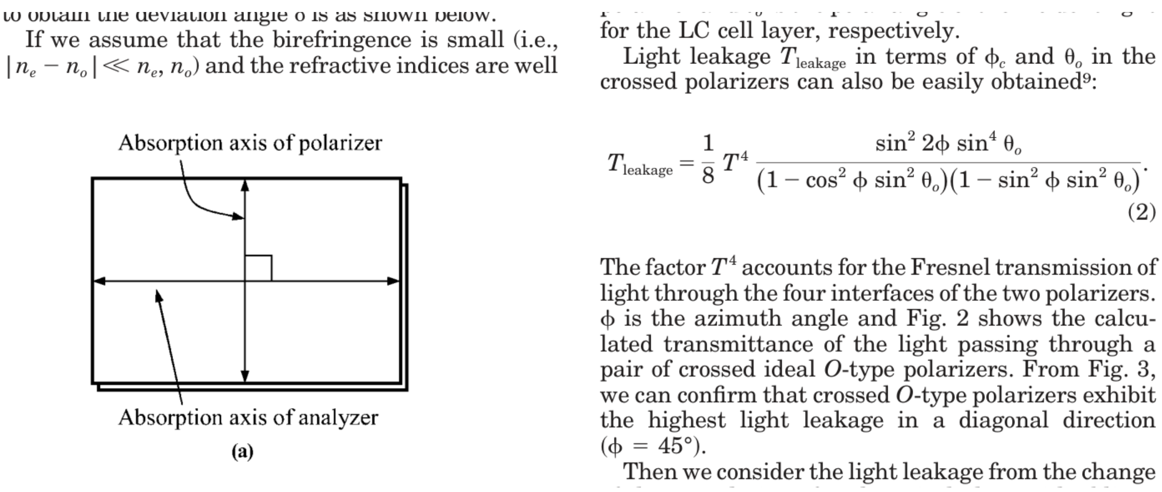
入射側偏光板の吸収軸を $\boldsymbol{c}_1$，出射側（アナライザ）の吸収軸を $\boldsymbol{c}_2$ とするとき，それぞれの有効透過軸は

$$\boldsymbol{o}_1 = \boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}},\boldsymbol{c}_1), \qquad \boldsymbol{o}_2 = \boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}},\boldsymbol{c}_2) \tag{2}$$

である．正面（$\theta=0$）では，$\boldsymbol{c}_1\perp\boldsymbol{c}_2$ のクロスニコル設定により理想的に漏れはゼロとなる．一方，斜入射では $\boldsymbol{o}_1,\boldsymbol{o}_2$ の方位が $\hat{\boldsymbol{k}}$ に依存して回転し，正面での 90° 関係からずれる．引用論文 [1] の Fig. 2 に示されるように，この有効吸収軸／透過軸の偏位角 $\delta$ が off-axis 漏れの幾何学的起源であり，特に対角方向（$\phi=45^\circ$）で漏れが最大化される傾向を持つ．

引用論文 [1] では，理想偏光板のみ（光学板なし）で crossed の場合に，斜入射リークが

$$T_{\text{leakage}} = \frac{1}{8}T^4\,\frac{\sin^2 2\phi\ \sin^4\theta_0}{\left(1-\cos^2\phi\ \sin^2\theta_0\right)\left(1-\sin^2\phi\ \sin^2\theta_0\right)} \tag{3}$$


to obtain the deviation angle δ is as shown below.
If we assume that the birefringence is small (i.e., $|n_e - n_o| \ll n_e, n_o$) and the refractive indices are well



for the LC cell layer, respectively.
Light leakage $T_{\text{leakage}}$ in terms of $\phi_c$ and $\theta_o$ in the crossed polarizers can also be easily obtained[9]:

$$T_{\text{leakage}} = \frac{1}{8} T^4 \frac{\sin^2 2\phi \sin^4 \theta_o}{(1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_o)(1 - \sin^2 \phi \sin^2 \theta_o)}. \tag{2}$$

The factor $T^4$ accounts for the Fresnel transmission of light through the four interfaces of the two polarizers. $\phi$ is the azimuth angle and Fig. 2 shows the calculated transmittance of the light passing through a pair of crossed ideal $O$-type polarizers. From Fig. 3, we can confirm that crossed $O$-type polarizers exhibit the highest light leakage in a diagonal direction ($\phi$ = 45°).
Then we consider the light leakage from the change

図 2: 引用論文 [1] に示された クロスニコル偏光板の斜入射リーク Eq. (2) の説明図.

と表されることを示している（$T^4$ は 2 枚の偏光板の 4 つの界面における Fresnel 透過を表す）．本研究で扱う IPS の補償問題では，この「偏光板だけでも 斜め視野（off-axis）でクロスが崩れる」という事実を出発点とし，LC および補償板が加える偏光回転／楕円化を利用して，斜め視野（off-axis）においても $\boldsymbol{o}_2$ に対する消光条件を再構成する．

### 1.3.2　偏光板モデル

本研究のモデルでは，理想直交偏光板（crossed polarizers）を次の等価手順で実装する：

- **入射側偏光板：**入射電場を透過状態に固定する．すなわち，

$$\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{o}_1 \equiv \boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{c}_1) \tag{4}$$

  とおくことで，偏光板の吸収成分を明示的に構成することなく，retarder stack の入力を理想透過偏光に設定する．尚，$\boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{c}_1)$ は式 (1) で与えられる偏光板の有効透過軸である．
- **出射側（アナライザ）：**stack 通過後の電場 $\boldsymbol{E}$ をアナライザの透過状態 $\boldsymbol{o}_2$ に射影し，

$$a = \boldsymbol{o}_2^{\mathsf{T}} \boldsymbol{E}, \qquad \boldsymbol{o}_2 \equiv \boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{c}_2) \tag{5}$$

  を得る．尚，$\boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{c}_1)$ は式 (1) で与えられる偏光板の有効透過軸である．漏れ強度は $|a|^2$ に比例し（コードの正規化により 1/2 等が付与される），これを $T_{\text{leak}}$ としてコントラストへ換算する．

このように，入射偏光を固定し，出射偏光板で射影することにより，クロスニコル偏光板の視野角依存性を扱うことができる．特に 斜め視野（off-axis）では $\boldsymbol{o}_2$ が $\hat{\boldsymbol{k}}$ により回転するため，光学補償なしでは斜め視野の CR が大幅に低下する．

### 1.3.3　偏光板のみの極限における整合性（Eq. (3) の再現）

本研究の偏光板実装（入射で $\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{o}_1$ に固定し，出射で $\boldsymbol{o}_2$ へ射影）に対し，補償板および LC を含まない極限，すなわち $\prod_n \boldsymbol{M}_n = \boldsymbol{I}$ の場合には

$$a(\theta, \phi) = \boldsymbol{o}_2(\hat{\boldsymbol{k}})^{\mathsf{T}} \boldsymbol{o}_1(\hat{\boldsymbol{k}}), \qquad T_{\text{leak}} \propto |a|^2 \tag{6}$$

となる．ここで $\boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{c})$ は式 (1) で与えられる 偏光板の有効透過軸である．クロスニコル（$\boldsymbol{c}_1 \perp \boldsymbol{c}_2$）を仮定すると，ベクトル恒等式 $(\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{D}) = (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A})(\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{D}) - (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B})(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{D})$ より，

$$|a|^2 = \frac{(\hat{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{c}_1)^2 (\hat{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{c}_2)^2}{\left[1 - (\hat{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{c}_1)^2\right] \left[1 - (\hat{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{c}_2)^2\right]} \tag{7}$$

を得る．いま，lab 座標で $\boldsymbol{c}_1 = \hat{\boldsymbol{x}}$，$\boldsymbol{c}_2 = \hat{\boldsymbol{y}}$ と置き，$\hat{\boldsymbol{k}} = (\sin\theta\cos\phi,\ \sin\theta\sin\phi,\ \cos\theta)^\mathsf{T}$ を代入すると

$$|a|^2 = \frac{1}{4} \frac{\sin^2 2\phi\ \sin^4\theta}{\left(1 - \cos^2\phi\ \sin^2\theta\right)\left(1 - \sin^2\phi\ \sin^2\theta\right)} \tag{8}$$

となり，off-axis における有効透過軸回転に起因するリークの角度依存を与える．文献の Eq. (3) は，入射強度（未偏光）に対する規格化として第 1 偏光板による 1/2 と，界面透過を $T^4$ として含めたものであるから，

$$T_{\text{leakage}} = \frac{T^4}{2} |a|^2 \tag{9}$$

と置けば式 (3) を再現する．したがって，本研究の偏光板モデルの実装は，偏光板の off-axis 有効軸回転を正しく含んでいることが確認できる．

## 1.4 補償板モデル（A-plate，C-plate）

前節で述べたように，斜め視野の off-axis からの視点 では Polarizer ／ Analyzer の有効透過軸が視線方向に依存して回転し，正面での クロスニコル条件（有効透過軸の直交）が斜め視野では一般に崩れる．本節では，この off-axis 漏れを抑制するために用いる補償板（A-plate，C-plate）を，斜入射における有効位相差モデルに基づいて定式化する．具体的には，引用論文 [1] の Eq. (3a), (3b) に従い，A-plate（面内一軸）および C-plate（光学軸が法線方向）の角度依存の位相差 $\Gamma(\theta, \phi)$ を定義し，これを層作用素として Jones 伝搬に組み込む手順を整理する．

### 1.4.1 A-plate モデル（Eq. (3a)）

A-plate は光学軸が面内にある一軸板であり，斜入射における有効位相差は，斜め視野の極角 $\theta$ と方位角 $\phi_{\text{rel}}$（光学軸からの相対角度）に依存する：

$$\Gamma_A(\theta, \phi_{\text{rel}}) = \frac{2\pi}{\lambda} d \left[ n_e \left(1 - \frac{\sin^2\theta\ \sin^2\phi_{\text{rel}}}{n_e^2} - \frac{\sin^2\theta\ \cos^2\phi_{\text{rel}}}{n_o^2}\right)^{1/2} - n_o \left(1 - \frac{\sin^2\theta}{n_o^2}\right)^{1/2} \right]. \tag{10}$$

ここで $\Gamma$ は位相遅れ（radian）であり，波長 $\lambda$，膜厚 $d$，屈折率 $n_o, n_e$ を用いて記述される．また $\frac{2\pi}{\lambda}$ を除いた部分は，Retardation（単位：length）と呼ばれる．

### 1.4.2 C-plate モデル（Eq. (3b)）

C-plate は光学軸が法線 $z$ に一致する一軸板であり，理想的には方位角に依存せず極角のみの関数となる：

$$\Gamma_C(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{\cos\theta} \left[ \left( \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2\theta + n_e^2 \cos^2\theta} \right)^{1/2} - n_o \right]. \tag{11}$$

さらに，本研究の最適化では C-plate の 符号付きリタデーション（正負）も探索対象とし，符号は実装上 $n_e - n_o$ の符号（すなわち $\Delta n$ の符号）として取り込むことで，Poincaré 球上の回転向きを反転させる自由度として扱う．

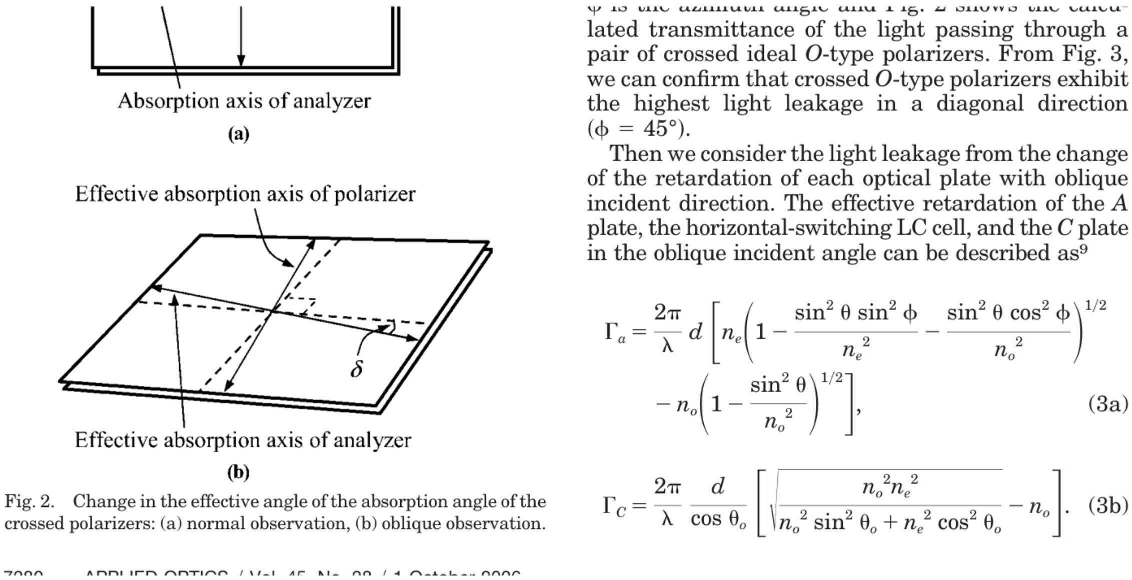


Fig. 2. Change in the effective angle of the absorption angle of the crossed polarizers: (a) normal observation, (b) oblique observation.

lated transmittance of the light passing through a pair of crossed ideal $O$-type polarizers. From Fig. 3, we can confirm that crossed $O$-type polarizers exhibit the highest light leakage in a diagonal direction ($\phi = 45°$).

Then we consider the light leakage from the change of the retardation of each optical plate with oblique incident direction. The effective retardation of the $A$ plate, the horizontal-switching LC cell, and the $C$ plate in the oblique incident angle can be described as[9]

$$\Gamma_a = \frac{2\pi}{\lambda} d \left[ n_e \left( 1 - \frac{\sin^2\theta \sin^2\phi}{n_e^2} - \frac{\sin^2\theta\cos^2\phi}{n_o^2} \right)^{1/2} - n_o \left( 1 - \frac{\sin^2\theta}{n_o^2} \right)^{1/2} \right], \quad (3a)$$

$$\Gamma_C = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{\cos\theta_o} \left[ \sqrt{\frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2\theta_o + n_e^2 \cos^2\theta_o}} - n_o \right]. \quad (3b)$$

図 3: 引用論文に示された Eq. (3a), (3b) 参照画像（クロップ）.

## 1.5 有効 Jones 伝達行列とスタック伝搬アルゴリズム

前節までに，偏光板の off-axis 有効透過軸 $\boldsymbol{o}(\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{c})$ および補償板の角度依存遅相 $\Gamma(\theta, \phi)$ を定義した．本節では，これらを用いて各層を（視線方向固定の）有効 Jones 伝達行列 $\boldsymbol{M}_n(\hat{\boldsymbol{k}}; \boldsymbol{a}_n, \Gamma_n)$ として表し，LC/A/C や C/A/LC といったスタック構成に対する伝搬計算を定式化する．さらに，コード実装の観点から，$\Gamma_n$ の計算，$\boldsymbol{M}_n$ の構成，電場更新 $\boldsymbol{E} \leftarrow \boldsymbol{M}_n \boldsymbol{E}$，およびアナライザ透過状態への射影による $T_{\mathrm{leak}}$ 評価までの手順をまとめる．

### 1.5.1 ローカル基底における retarder 演算子

各層 $n$ に対し，横波面上の直交基底 $(\boldsymbol{u}_n, \boldsymbol{v}_n)$ において電場を 2 成分 Jones ベクトル $\boldsymbol{E}_n = (E_{u,n}, E_{v,n})^{\mathsf{T}}$ として表す．遅相 $\Gamma_n$ を持つ理想 retarder（損失なし）の Jones 行列は

$$\boldsymbol{J}_n(\Gamma_n) = \begin{pmatrix} e^{+i\Gamma_n/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_n/2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

で与えられる．この Jones 行列により $(\boldsymbol{u}_n, \boldsymbol{v}_n)$ 成分の位相差が $\Gamma_n$ だけ変化する．スタック全体の伝搬は，各層のローカル基底への変換と $\boldsymbol{J}_n$ の作用を組み合わせて記述できる．実装上は，グローバル 3D 電場を横波面へ射影したうえで，各層の基底へ回転し，$\boldsymbol{J}_n$ を作用させて戻す，という等価な手続きで表現できる．

### 1.5.2 位相差 $\Gamma_n$ に基づく有効 Jones 伝達行列 $M_n$

視線方向を $\hat{\boldsymbol{k}}(\theta,\phi)$ とし，層 $n$ の光学軸（3D 単位ベクトル）を $\boldsymbol{a}_n$ とする．横波条件 $\boldsymbol{E}\cdot\hat{\boldsymbol{k}}=0$ を満たす横波面上で，$\boldsymbol{a}_n$ の射影から直交基底 $(\boldsymbol{u}_n,\boldsymbol{v}_n)$ を構成する（§1.2）．ここで

$$\boldsymbol{U}_n \equiv \begin{pmatrix}\boldsymbol{u}_n & \boldsymbol{v}_n\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 2}, \qquad \boldsymbol{U}_n^{\mathsf{T}}\boldsymbol{U}_n = \boldsymbol{I}_2, \qquad \boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathsf{T}} = \boldsymbol{P}_\perp(\hat{\boldsymbol{k}}) \tag{13}$$

を定義する．ただし $\boldsymbol{P}_\perp(\hat{\boldsymbol{k}}) \equiv \boldsymbol{I}_3 - \hat{\boldsymbol{k}}\hat{\boldsymbol{k}}^{\mathsf{T}}$ は横波面への射影（transverse projector）である．

式 (12) の 2 次元 Jones 表現をグローバル 3 次元電場へ埋め込んだ層作用素を

$$\boldsymbol{M}_n(\hat{\boldsymbol{k}};\boldsymbol{a}_n,\Gamma_n) \;\equiv\; \boldsymbol{U}_n\,\boldsymbol{J}_n(\Gamma_n)\,\boldsymbol{U}_n^{\mathsf{T}} \;=\; \boldsymbol{U}_n\,\boldsymbol{J}_n(\Gamma_n)\,\boldsymbol{U}_n^{\mathsf{T}}\boldsymbol{P}_\perp(\hat{\boldsymbol{k}}) \tag{14}$$

と定義する．（右式の $\boldsymbol{P}_\perp$ は $\boldsymbol{E}$ が厳密に横波であれば冗長だが，数値安定化のため明示してよい．）すなわち，層 $n$ 通過前後の電場は

$$\boldsymbol{E}_{n,\mathrm{out}} = \boldsymbol{M}_n\,\boldsymbol{E}_{n,\mathrm{in}} \tag{15}$$

で関係付けられる．したがってスタック全体では

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{out}}(\theta,\phi) = \left(\prod_{n=N}^{1}\boldsymbol{M}_n(\hat{\boldsymbol{k}};\boldsymbol{a}_n,\Gamma_n)\right)\boldsymbol{E}_0 \tag{16}$$

と書ける．なお，$\boldsymbol{M}_n$ は物理的には「層 $n$ の（視線方向固定の）**有効 Jones 伝達行列**」（effective Jones matrix），あるいは「**偏光伝達演算子**（polarization transfer operator）」に相当する．損失がなければ $\boldsymbol{J}_n$ はユニタリであり，$\boldsymbol{M}_n$ も横波部分空間上でユニタリな偏光変換を表す（全体位相は観測強度に影響しない）．

### 1.5.3 全体の漏れ振幅とコントラスト指標

偏光板まで含めると，視野方向 $(\theta,\phi)$ における漏れ振幅は

$$a(\theta,\phi) = \boldsymbol{o}_2(\hat{\boldsymbol{k}})^{\mathsf{T}}\left(\prod_{n}\boldsymbol{M}_n(\hat{\boldsymbol{k}};\boldsymbol{a}_n,\Gamma_n)\right)\boldsymbol{o}_1(\hat{\boldsymbol{k}}), \qquad T_{\mathrm{leak}} \propto |a|^2 \tag{17}$$

と書ける．ここで $\boldsymbol{o}_1,\boldsymbol{o}_2$ はそれぞれ入射側偏光板と出射側偏光板（アナライザ）の有効透過軸である．暗状態のコントラスト比は，白状態透過率 $T_{\mathrm{white}}$ を用いて $\mathrm{CR}=T_{\mathrm{white}}/T_{\mathrm{leak}}$ と定義するのが一般的であり，簡略化として $T_{\mathrm{white}}\approx 1$ を置けば $\mathrm{CR}\approx 1/T_{\mathrm{leak}}$ として扱える．

### 1.5.4 アルゴリズムまとめ

各視野方向 $(\theta,\phi)$ について：

1. 視線（伝搬）単位ベクトル $\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}(\theta,\phi)$ を構成する．
2. 入射側偏光板（Polarizer）と出射側偏光板（analyzer）を吸収軸 $\boldsymbol{c}_1,\boldsymbol{c}_2$ で表し, 有効透過状態 $\boldsymbol{o}_1(\boldsymbol{k}),\boldsymbol{o}_2(\boldsymbol{k})$ を構成して，入射電場を $\boldsymbol{E}\leftarrow\boldsymbol{o}_1(\boldsymbol{k})$ に設定する．
3. 各リターダ層について視野角依存の遅相 $\Gamma_n$ を計算し，式 (14) により $\boldsymbol{M}_n(\boldsymbol{k};\boldsymbol{a}_n,\Gamma_n)$ を構成して，$\boldsymbol{E}\leftarrow\boldsymbol{M}_n\,\boldsymbol{E}$ と更新する．
4. $\boldsymbol{E}_{\mathrm{out}}=\boldsymbol{E}$ を analyzer 透過状態へ射影して漏れ振幅 $a=\boldsymbol{o}_2^{\mathsf{T}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{out}}$ を得る．これより $T_{\mathrm{leak}}\propto|a|^2$，および $\mathrm{CR}=f(T_{\mathrm{leak}})$（例：$T_{\mathrm{white}}\approx 1$ なら $\mathrm{CR}\approx 1/T_{\mathrm{leak}}$）を計算する．

## 1.6 Stokes 表現と Poincaré 球による解釈

本節では，前節までに構成した Jones 伝搬の結果を Stokes 表現へ写像し，Poincaré 球上の幾何学として解釈する枠組みを与える．上記の偏光板実装（§ 1.3.2）により入力電場 $\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{o}_1$ を定義し，LC，A-plate，C-plate を位相遅相板（retarder）として Jones 行列で逐次作用させることで，任意の視線方向 $(\theta, \phi)$ に対する出射電場 $\boldsymbol{E}$ を得る．また，§ 1.3.1 で定義したアナライザ透過状態 $\boldsymbol{o}_2$ への射影から $T_{\mathrm{leak}}$ を評価する．これらの評価を直観的に解釈するために，計算した横波面基底 $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ 上の Jones ベクトル $\boldsymbol{E} = (E_u, E_v)^{\mathsf{T}}$ に対して，Stokes パラメータ $(S_0, S_1, S_2, S_3)$ を

$$S_0 = |E_u|^2 + |E_v|^2, \tag{18}$$

$$S_1 = |E_u|^2 - |E_v|^2, \tag{19}$$

$$S_2 = 2\,\mathrm{Re}(E_u E_v^*)\,, \tag{20}$$

$$S_3 = 2\,\mathrm{Im}(E_u E_v^*)\,, \tag{21}$$

で定義する．以後，偏光状態のみを扱うため規格化 Stokes ベクトル

$$\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3) \equiv \left(\frac{S_1}{S_0}, \frac{S_2}{S_0}, \frac{S_3}{S_0}\right) \tag{22}$$

を用いる．理想的な完全偏光では $|\boldsymbol{s}| = 1$ を満たし，$\boldsymbol{s}$ は Poincaré 球上の一点として表される．したがって $\boldsymbol{s}$ を計算することで，各層通過後の偏光状態を Poincaré 球上の軌跡として追跡できる．

$s_3$ は楕円偏光の楕円率（円偏光成分）を表し，$s_3 \simeq 0$ は「ほぼ直線偏光（Poincaré 球の赤道)」を意味する．また $(s_1, s_2)$ から，横波面内での直線偏光の方位角 $\psi$ は

$$\psi = \frac{1}{2}\,\mathrm{atan2}(s_2, s_1) \tag{23}$$

で与えられる（$\psi$ は $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ に対する角度)．この枠組みにより，光学スタック（例えば LC/A/C あるいは C/A/LC）が与える偏光回転・楕円化の寄与を Stokes ベクトルにより比較できる．さらに，off-axis で偏光板の有効軸が 90° からずれる効果を，横波面内の方位角 $\psi$ の観点から補償として解釈できる．

## 1.7 光学補償の設計思想：～ 偏光板のクロスニコル配置の斜め視野からの崩れを Stokes ／Poincaré 表現で捉え，光学補償フィルムで補償する ～

### 1.7.1 斜め視野における暗状態漏れの本質（クロスニコルの幾何学的崩れ）

IPS の暗状態は，正面（$\theta = 0$）では入射偏光板（Polarizer）と出射偏光板（Analyzer）がクロスニコル（互いに 90°）となるように設定し，入射偏光板透過後の光の直線偏光が Analyzer により完全に吸収されることで実現される．しかし斜め入射では，光線ベクトル $\hat{\boldsymbol{k}}(\theta, \phi)$ に垂直な平面（横波面）上での「偏光板の有効光軸（透過軸／吸収軸)」が正面の設定から偏位し，クロス条件が見かけ上 90° から広がる（あるいは狭まる)．このとき，正面では一致していた「Analyzer の吸収軸」と「Polarizer 透過後偏光状態」が一致しなくなり，暗状態漏れが生じる．とくに対角方向（$\phi \simeq 45°$）で漏れが最大化されやすい．

### 1.7.2 Stokes ベクトルと「直線偏光化＋方位合わせ」という設計目標

横波面上で直交基底 $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ を定義し，各層通過後の偏光状態を規格化 Stokes ベクトル $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)$（$|\boldsymbol{s}| = 1$）で表す．$s_3$ は楕円偏光の楕円率（円偏光成分）を表し，$s_3 \simeq 0$ は「ほぼ直線偏光（Poincaré 球の

赤道)」を意味する．また $(s_1,s_2)$ から，横波面内での直線偏光の方位角 $\psi$ は

$$\psi = \frac{1}{2}\,\mathrm{atan2}(s_2,s_1) \tag{24}$$

で与えられる（$\psi$ は $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ に対する角度）．

一方，斜め入射では Analyzer の「透過軸」も横波面内で方位角 $\alpha(\theta,\phi)$ をもつ（正面の $90^\circ$ から偏位する）．直線偏光（$s_3=0$）が方位 $\psi$ をもつとき，理想的なクロスニコルは

$$\Delta(\theta,\phi) \equiv (\alpha-\psi) \bmod 180^\circ \simeq 90^\circ \tag{25}$$

で表され，$\Delta$ が $90^\circ$ からずれるほど漏れが増える．従って暗状態改善の設計目標は次の二点に要約できる：

1. **直線偏光化：** $s_3(\theta,\phi)\to 0$（楕円率を消す）
2. **方位合わせ：** $\Delta(\theta,\phi)\to 90^\circ$（出射偏光の方位を Analyzer の吸収方向へ整列）

ここで重要なのは，正面の $\mathrm{CR}_{00}$ を落とさないことである．すなわち，補償スタックは $\theta=0$ において POL–Analyzer のクロス条件を壊さず，同時に $\theta>0$ で生じる $\alpha(\theta,\phi)$ の偏位を「偏光状態の回転量」で打ち消すように働く必要がある．

### 1.7.3　LC/A/C（LC 吸収軸基準）の設計思想

本研究の LC/A/C は，液晶 LC の長軸方向を入射偏光板 POL の吸収軸にとり，

$$\mathrm{POL}\;/\;\mathrm{LC}\;/\;+\mathrm{A}\;/\;\pm\mathrm{C}\;/\;\mathrm{Analyzer} \tag{26}$$

の順に配置する．ここで LC の光学軸は $\theta=0$ において入射偏光板 POL の吸収軸と一致させ，正面では偏光状態が Analyzer により消光される（$\mathrm{CR}_{00}$ を保持）．斜め入射ではまず，LC により横波面内の偏光状態が回転・楕円化し，続く +A により「Analyzer の吸収軸に向かう」回転成分を付与する．最後の ±C は，主として $s_3$ を抑えつつ（直線偏光化），$(s_1,s_2)$ の方位 $\psi$ を微調整する役割を担う．すなわち，LC と A で方位を作り，C で赤道（$s_3\simeq 0$）へ押し戻しながら整列させるという役割分担である．このとき $\phi\simeq 45^\circ$・所望の $\theta$ に対して $A$ の面内リタデーション（$R_\mathrm{o}$ スケール）と $C$ の面外リタデーション（$R_\mathrm{th}$ 符号付き）を最適化すると，「$\alpha(\theta,\phi)$ の偏位量」と「補償スタックによる $\psi(\theta,\phi)$ の回転量」が釣り合い，$\Delta\simeq 90^\circ$ かつ $s_3\simeq 0$ を同時に満たせる．

### 1.7.4　C/A/LC（LC 透過軸基準）の設計思想

透過軸基準では，LC の長軸方向を入射偏光板 POL の透過軸（吸収軸から $90^\circ$）へとり，

$$\mathrm{POL}\;/\;\pm\mathrm{C}\;/\;+\mathrm{A}\;/\;\mathrm{LC}\;/\;\mathrm{Analyzer} \tag{27}$$

のように順序を入れ替えた C/A/LC を考える．順序を入れ替えると，各素子が Poincaré 球上で与える「回転軸」と「回転順序」が変わるため，同じ $(R_\mathrm{o},R_\mathrm{th})$ でも最終的な $\boldsymbol{s}$ の到達点は異なる．しかし，設計目標は共通であり，

$$s_3(\theta,\phi)\to 0, \qquad (\alpha-\psi) \bmod 180^\circ \to 90^\circ \tag{28}$$

を満たすように，+A の $R_\mathrm{o}$ と ±C の $R_\mathrm{th}$（符号を含む）を探索する．直観的には，先段の ±C が楕円率成分（$s_3$）の生成／抑制に強く寄与し，その後段の +A と LC が方位 $\psi$ を Analyzer の吸収軸へ引き込む．したがって C/A/LC は「先に楕円率を制御し，後段で方位を合わせ込む」ルートとして理解でき，LC/A/C とは異なる回転経路で同じ消光条件に到達し得る．

## 2 IPS 光学補償フィルム構成の最適化

本節では，図 4 に示すような IPS パネルの光学補償フィルム構成　POL/LC/A/C/ANA 構成における，CR 視野角の最適化について述べる．ここで，POL は入射側偏光板 (偏光子,polarizer)，LC は液晶，A は A-plate，C は C-plate，ANA は出射側偏光板 (検光子,analyzer) である．尚，LC の長軸と POL の吸収軸を平行とする E モードで偏光板同士はクロスニコル条件である．最適化においては，特定の視点（$\theta = 30°$，$\phi = 45°$）における，コントラスト比 CR$(\theta, \phi)$ に関する ReA–ReC 平面上での，best 条件を探索する．そして，best 条件において $(\theta,\ \phi)$-極座標プロット（polar plot）を用いて CR の視野角マップを作成し，REF（A/C なし：Pol/LC/Analyzer）と比較することで，CR 視野角の拡大を確認する．さらに Stokes 解析の結果に基づき，偏光板の「オフ軸クロスニコルずれ」を補償する光学補償の設計思想の説明を行う．なお，構成は POL/LC/A/C/ANA で E モード配置としたが，POL/C/A/LC/ANA で O モード配置（O モードは LC の長軸と POL の透過軸を平行とする）, POL/C/A/LC/A/C/ANA で E モード/O モード配置の構成の場合も補償設計の思想は同様である．

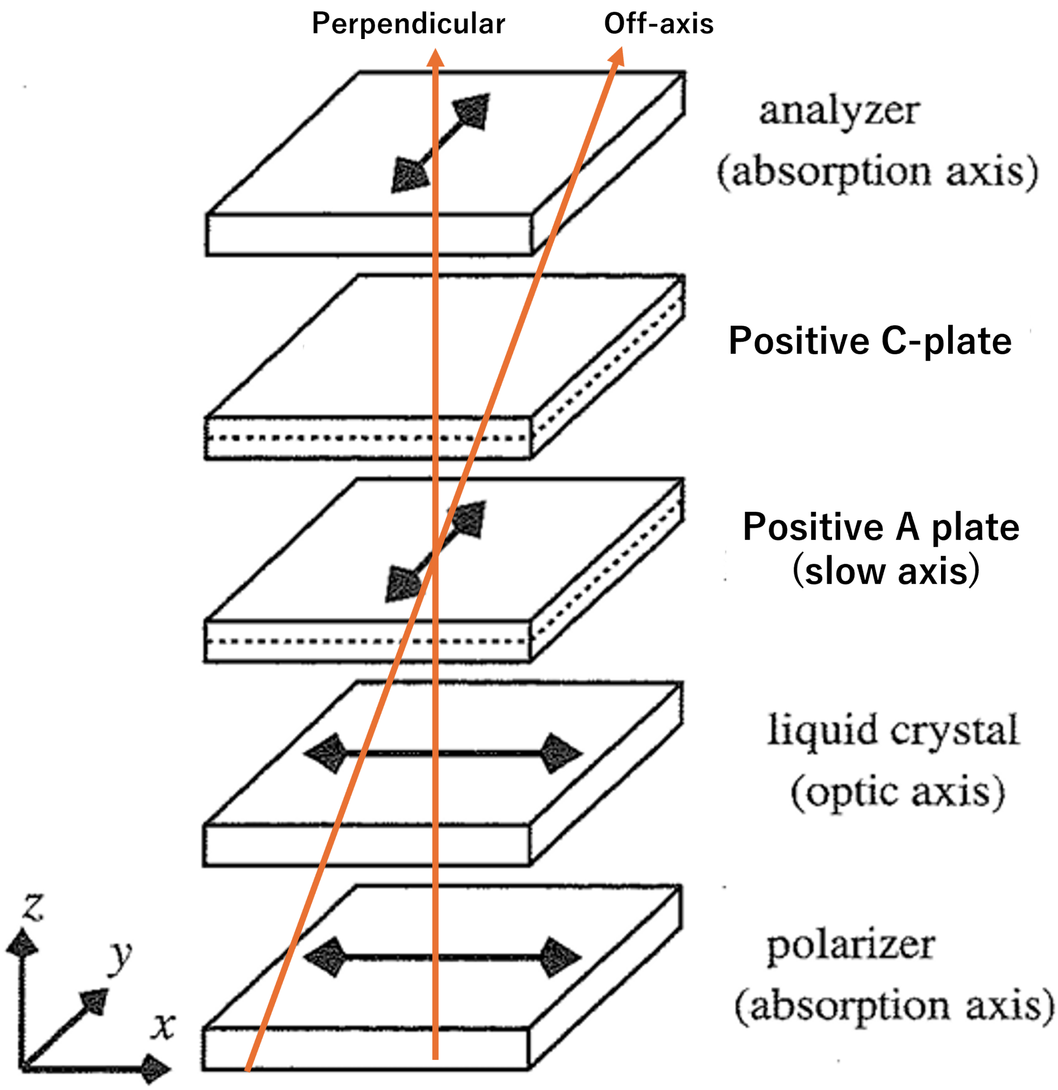



図 4: 光学補償に用いるスタック構成の例 Polarizer/LC/A/C/Analyzer.

表 1: 本節で用いる材料定数と固定パラメータ（代表値）.

| Parameter | Symbol | Value |
|---|---|---|
| LC birefringence | $\Delta n_{\mathrm{LC}}$ | 0.10 |
| LC thickness | $d_{\mathrm{LC}}$ | 3.1 $\mu$m |
| A-plate birefringence (upper) | $\Delta n_{A,\mathrm{up}}$ | 0.00142 |
| A-plate birefringence (lower) | $\Delta n_{A,\mathrm{low}}$ | 0.00145 |
| C-plate birefringence | $\Delta n_{C}$ | 0.12049 |
| LC retardation (design) | $\mathrm{Re}_{\mathrm{LC}}$ | 310 nm |
| A-plate base retardation (each) | $\mathrm{Re}_{A,\mathrm{base}}$ | 155 nm |

## 2.1 計算条件（探索格子と評価量）

探索パラメータは A-plate の有効リターデーション（ReA）と C-plate の有効リターデーション（ReC）である．尚，本節で用いる材料定数と固定パラメータは表 1 に示す通りである．

今回の探索条件は以下の通りである．

- 構成：POL/LC/A/C/ANA
- 偏光板：　クロスニコル条件 $\alpha_{\text{pol\_in}} = 0.0°$, $\alpha_{\text{pol\_out}} = 90.0°$
- LC：リタデーション ReLC = 310 nm, E モード, 光学軸 $\alpha_{\mathrm{LC}} = 2.5°$,
- A-plate: リタデーション ReA $\in [0, 372]$ nm, 光学軸 $\alpha_{\mathrm{A}} = 2.5°$
- C-plate: リタデーション ReC $\in [-280, 280]$ nm
- 最適化すべき評価指標：CR($\theta = 30°,\ \phi = 45°$), および CR($\theta = 0°,\ \phi = 0°$)

## 2.2 入力

### 2.2.1 構成

対象とする光学フィルムの層構成は簡便のため，POL/LC/A/C/ANA とし，入射側偏光板 (Polarizer; POL) の吸収軸 ($\boldsymbol{c}_1$) と LC の屈折率の長軸が平行の LC 吸収軸基準（E モード）に配置する．出射側偏光板 (Analyzer; ANA) の吸収軸 ($\boldsymbol{c}_2$) と POL の吸収軸 $\boldsymbol{c}_1$ は直交するクロスニコル配置とする．尚，通常の POL の透過率と LC の屈折率の長軸が平行な LC 透過軸基準（O モード）の場合は C/A/LC のスタックで E モードと同様の結果が得られる．実際には光学フィルムを C-plate($R_{th}$)/A-plate($R_0$) の組み合わせで記述され，一般には C/A/LC/A/C スタックでモデル化される．しかし，光学補償の設計指針は LC/A/C スタックと同様であり，CR 視野角の定性的な傾向も同様のため，本層構成で実施する．

### 2.2.2 膜厚

本実装では，等方屈折率を $n_o$ とし，各層の複屈折を $\Delta n$ として異常屈折率 $n_e = n_o + \Delta n$ を与える．位相差（リタデーション）Re と膜厚 $d$ の関係は

$$\mathrm{Re} = \Delta n\, d, \tag{29}$$

であり，与えられた Re（nm）と $\Delta n$ から膜厚は

$$d\,[\mu\mathrm{m}] = \frac{\mathrm{Re}\,[\mathrm{nm}]}{1000\,\Delta n} \tag{30}$$

と換算できる．LC は $d_{\mathrm{LC}}$ と $\Delta n_{\mathrm{LC}}$ を固定し，設計値として $\mathrm{Re}_{\mathrm{LC}} = \Delta n_{\mathrm{LC}} d_{\mathrm{LC}}$ が定まる．

一方，A-plate は 主に面内リタデーション（$R_0$）を補償する役割 C-plate は主に 厚み方向リタデーション（$R_{th}$）を担い斜入射起因の残差を抑える役割を担う．A-plate の膜厚は，選択した材料（upper/lower）の $\Delta n_A$ により $d_A = \mathrm{Re}_A/(1000\,\Delta n_A)$ として決まる．

[*1]

同様に，C-plate の設計は膜厚 $d_C$ を直接固定するのではなく，C-plate のリタデーション $\mathrm{Re}_C$（nm）を最適化変数として走査し，式 (30) により

$$d_C\,[\mu\mathrm{m}] = \frac{\mathrm{Re}_C\,[\mathrm{nm}]}{1000\,\Delta n_C} \tag{32}$$

へ換算して膜厚表記を与える．

なお $\mathrm{Re}_C$ の符号は，実装上は “signed ReC” として取り扱い，負の場合は TAC などの negative C-plate を表す．

### 2.2.3 光学軸方位の定義

### 2.2.4 基準配置

本節では，基準配置として以下を採用する．

- 入射側偏光板（POL）の吸収軸を $x$ 軸に一致させる：$\mathbf{c}_1 = \hat{\mathbf{x}}$.
- 液晶（LC）の面内光学軸も $x$ 軸に一致させる：$\mathbf{a}_{\mathrm{LC}} = \hat{\mathbf{x}}$.
- 出射側偏光板（アナライザー）の吸収軸を $y$ 軸に一致させる：$\mathbf{c}_2 = \hat{\mathbf{y}}$.

したがって基準配置では，$\mathbf{c}_1 \parallel \hat{\mathbf{x}},\quad \mathbf{a}_{\mathrm{LC}} \parallel \hat{\mathbf{x}},\quad \mathbf{c}_2 \parallel \hat{\mathbf{y}}$ となり，入射側偏光板と出射側偏光板はクロスニコル条件（透過軸が互いに直交）を満たす．

### 2.2.5 光学軸の向き

本プログラムでは汎用性を確保するため，各層の光学軸方位は，基準軸として入力側偏光子（POL）の透過軸を取り，その方位角を 0° と定義する．これに対し，上側 A-plate，下側 A-plate，LC の配向（LC のラビング方向あるいは暗状態の等価主軸），および C-plate の光学軸方位をそれぞれ

$$\alpha_{\mathrm{A,top}},\ \alpha_{\mathrm{A,bot}},\ \alpha_{\mathrm{LC}},\ \alpha_{\mathrm{C}}$$

で表し，相対角として

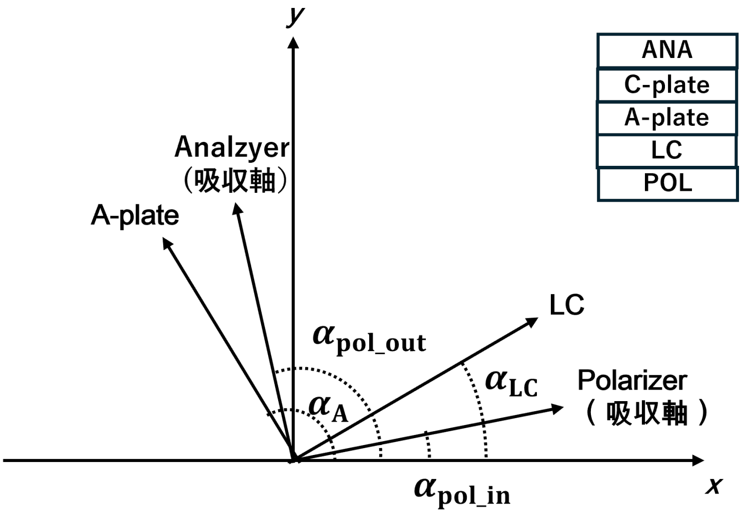
$$\texttt{relA} = \Delta\alpha_{\mathrm{A,top}} = \alpha_{\mathrm{A,top}} - \alpha_{\mathrm{POL}},\quad \texttt{lc\_rel} = \Delta\alpha_{\mathrm{LC}} = \alpha_{\mathrm{LC}} - \alpha_{\mathrm{POL}},\quad \text{etc.}$$

---

[*1] プログラムの作成経緯から，実際にはスケール係数 $A_{\mathrm{scale}}$ により

$$\mathrm{Re}_A = A_{\mathrm{scale}}\,\mathrm{Re}_{A,\mathrm{base}} \tag{31}$$

で与える．ここで $\mathrm{Re}_{A,\mathrm{base}}$ は「$\mathrm{Re}_{LC}/2$」に固定する必然性はなく，（A/LC/A 構成の “each” 割当として $\mathrm{Re}_{LC}/2$ を用いる流儀は存在するが），本節の単一 A では目的関数に応じて $\mathrm{Re}_{A,\mathrm{base}}$ を別途与える（あるいは最適化変数として扱う）．




**(C) Derived azimuths used in the stack (deg)**

| | | |
|---|---|---|
| Input-side azimuth (POL) | $\alpha_{\mathrm{pol,in}}$ | $\texttt{pol\_in}$ |
| Lower A azimuth | $\alpha_{A,\mathrm{bot}}$ | $\texttt{pol\_in} + \texttt{relA}$ |
| LC azimuth | $\alpha_{LC}$ | $\texttt{pol\_in} + \texttt{lc\_rel}$ |
| Upper A azimuth | $\alpha_{A,\mathrm{top}}$ | $90^\circ + \texttt{pol\_out} + \texttt{relA}$ |
| Output-side azimuth (POL) | $\alpha_{\mathrm{pol,out}}$ | $90^\circ + \texttt{pol\_out}$ |

図 5: 光学軸方位の定義.

を用いて記述する（$\alpha_{\mathrm{POL}} = 0^\circ$）．例えば，

POL / LC / A / C / ANA

とし，図 5 のように，面内角度はすべて「偏光板の吸収軸」を基準とする角度として与える．基準配置として，入射側偏光板（POL）の吸収軸を $x$ 軸（$\mathbf{c}_1 = \hat{\mathbf{x}}$），出射側偏光板（Analyzer）の吸収軸を $y$ 軸（$\mathbf{c}_2 = \hat{\mathbf{y}}$）に一致させる．このとき，pol_in, pol_out（deg）はそれぞれ吸収軸の $z$ 軸回り回転角であり，偏光板がクロスニコルの基準位置から回転ずれを起こす場合に使用する．

上述のように，pol_in=0, pol_out=0 はクロスニコル状態である．LC の面内光学軸は pol_in に対して相対角 relLC を持ち，

$$\alpha_{\mathrm{LC}} = \texttt{pol\_in} + \texttt{rel\_LC} \tag{33}$$

で与えられる．一方，A-plate は本実装では Analyzer 側（pol_out）を基準として配置され，A の方位角は

$$\alpha_A = A_{\mathrm{base}} + \texttt{pol\_out} + \texttt{relA} \tag{34}$$

で与えられる（Case-1 では $A_{\mathrm{base}} = 90^\circ$ に固定）．したがって Analyzer 側を基準に固定し（pol_out=0），入力側のみ pol_in を回転させる場合，LC のみが pol_in に追随し，A は固定角のままとなり，独立に設定することが可能となる．

実際の計算では（`pol_in`=0°, `pol_out`=0°），`relA`=0.25°, `rel_LC`=0.25° とした場合，

$$\alpha^{(\mathrm{abs})}_{\mathrm{pol,in}} = 0^\circ, \qquad \alpha_{\mathrm{LC}} = 0.25^\circ, \qquad \alpha_{\mathrm{A}} = 90.25^\circ, \qquad \alpha^{(\mathrm{abs})}_{\mathrm{pol,out}} = 90^\circ. \tag{35}$$

とした．

## 2.3 最適化手法及び結果

### 2.3.1 最適化手法

本最適化手法では正面 CR00($\theta = 0$) を維持しつつ，ターゲット視点 CR($\theta = 30^\circ$, $\phi = 45^\circ$) を最大化することを目的とする．したがって，最適化変数は A-plate のリタデーション ReA と C-plate のリタデーション ReC の 2 変数である．探索範囲は

$$\mathrm{ReA} \in [0, 372]\ \mathrm{nm}, \quad \mathrm{ReC} \in [-280, 280]\ \mathrm{nm}$$

とし，格子点間隔は 2.0 nm とした．各格子点において，ターゲット視点 CR を計算し，最も大きな CR を与える (ReA, ReC) の組み合わせを best 条件として採用する．尚，本プログラムにおける最適化（progress における best 判定，および基本の CR 評価）は，単色 $\lambda = 550$ nm に固定された評価ではなく，代表波長

$$\lambda_B = 450\ \mathrm{nm}, \qquad \lambda_G = 546\ \mathrm{nm}, \qquad \lambda_R = 610\ \mathrm{nm}$$

を用いた白色（W）評価として定義されている．白色評価は，各波長の暗状態リーク透過率 $T_{\mathrm{leak}}(\theta, \phi; \lambda)$ を重み付き平均して

$$T^{(W)}_{\mathrm{leak}}(\theta, \phi) = \frac{\sum_{k \in \{B,G,R\}} w_k\, T_{\mathrm{leak}}(\theta, \phi; \lambda_k)}{\sum_{k \in \{B,G,R\}} w_k}$$

とし（デフォルトでは $w_B = w_G = w_R = 1$），この $T^{(W)}_{\mathrm{leak}}$ から白色コントラスト比

$$\mathrm{CR}^{(W)}(\theta, \phi) = \frac{T^{(W)}_{\mathrm{bright}}(\theta, \phi)}{T^{(W)}_{\mathrm{leak}}(\theta, \phi)}$$

を構成する方式である．ここで重要なのは，白色評価が CR($\theta, \phi; \lambda$) を波長平均した量ではなく，$T_{\mathrm{leak}}$ を平均してから CR を定義する点である．したがって，「最適化は $\lambda = 550$ nm で行った」という理解は実装上は正確ではなく，より正確には「$\lambda_G = 546$ nm を含む B/G/R（450/546/610 nm）の白色評価を目的関数として最適化した」と解釈されるべきである．

### 2.3.2 最適化結果

図 6 は ReA–ReC 2 次元マップを示し，各格子点 (ReA, ReC) に対してターゲット視点での CR($\theta$=30°, $\phi$=45°) を計算し，等高線として可視化したものである（デフォルトでは $\log_{10}$ CR 表示）．

2 次元格子全体で最大の CR を与える条件（global best）は次である：

$$\boxed{\mathrm{ReA} = 116.25\ \mathrm{nm}, \quad \mathrm{ReC} = 85\ \mathrm{nm}, \quad \mathrm{CR}(30^\circ, 45^\circ) = 9.097 \times 10^2}$$

最適条件における主要指標は次である：

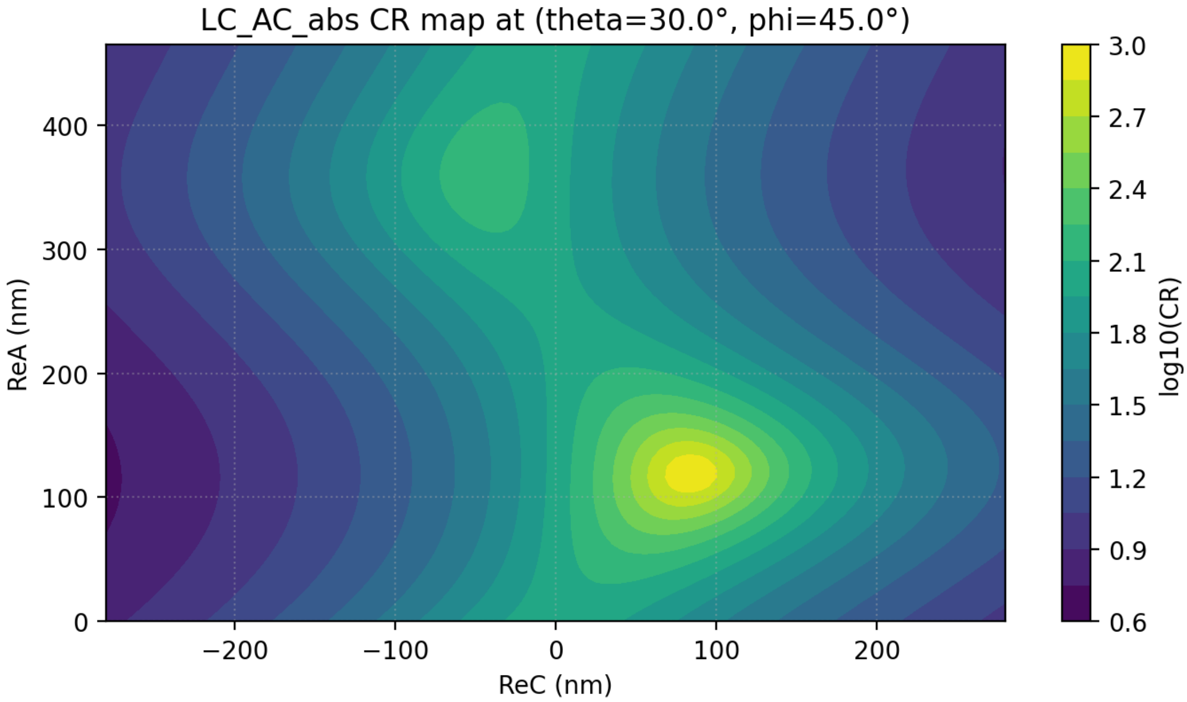



図 6: ターゲット視点での $CR(\theta{=}30°, \phi{=}45°)$ ReA–ReC 2 次元マップ

- ターゲット視点（$30°, 45°$）：

$$\mathrm{CR}_{\mathrm{LC-only}} = 1.079 \times 10^2, \qquad \mathrm{CR}_{\mathrm{best}} = 9.097 \times 10^2,$$

$$\boxed{\text{改善率} = \mathrm{CR}_{\mathrm{best}}/\mathrm{CR}_{\mathrm{LC-only}} \approx 8.43}$$

- 正面（CR00）：両者はほぼ同等

$$\mathrm{CR00}_{\mathrm{LC-only}} \approx 1.975 \times 10^4, \quad \mathrm{CR00}_{\mathrm{best}} \approx 1.976 \times 10^4$$

したがって，補償は正面の明暗を損なわずに，オフ軸の暗状態リークを低減し，視野角全体の低 CR 領域を押し上げる効果を持つ．尚，ReC を各 ReA で最適化した包絡線 $\mathrm{CR}_{\mathrm{max}}(\mathrm{ReA})$ には主ピーク以外に第 2 ピークが存在する．REF（Pol/LC/Analyzer），best 条件，および第 2 ピーク条件における最適化指標である正面 CR00 とターゲット視点 CR（$\theta = 30°, \phi = 45°$）の比較を表 2 に示す．

表 2: REF（Pol/LC/Analyzer），best 条件，および第 2 ピーク条件における正面 CR00 とターゲット視点 CR（$\theta = 30°, \phi = 45°$）の比較．

| 条件 | 構造 | ReA [nm] | ReC [nm] | CR($\theta$=0°, $\phi$=0°) | CR($\theta$=30°, $\phi$=45°) |
|---|---|---|---|---|---|
| ref | only LC | – | – | $1.9752 \times 10^4$ | $1.0789 \times 10^2$ |
| best（第 1 ピーク） | LC/A/C | 116.25 | 85 | $1.9763 \times 10^4$ | $9.0971 \times 10^2$ |
| 第 2 ピーク | LC/A/C | 364.25 | −45 | $4.1561 \times 10^4$ | $1.5097 \times 10^2$ |

主ピークと第 2 ピークの物理解釈は以下の通りである．本系の補償は，オフ軸で発生する「偏光子・検光子の実効クロス条件の崩れ」を，A-plate と C-plate の位相回転（Poincaré 球上の回転）で打ち消す問題とし

て理解できる．主ピーク（ReA ∼ 116 nm, ReC ∼ 85 nm）は，比較的小さな総位相遅れで「オフ軸で増加した analyzer 軸の実効回転」を補正し，出射偏光をほぼ線偏光のまま analyzer と直交に戻す枝である．第 2 ピーク（ReA ∼ 364 nm, ReC ∼ −45 nm）は，より大きな ReA により Poincaré 球上で一度大きく回転してから別の方位で直交条件に近づく（「回り込み」）枝に相当し，局所的に $CR$ を回復するが，主ピークほど強くはない．2 次元等高線では主ピークの近傍に鋭い高 CR 領域が形成され，第 2 ピークは ReA 大側に広がりのある丘として現れる．

## 2.4　best 条件と参照（Pol/LC/Analyzer）の ISO-CR 比較

(a)　(b)

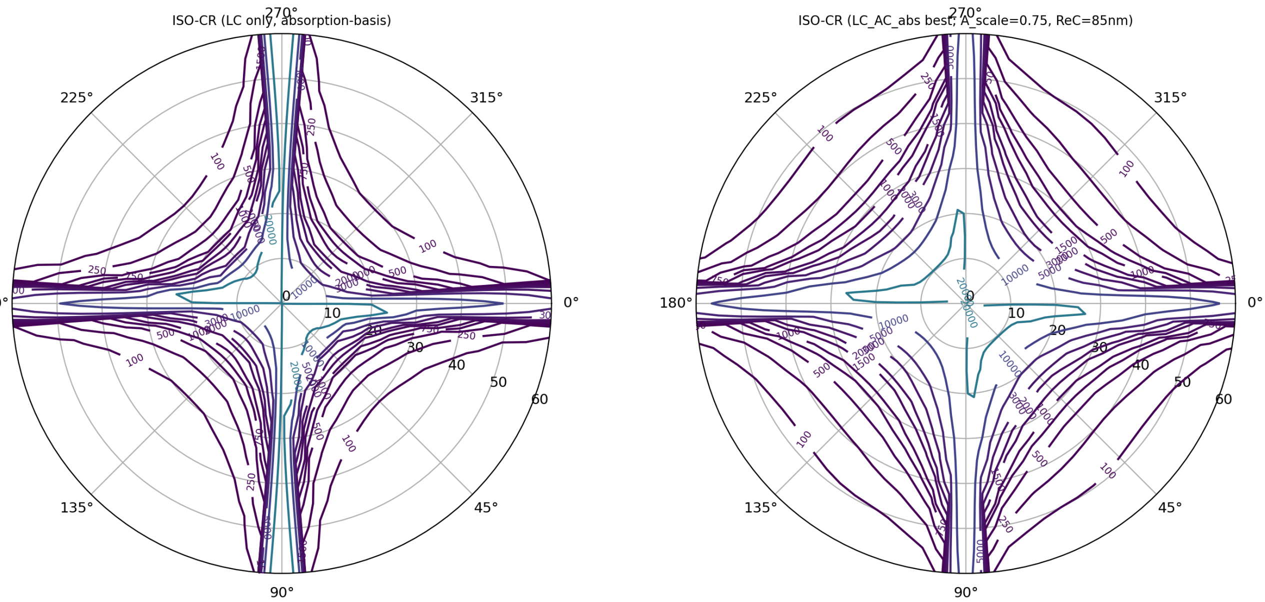



図 7: ISO-CR 比較．(a) 補償なしの REF 構成，(b) A/C プレートによる最適化後．

POL/LC/A/C/ANA 構成の best 条件と光学補償なし (POL/LC/ANA) の ISO-CR 図の定性的比較を Fig 7 に示す．

Fig 7 (a) では，特定方位角にリークの強いローブが現れ，等高線が歪む（CR が急落する）．これはオフ軸で偏光子・検光子の実効軸が理想クロスから外れ，暗状態でも analyzer 透過成分が残ることに起因する．

Fig 7 (b) では，ターゲット方位（$\phi \approx 45°$）近傍の CR が大きく押し上がると同時に，低 CR ローブが緩和され，等高線がより滑らかに広がる．これにより CR 視野角が改善する．

## 2.5　Stokes 解析による斜め視野における「クロスニコル条件の破綻」と補償の説明

POL/LC/A/C/ANA 構成において，偏光状態を（規格化）Stokes パラメータにより解析する．C-plate 出射後の偏光状態の Stokes パラメータは

$$(s_1, s_2, s_3) = (0.9655,\ 0.2460,\ 5.1 \times 10^{-4}),$$

であり $s_3 \approx 0$ より，ほぼ直線偏光である．この時，ターゲット視点の CR（$\theta = 30°, \phi = 45°$）が最大化する理由を以下に説明する．

### 2.5.1 オフ軸でクロスニコル条件が崩れる理由

正面入射では，理想的に Pol と Analyzer を 90° 直交（クロスニコル）に置けば，暗状態で透過は抑圧される．しかしオフ軸では，O-type 偏光子・検光子の実効透過軸は波数ベクトル $\hat{\boldsymbol{k}}$ と吸収軸 $\boldsymbol{c}$ により

$$\boldsymbol{o} = \frac{\hat{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{c}}{\|\hat{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{c}\|}$$

で与えられる横波成分へ投影されるため，実効的な透過軸が視線方向に依存して回転する．その結果,「名目上のクロスニコル（90°）」から外れ，本視点では analyzer 実効軸の方位が

$$\alpha = 98.213°$$

までずれる（＝クロス角が広がる)．

### 2.5.2 A-plate + C-plate による補償の本質：出射偏光の回転

暗状態のリークは概ね「analyzer 実効軸」と「スタック出射偏光」の非直交成分で決まる．ここで出射偏光がほぼ線偏光（$s_3 \approx 0$）であるとき，Stokes から線偏光方位 $\psi$ は

$$\psi = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{s_2}{s_1}\right)$$

で与えられる．今回，最適化された A/C 補償により

$$\psi = 7.148°$$

だけ出射偏光が回転し，

$$\Delta = (\alpha - \psi) \bmod 180° = 91.065°$$

となって analyzer とほぼ直交（理想 90°）へ戻されている．すなわち，A-plate + C-plate は正面視点では CR に影響を与えることなく，かつ，ターゲット視点では「オフ軸で増加したクロス角（98.2°）」を，出射偏光側の回転（$\psi$ の生成）によって打ち消し，直交条件へ近づけていると解釈できる．

## 2.6 結論

1. POL/LC/A/C/ANA の光学補償における best 条件は

$$\mathrm{ReA} = 116.25\ \mathrm{nm},\ \mathrm{ReC} = 85\ \mathrm{nm},\ \mathrm{CR} = 9.10 \times 10^2$$

   で与えられた．
2. best 条件は LC-only（Pol/LC/Analyzer）に対し，ターゲット視点の CR を約 8.4 倍改善し，ISO-CR の極座標プロットにおいても，CR>100 の領域が広がり CR 視野角特性が大きく改善した．
3. Stokes 解析より，オフ軸で analyzer 実効軸が $\alpha = 98.2°$ まで回転してクロス条件が崩れるが，A-plate + C-plate により出射偏光方位が $\psi \simeq 7.14°$ 生成され，$\Delta \simeq 91.06°$ として直交条件へ戻すことでリークを低減していることが説明できる．

# 3　波長依存性評価

本節では，最適条件付近における正面 CR と斜め視野の CR に対し波長依存性の影響 [3] を検討する．具体的には 最適化で得た補償条件（ReA $= 116.25$ nm，ReC $= 85$ nm）を固定したまま，単色波長 $\lambda$ を掃引し，(i) 正面暗状態 CR00$(\lambda)$ と，(ii) 斜め視点 $\theta = 30^\circ$ における 4 方位平均

$$\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda) \equiv \frac{1}{4}\Big(\mathrm{CR}(30, +45; \lambda) + \mathrm{CR}(30, -45; \lambda) + \mathrm{CR}(30, +135; \lambda) + \mathrm{CR}(30, -135; \lambda)\Big)$$

の波長依存性を評価する．ここで CR00$(\lambda)$ は単色（mono）評価，$\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda)$ も同様に単色（mono）評価である．また ISO 分布として，代表波長 B/G/R（450/546/610 nm）の単色 ISO と，B/G/R のリーク透過率平均に基づく白色（W）ISO を併記し，波長による分布変化を視覚的に示す．

## 3.1　評価条件

波長掃引は

$$\lambda \in \{450, 470, \ldots, 650\}\ \mathrm{nm} \qquad (\Delta\lambda = 20\ \mathrm{nm})$$

で行い，分散モデルは `flat`（材料の $\Delta n(\lambda)$ の分散を入れず，主として位相遅れが $\Gamma(\lambda) \propto 1/\lambda$ により波長依存するモデル）を用いた．このとき短波長側ほど位相回転量が大きくなり，補償条件が波長とともに過補償／不足補償へ移行し得る．

## 3.2　結果

表 3 に，波長ごとの CR00$(\lambda)$ と 4 方位平均 $\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda)$，ならびに内訳として $\mathrm{CR}(30, \phi; \lambda)$ $(\phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ)$ を示す．

表 3: 波長掃引における単色評価 (mono) のまとめ．CR00$(\lambda)$ と $\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda)$，および $\theta = 30^\circ$・$\phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ の各 CR を示す．

| $\lambda$ [nm] | CR00 | $\overline{\mathrm{CR}}_{30}$ | CR(30, +45) | CR(30, −45) | CR(30, +135) | CR(30, −135) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 450 | 10800.9 | 4912.95 | 2702.37 | 7123.54 | 7123.54 | 2702.37 |
| 470 | 11048.7 | 8367.11 | 11739.44 | 4994.78 | 4994.78 | 11739.44 |
| 490 | 11335.0 | 8814.77 | 15600.25 | 2029.29 | 2029.29 | 15600.25 |
| 510 | 11652.8 | 2656.84 | 4251.86 | 1061.82 | 1061.82 | 4251.86 |
| 530 | 11996.5 | 1252.88 | 1835.71 | 670.04 | 670.04 | 1835.71 |
| 550 | 12361.8 | 762.46 | 1049.99 | 474.93 | 474.93 | 1049.99 |
| 570 | 12745.2 | 531.83 | 700.44 | 363.21 | 363.21 | 700.44 |
| 590 | 13143.9 | 403.11 | 513.43 | 292.79 | 292.79 | 513.43 |
| 610 | 13555.3 | 323.00 | 400.77 | 245.20 | 245.20 | 400.77 |
| 630 | 13977.4 | 269.21 | 327.10 | 211.33 | 211.33 | 327.10 |
| 650 | 14408.4 | 231.08 | 275.94 | 186.22 | 186.22 | 275.94 |

図 8 は CR00$(\lambda)$ と $\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda)$ の波長依存性を示す

図 8（および表 3）から，CR00$(\lambda)$ と $\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda)$ はいずれも顕著な波長依存性を持つが，依存の傾向は互いに

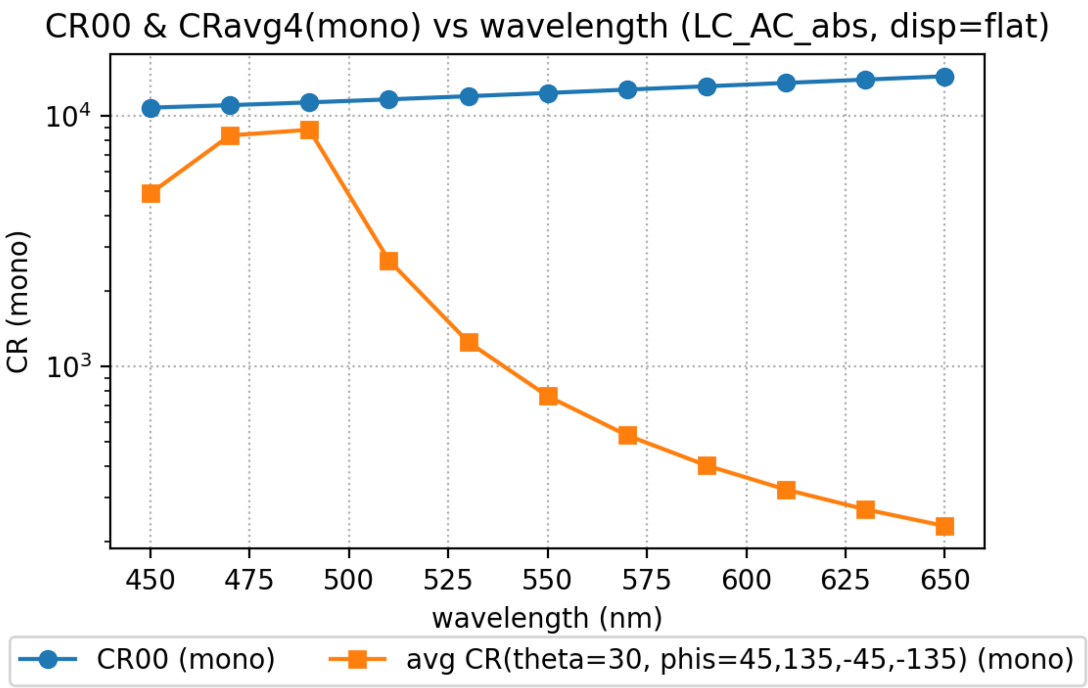



図 8: 単色評価（mono）における $\mathrm{CR00}(\lambda)$ と 4 方位平均 $\overline{\mathrm{CR}}_{30}(\lambda)$ の波長依存性.

大きく異なることが分かる．具体的には，正面暗状態は

$$\mathrm{CR00}(450\ \mathrm{nm}) \approx 1.08 \times 10^4 \ \rightarrow \ \mathrm{CR00}(650\ \mathrm{nm}) \approx 1.44 \times 10^4$$

と長波長側で緩やかに増加するのに対し，斜め視点の平均性能は

$$\overline{\mathrm{CR}}_{30}(490\ \mathrm{nm}) \approx 8.8 \times 10^3$$

付近で最大となった後，長波長側で急激に低下し，

$$\overline{\mathrm{CR}}_{30}(650\ \mathrm{nm}) \approx 2.3 \times 10^2$$

まで落ちる．すなわち，正面暗状態を改善する方向（長波長側）と，斜め視点の平均性能を改善する方向（短波長側）とが一致しない．

この差は，補償スタックが与える偏光状態の回転量（位相遅れ）が $\Gamma(\lambda) \propto 1/\lambda$ として波長により変化することに起因し，(i) 正面（$\theta = 0$）では残留位相が小さくなるほど暗状態リークが減少しやすい一方，(ii) 斜め視点（$\theta = 30^\circ$）では波長により「直交条件が回復する方位と程度」が強く変化するためである．このため，広帯域で両者を同時に改善するには，実材料の分散を考慮した補償設計か，A-plate などの光学フィルムの追加が必要となる．

## 3.3 RGBW 毎の CR 視野角分布（等高線 ISO）

代表波長 B/G/R（450/546/610 nm）の単色と白色（W）の CR 視野角分布（ISO）を図 9 に示す．ここで W は，B/G/R のリーク透過率 $T_{\mathrm{leak}}$ を平均して白色リークを作る定義であり，最適化で用いた W 評価と整合

する．一方，B/G/R は単色（mono）ISO であり，波長ごとの分布変化（ローブの回転・入れ替わり）を直観的に把握するために用いる．

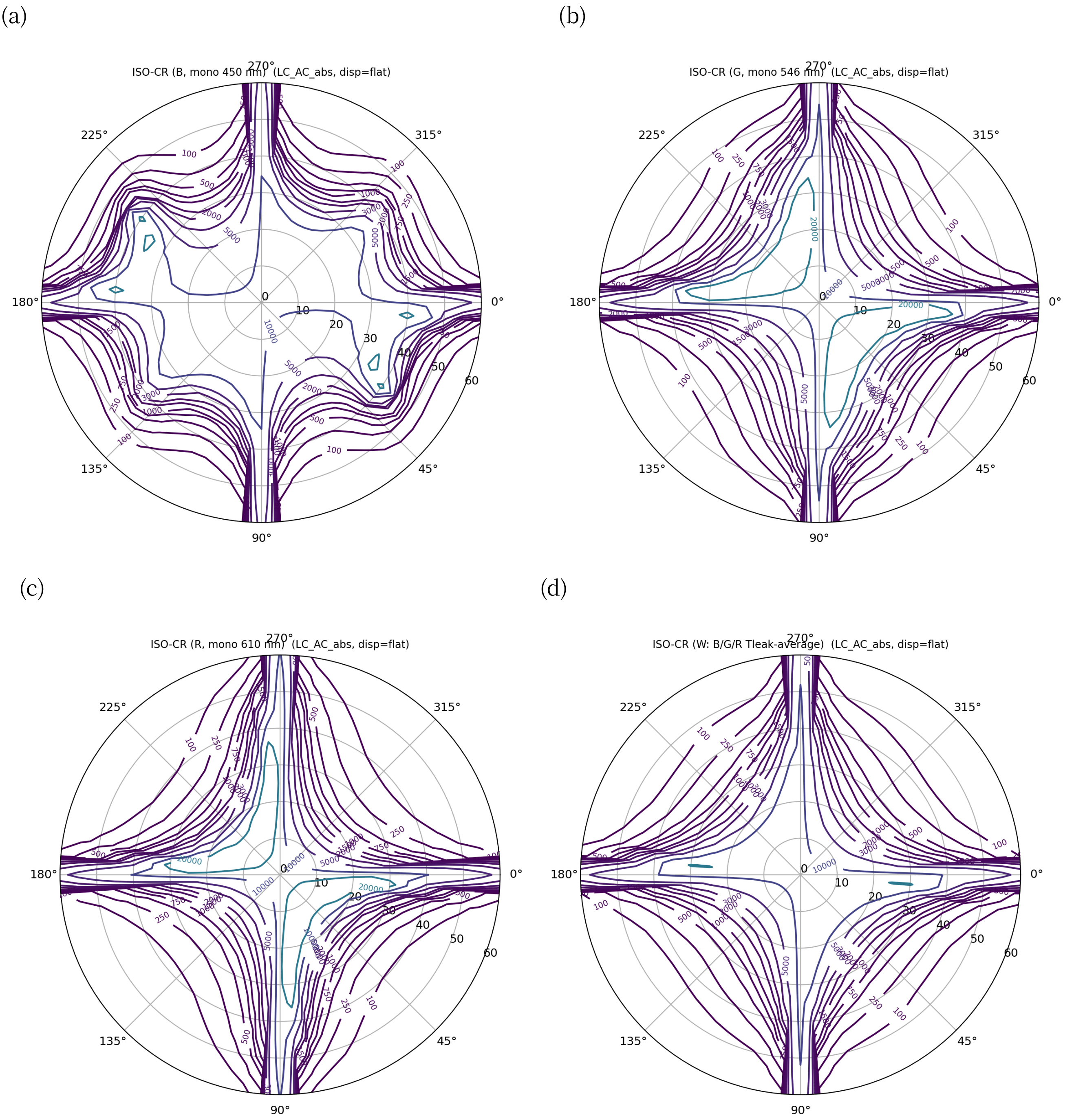



図 9: 代表波長 B/G/R の単色 ISO と，白色（W）ISO の比較．単色では波長により ISO 分布（高 CR ローブの位置・強度）が大きく変化し得るのに対し，W は B/G/R のリーク平均によりスペクトル平均化された分布を与える．

図 9 では，B（450 nm）と G（546 nm），R（610 nm）で高 CR のローブ構造が異なり，特に短波長側で分布の変化が大きいことが分かる．これは表 3 に見られるように，$\theta = 30°$ の特定方位で CR が急激に増減し

得ることと整合する．一方で W（白色）は B/G/R を平均化するため，単色の鋭いピークや方位入れ替わりは緩和され，広帯域で観測される見かけの視野角特性に近い分布となる．

### 3.4　実材料分散と分散補償スタックの必要性

本節の結果は `flat` 分散（$\Delta n(\lambda)$ の分散を無視）に基づくため，実材料（TAC，A-plate，C-plate，LC）の波長分散を考慮すると，

$$\Gamma(\lambda) \propto \frac{\Delta n(\lambda)\, d}{\lambda}$$

により波長依存性はさらに複雑化し得る．特に LC の複屈折分散やポリマー補償膜の分散は，単色最適化条件を白色へ拡張する際の主要因となる．したがって，広帯域で安定な視野角補償（CR の波長依存と方位非対称の抑制）を実現するには，実材料の分散を組み込んだモデルに基づき，

- A/C の材料分散を反映した ReA($\lambda$)，ReC($\lambda$) の整合，
- 追加補償板（多層 A/C，あるいは分散補償用の複合膜）による波長依存性の相殺，
- 目的関数として白色（W）だけでなく，単色 B/G/R の最悪値や方位非対称も含めた同時最適化

など，波長依存性を消す（または抑える）ような補償フィルム構成が必要である．

## 4　A-plate と Analyzer 連動貼りずれに対する IPS 光学補償の感度と方位非対称性評価

### 4.1　要旨

IPS 液晶セルの光学補償スタック POL/LC/A/C/ANA（E-mode, abs）において，最適条件（best 近傍）を中心に A-plate と Analyzer を同一角度 $\Delta$ だけ連動回転させたときの，正面暗状態 CR00 の劣化と，斜め視点 $\theta = 30°$ における $\phi = \pm 45°, \pm 135°$ の方位非対称性を定量評価する．連動回転は「相対角を保ったまま系全体が回る」誤差モデルであり，単独 misalignment と比べて方位非対称を抑制できる点が存在する一方，正面暗状態の劣化を伴う場合がある．本研究ではペア非対称指標 $A_{45}, A_{135}$ を導入し，公差設計における CR00 と方位非対称のトレードオフを整理した．

### 4.2　背景と目的

IPS ではオフ軸で偏光子・検光子の実効透過軸が視線方向に依存して回転し，暗状態リークが増加してコントラスト比 CR($\theta, \phi$) が低下する．A-plate + C-plate による光学補償は，Poincaré 球上の回転として理解でき，オフ軸で崩れた直交条件を出射偏光側の回転で打ち消すことでターゲット視点（例：$\theta = 30°, \phi = 45°$）の CR を改善する．

しかし実装ではフィルム貼り合わせや偏光板貼りで貼りずれが生じる．貼りずれの影響は正面暗状態 CR00 の低下として現れるだけでなく，方位角 $\phi$ の符号反転に対する非対称（例：$\mathrm{CR}_{30,+45} \neq \mathrm{CR}_{30,-45}$）としても現れ得る．本稿の目的は，A-plate と Analyzer を同一角度で連動回転させる誤差モデル（A_polout）に対し，

- CR00($\Delta$) の感度

- $\theta = 30^\circ$ における $\phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ の方位非対称の感度

を同時に評価し，公差議論に必要な指標を整理することである．

## 4.3 評価条件と指標

### 4.3.1 中心条件（best 近傍）

中心条件は最適化結果（best 近傍）であり，

$$\mathrm{ReA} = 116.25\ \mathrm{nm}, \qquad \mathrm{ReC} = 85\ \mathrm{nm}$$

を用いる．偏光板は `pol_in`$= 0^\circ$, `pol_out`$= 0^\circ$ とし，LC と A の基準方位オフセットを

$$\texttt{relLC} \simeq 0.25^\circ, \qquad \texttt{relA} \simeq 0.25^\circ$$

とする．LC のリタデーションは

$$\mathrm{ReLC} = dn \cdot d = 310\ \mathrm{nm}$$

で一定である．

## 4.4 連動回転（A_polout）

出射側偏光板に貼りずれが生じた状態を模擬するため，A-plate と Analyzer を同一角度 $\Delta$ だけ回転させる：

$$\alpha_{\mathrm{A}} \to \alpha_{\mathrm{A}} + \Delta, \qquad \alpha_{\mathrm{out}} \to \alpha_{\mathrm{out}} + \Delta,$$

尚，C-plate は面内方向は等方のため，回転角には定義されない．POL 入射側，LC は固定とする．掃引条件は

$$\Delta \in \{-3.0^\circ, -2.5^\circ, \ldots, +2.5^\circ, +3.0^\circ\} \qquad (\Delta_{\mathrm{step}} = 0.5^\circ).$$

### 4.4.1 方位非対称性指標

オフ軸の 4 方位を

$$\mathrm{CR}_{30,\phi}(\Delta) \equiv \mathrm{CR}(\theta = 30^\circ, \phi; \Delta), \qquad \phi \in \{+45^\circ, -45^\circ, +135^\circ, -135^\circ\}$$

と定義する．$\pm\phi$ のペア非対称を dB で

$$A_\phi(\Delta) = 10 \log_{10}\left(\frac{\mathrm{CR}_{30,+\phi}(\Delta)}{\mathrm{CR}_{30,-\phi}(\Delta)}\right), \qquad (\phi = 45^\circ, 135^\circ)$$

とする．$A_\phi = 0$ は方位対称であり，$|A_\phi|$ が大きいほど非対称が強い．

## 4.5 結果

### 4.5.1 中心（$\Delta = 0$）での CR と初期非対称

中心条件（$\Delta = 0$）では，

$$\mathrm{CR00}(0) = 1.976 \times 10^4,$$

$$\mathrm{CR}_{30,+45}(0) = 9.097 \times 10^2, \quad \mathrm{CR}_{30,-45}(0) = 7.166 \times 10^2,$$

表 4: A-plate と Analyzer 連動回転（A_polout）における全スキャン点（$\Delta = -3^\circ \ldots +3^\circ$）の結果．CR は白色（W）評価.

| $\Delta$[deg] | CR00 | $\mathrm{CR}_{30,+45}$ | $\mathrm{CR}_{30,-45}$ | $\mathrm{CR}_{30,+135}$ | $\mathrm{CR}_{30,-135}$ | $A_{45}$[dB] | $A_{135}$[dB] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| −3.0 | 626.51 | 563.27 | 253.64 | 253.64 | 563.27 | 3.465 | −3.465 |
| −2.5 | 870.54 | 681.45 | 301.55 | 301.55 | 681.45 | 3.541 | −3.541 |
| −2.0 | 1286.86 | 808.41 | 360.91 | 360.91 | 808.41 | 3.502 | −3.502 |
| −1.5 | 2077.35 | 922.12 | 433.60 | 433.60 | 922.12 | 3.277 | −3.277 |
| −1.0 | 3821.27 | 989.75 | 520.19 | 520.19 | 989.75 | 2.794 | −2.794 |
| −0.5 | 8468.54 | 985.08 | 617.71 | 617.71 | 985.08 | 2.027 | −2.027 |
| +0.0 | 19762.91 | 909.71 | 716.61 | 716.61 | 909.71 | 1.036 | −1.036 |
| +0.5 | 16874.54 | 791.71 | 798.88 | 798.88 | 791.71 | −0.039 | 0.039 |
| +1.0 | 6941.33 | 663.58 | 842.18 | 842.18 | 663.58 | −1.035 | 1.035 |
| +1.5 | 3278.85 | 546.06 | 831.96 | 831.96 | 546.06 | −1.829 | 1.829 |
| +2.0 | 1845.11 | 447.17 | 772.16 | 772.16 | 447.17 | −2.372 | 2.372 |
| +2.5 | 1169.65 | 367.34 | 682.04 | 682.04 | 367.34 | −2.687 | 2.687 |
| +3.0 | 803.96 | 304.01 | 583.15 | 583.15 | 304.01 | −2.829 | 2.829 |

$$\mathrm{CR}_{30,+135}(0) = 7.166 \times 10^2, \quad \mathrm{CR}_{30,-135}(0) = 9.097 \times 10^2.$$

したがって

$$A_{45}(0) = +1.036 \text{ dB}, \qquad A_{135}(0) = -1.036 \text{ dB}.$$

すなわち best 近傍条件でも，$\theta = 30^\circ$ の 4 方位 CR は完全対称ではなく，約 1 dB 程度の初期非対称が存在する．

### 4.6 偏光板貼りずれ $\Delta \in [-3^\circ, +3^\circ]$ の場合の, ISO-CR 図と非対称指標

表 4 に $\Delta \in [-3^\circ, +3^\circ]$ の全点での CR00 と $\mathrm{CR}_{30,\phi}$，および $A_{45}, A_{135}$ を示す．負側（$\Delta < 0$）では $A_{45} > 0$（すなわち $\mathrm{CR}_{30,+45} > \mathrm{CR}_{30,-45}$）が増大し，正側（$\Delta > 0$）では $A_{45} < 0$ に反転する．同様に $A_{135}$ は符号が反転し，$\pm 45^\circ$ と $\pm 135^\circ$ の非対称が対になって入れ替わることが分かる．

図 10 に $\Delta = 0^\circ$, $+3^\circ$, $-3^\circ$ における ISO-CR 図を示す．$\Delta = 0^\circ$ では Fig 7 (b) と同じであり，方位対称性が保たれているのに対し，$\Delta = \pm 3^\circ$ では明確な方位非対称が現れている．また，$\Delta$ の符号により $\mathrm{CR}_{30,+\phi}$ と $\mathrm{CR}_{30,-\phi}$ の優劣が反転していることが分かる．また，表 4 は非対称化指標 $A_{45}, A_{135}$ 及び正面 CR00 の偏光板回転ずれ $\Delta$ に対する依存性を示す．表より $|A_{45}|, |A_{135}|$ は最大で約 3.5 dB 程度まで増大し得ることが分かる．対して，貼りずれのない $\Delta = 0^\circ$ の場合は，非対称化指標は $A_{45} \approx 0, \qquad A_{135} \approx 0$ となり，$\theta = 30^\circ$ における 4 方位の CR がほぼ対称化される．一方，正面 CR00 は $\Delta = +0.0^\circ$ では $\mathrm{CR00} = 19762.9$ であるのに対し，$\Delta = 2 \sim 2.5^\circ$ では $\mathrm{CR00} = 870 \sim 1845$ まで大幅に低下する．すなわち，連動回転には「方位非対称を弱める $\Delta$」が存在し得る一方，それが必ずしも正面暗状態の最適条件と一致しないことが示される．

### 4.7 結論

A-plate と Analyzer の連動貼りずれ（A_polout）に対し，

1. best 近傍条件でも，$\theta = 30^\circ$ の 4 方位 CR は完全対称ではなく，中心で $A_{45}(0) \simeq +1.04$ dB，$A_{135}(0) \simeq$

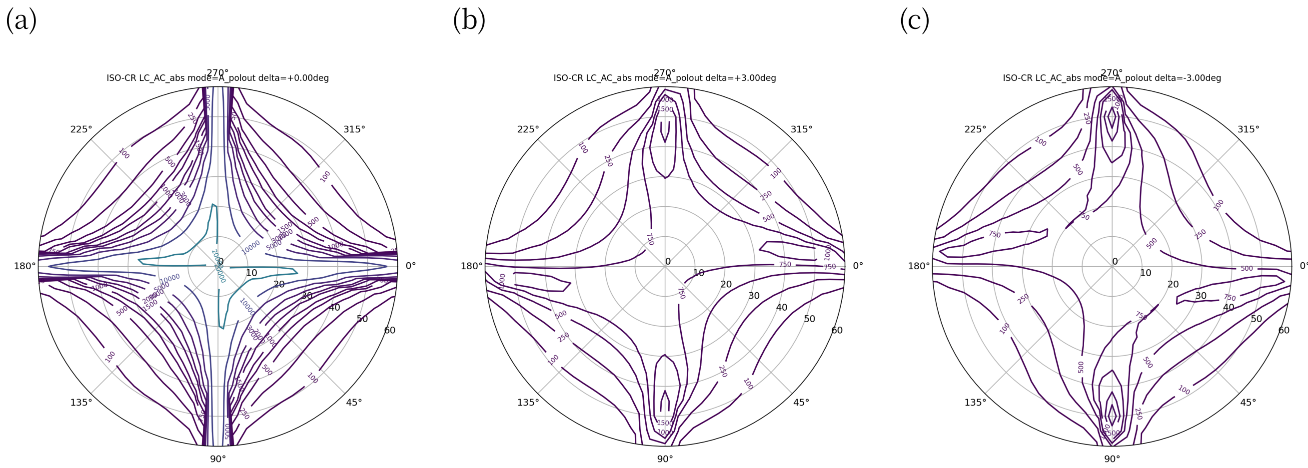



図 10: A+Analyzer 連動回転における ISO-CR 比較．(a) 回転量 $\Delta = 0°$, (b) $\Delta = 3°$, (c) $\Delta = -3°$,

$-1.04$ dB の初期非対称が存在する．

2. $\Delta = +0.5°$ では $A_{45} \approx A_{135} \approx 0$ となり方位対称化される一方，CR00 は中心より低下する．
3. $\Delta$ の符号により $\mathrm{CR}_{30,+\phi}$ と $\mathrm{CR}_{30,-\phi}$ の優劣が反転し，$|A_{45}|, |A_{135}|$ は最大で約 3.5 dB 程度まで増大し得る．従って公差設計では CR00 と $\min \mathrm{CR}_{30,\phi}$ に加え，$A_{45}, A_{135}$ を併用して方位非対称も同時に管理することが重要である．

## 参考文献

[1] J. H. Lee, H. Choi, S. H. Lee, J. C. Kim, and G.-D. Lee, “Optical configuration of a horizontal-switching liquid-crystal cell for improvement of the viewing angle,” Applied Optics, vol. 45, no. 28, pp. 7279–7285, Oct. 2006.

[2] S.-W. Oh, A.-K. Kim, B. W. Park, and T.-H. Yoon, “Optical compensation methods for the elimination of off-axis light leakage in an in-plane-switching liquid crystal display,” Journal of Information Display, doi: 10.1080/15980316.2014.1003252.

[3] Y.-C. Yang and D.-K. Yang, “Wider Viewing Angle in In-Plane Switching Mode Liquid Crystal Displays by Self-Compensated Phase Retardation Films,” SID Symposium Digest of Technical Papers, vol. 40, no. 1, pp. 1563–1566, 2009, doi: 10.1889/1.3256613.

# 付録 A　媒質に垂直入射した光の伝搬に関する偏光計算

## A.1　Jones 行列の導入

単色平面波が一様媒質中を伝搬する状況を考える．伝搬方向を $\hat{\mathbf{k}}$ とし，電場は横波条件

$$\mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{k}} = 0 \tag{36}$$

を満たす．

単色平面波の横成分電場は

$$E_x(t) = A_x\cos(\omega t + \phi_x), \qquad E_y(t) = A_y\cos(\omega t + \phi_y) \tag{37}$$

のように書ける．偏光楕円を決めるのは振幅比 $A_y/A_x$ と相対位相差

$$\delta = \phi_y - \phi_x \tag{38}$$

であり，「位相差 $\delta$」が偏光自由度に本質的に含まれる．これを複素表示（フェーザ）にすると

$$\tilde{E}_x = A_x e^{i\phi_x}, \qquad \tilde{E}_y = A_y e^{i\phi_y} \tag{39}$$

となり，相対位相差は比 $\tilde{E}_y/\tilde{E}_x$ の偏角として自然に表現される．このため Jones ベクトル

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix}\tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y\end{pmatrix} \tag{40}$$

は複素数成分を持つのが最も自然である．

**直線偏光（linear polarization）の Jones 表現**

Jones ベクトルの複素成分は一般に振幅と位相を含むが，まず最も単純な場合として直線偏光を整理しておく．直線偏光とは，2 つの直交成分 $x$，$y$ の相対位相差が

$$\delta \equiv \phi_y - \phi_x = 0 \pmod{\pi} \tag{41}$$

を満たす偏光状態である．すなわち 2 成分が同位相（$\delta = 0$）または反位相（$\delta = \pi$）で振動するため，電場ベクトルの先端は時間とともに一直線上を往復し，偏光楕円は退化して直線となる．

位相の基準（全体位相）を適当に選べば，直線偏光の Jones ベクトルは実数 2 成分で表せる．偏光方位角を $x$ 軸から $\alpha$ とすると，

$$\mathbf{J}_{\mathrm{lin}}(\alpha) = \begin{pmatrix}\cos\alpha \\ \sin\alpha\end{pmatrix} \quad \big(\text{全体位相因子 } e^{i\phi} \text{ は物理的に無関係}\big) \tag{42}$$

と書ける．例えば $\alpha = 0$ は $x$ 直線偏光，$\alpha = \pi/2$ は $y$ 直線偏光を与える．ここで「全体位相（共通因子）$e^{i\phi}$ は観測される偏光状態を変えない」ことに注意する．すなわち $\mathbf{J}$ と $e^{i\phi}\mathbf{J}$ は同じ偏光を表す（強度にも偏光楕円にも影響しない）．

直線偏光が実数 2 成分で書けるのは，相対位相差が 0 または $\pi$ に限定されているためであり，相対位相差が一般値になると Jones ベクトルの複素性が本質となって楕円偏光（円偏光を含む）を表す．

右・左円偏光は

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} \qquad \left(\text{あるいは } \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}\right) \tag{43}$$

のように虚数成分を本質的に含む．これは $y$ 成分が $x$ 成分より $\pi/2$ だけ進んでいることを意味する．このように，Jones ベクトルを実数 2 成分に限定すると，この相対位相 $\pm\pi/2$ を表現できず，一般の楕円偏光を一つの枠組みで取り扱えない．各種偏光状態を図 11 に示す．

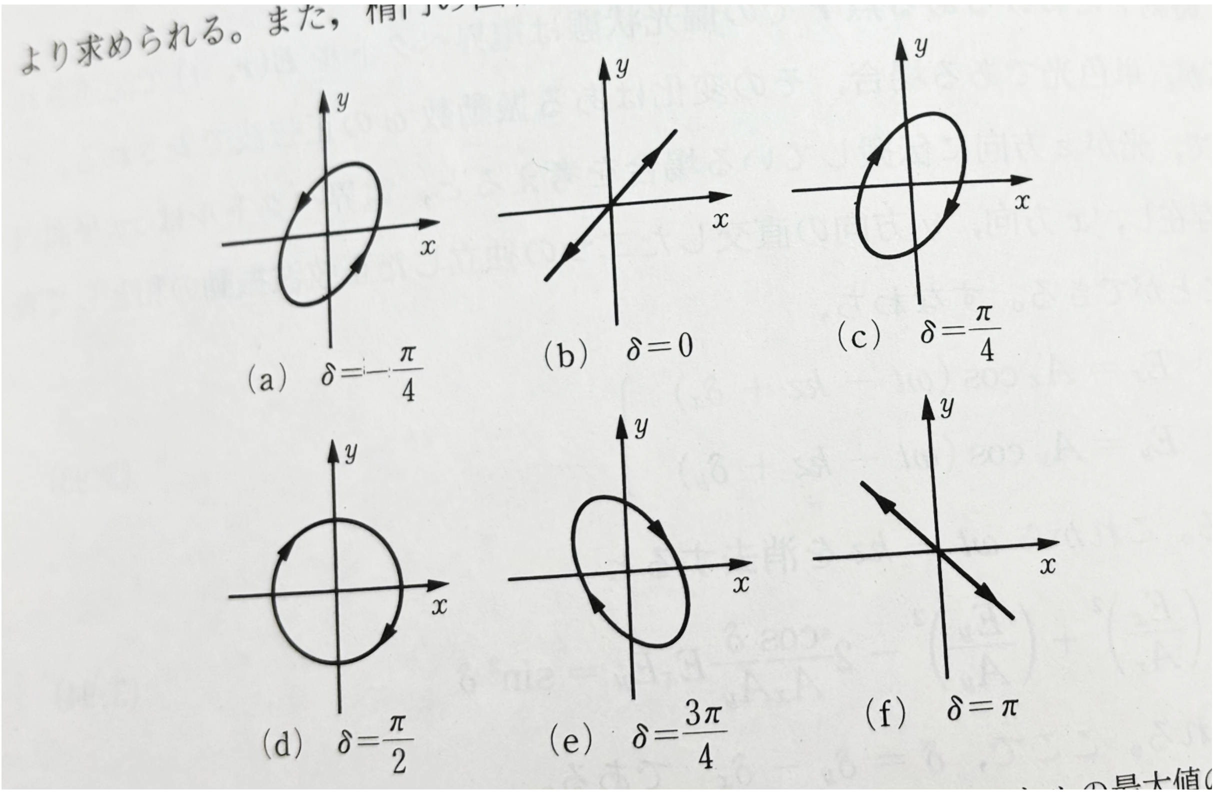



図 11: 位相差 $\delta$ の違いによる偏光状態の変化.

**位相差（phase difference）とリタデーション（retardation）の定義**

一軸性媒質（単軸結晶や液晶補償板）では，電場は一般に互いに直交する 2 つの固有偏光（常光・異常光）に分解され，それぞれ異なる屈折率で伝搬する．常光屈折率を $n_o$，異常光屈折率を $n_e$，板厚を $d$，真空波長を $\lambda$ とすると，両成分の光路差（optical path difference; OPD）は

$$\Delta L = (n_e - n_o)\, d \equiv \Delta n\, d \tag{44}$$

で与えられる．ここで $\Delta n = n_e - n_o$ を複屈折（birefringence）と呼ぶ.

リタデーション（retardation）はこの光路差を長さとして表した量であり，文献により $R = \Delta n\, d$（単位：長さ）として定義されることが多い：

$$R \equiv \Delta n\, d. \tag{45}$$

一方，Jones 行列に直接現れるのは，固有偏光間に蓄積される位相差（phase difference）であり，

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} R = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta n\, d \tag{46}$$

で与えられる（$\Gamma$ は無次元の位相）．したがって，

- retardation $R$：光路差（長さ）の意味をもつ量（例：nm）
- phase difference $\Gamma$：位相差（角度）の意味をもつ量（例：rad）

という区別がある．実務上は「リタデーション」と言って $\Gamma$（位相差）を指す場合もあるため，以後は必要に応じて $R$（長さ）と $\Gamma$（位相）を明示して混同を避ける．

### $\lambda/2$ 板と $\lambda/4$ 板

位相差板は，特定波長 $\lambda$ において位相差 $\Gamma$ が所望の値となるように設計される．代表例として

$$\lambda/2\ \text{板（half-wave plate; HWP）}:\quad \Gamma=\pi \quad\Leftrightarrow\quad R=\frac{\lambda}{2}, \tag{47}$$

$$\lambda/4\ \text{板（quarter-wave plate; QWP）}:\quad \Gamma=\frac{\pi}{2} \quad\Leftrightarrow\quad R=\frac{\lambda}{4} \tag{48}$$

である．ここでの $\lambda$ は設計波長であり，分散のため一般に波長がずれると $\Gamma$ もずれる．

### A-plate と C-plate（液晶補償板の基本分類）

LCD の視野角補償では，一軸性の補償板を「光学軸の向き」で分類して用いることが多い．

- **A-plate（uniaxial A-plate）**：光学軸が基板面内（in-plane）にある一軸板．例えば座標を基板法線を $z$，面内を $x,y$ とすると，光学軸が $x$ 方向（$\mathbf{a}\parallel\hat{\mathbf{x}}$）にある場合を典型とする．正入射近傍では，面内の直交成分（概ね $x$ と $y$ 成分）がそれぞれ異常光・常光に対応し，位相差を生む．
- **C-plate（uniaxial C-plate）**：光学軸が基板法線方向（out-of-plane）にある一軸板．すなわち $\mathbf{a}\parallel\hat{\mathbf{z}}$．正入射では面内の任意の偏光が常光として見える（理想化）ため位相差を生じにくいが，斜入射では有効屈折率が角度依存となり位相差が現れ，視野角補償に重要となる．

以上のように，HWP,QWP は位相差による分類であり，A-plate,C-plate は光学軸方位による分類であることに注意する．

### A-plate に直線偏光が入射したときの偏光状態変換

本節では理解を容易にするため，まず正入射近傍での単純化した議論を述べる．波長板などは「$x$ 成分と $y$ 成分に異なる位相を与える」素子である．例えば位相差 $\Gamma$ のリターダは

$$\begin{pmatrix}\tilde{E}'_x\\ \tilde{E}'_y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & e^{i\Gamma}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{E}_x\\ \tilde{E}_y\end{pmatrix} \tag{49}$$

と表せる．

A-plate を「主軸が $x$ に一致する位相差板」とみなし，入射偏光が主軸に対して角度 $\alpha$ をなす直線偏光

$$\mathbf{j}_{\mathrm{in}}=\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix} \tag{50}$$

で与えられるとする．主軸基底での位相差板の作用は

$$\mathbf{j}_{\mathrm{out}}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & e^{i\Gamma}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ e^{i\Gamma}\sin\alpha\end{pmatrix}. \tag{51}$$

ここで偏光状態を決めるのは振幅比 $\tan\alpha$ と相対位相差 $\Gamma$ である．

ex.(i) $\lambda/2$ 板（$\Gamma=\pi$）の場合：直線偏光の回転:
$\Gamma=\pi$ なので

$$\mathbf{j}_{\text{out}} = \begin{pmatrix}\cos\alpha\\ -\sin\alpha\end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix}\cos(-\alpha)\\ \sin(-\alpha)\end{pmatrix} \tag{52}$$

となり，出射は依然として直線偏光である（位相差が $\pi$ なので符号反転に対応）．より一般には，主軸から角度 $\alpha$ の直線偏光は，$\lambda/2$ 板により「主軸に関して鏡映」され，偏光方位が $2\alpha$ だけ回転した直線偏光になる．

ex.(ii) $\lambda/4$ 板（$\Gamma=\pi/2$）の場合：直線 $\to$ 円（条件付き）:
$\Gamma=\pi/2$ なので

$$\mathbf{j}_{\text{out}} = \begin{pmatrix}\cos\alpha\\ i\,\sin\alpha\end{pmatrix}. \tag{53}$$

一般の $\alpha$ では楕円偏光となるが，特に入射が主軸に対して $45°$（すなわち $\alpha=\pi/4$）のとき

$$\mathbf{j}_{\text{out}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} \tag{54}$$

となり，右（または規約により左）円偏光が得られる．同様に $\alpha=-\pi/4$ では $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,-i)^{\mathsf{T}}$ となり反対の円偏光となる．従って，A-plate（位相差板）に直線偏光を入射すると，$\Gamma$ が一般値なら楕円偏光，$\Gamma=\pi$ なら直線偏光，$\Gamma=\pi/2$ かつ $\alpha=\pm\pi/4$ の条件で円偏光が得られる．

以上のように，位相差板は固有偏光成分に**位相**を付与する素子であり，個々の成分の強度（振幅）自体は変えない．しかし，2 成分間の相対位相差 $\Gamma$ が偏光楕円の形を決めるため，「位相だけの操作」であっても一般には直線 $\leftrightarrow$ 楕円 $\leftrightarrow$ 円という偏光状態変換が生じる．この点が，Jones ベクトルを複素数で表すことの物理的必然性である．

## A.2 Jones 行列の一般論

以上より，偏光状態を最小自由度で完全に表現し，かつ偏光素子の作用を線形代数的に簡潔に扱うためには，複素 2 成分の Jones ベクトルが自然な選択であることが分かる．Jones ベクトルとその作用を以下にまとめる．単色平面波が一様媒質中を伝搬する状況を考える．伝搬方向を $\hat{\mathbf{k}}$ とし，電場は横波条件

$$\mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{k}} = 0 \tag{55}$$

を満たす．通常の Jones 計算では，（正入射あるいは小角近似の下で）横波面を固定し，その面内の直交基底 $\{\hat{\mathbf{e}}_1,\hat{\mathbf{e}}_2\}$ に関する複素振幅で偏光状態を表す．すなわち，（空間位相因子を省略して）

$$\mathbf{E}(t) = \Re\Big\{\big(E_1\,\hat{\mathbf{e}}_1 + E_2\,\hat{\mathbf{e}}_2\big)e^{-i\omega t}\Big\}, \qquad \mathbf{j} = \begin{pmatrix}E_1\\ E_2\end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2 \tag{56}$$

を Jones ベクトルとする．

ここで重要なのは，観測される電場 $\mathbf{E}(t)$ は実数である一方，単色波では時間依存 $e^{-i\omega t}$ を共通因子として分離できるため，偏光状態の情報は複素振幅（フェーザ）$E_1, E_2$ に集約できる点である．すなわち

$$E_1 = A_1 e^{i\phi_1}, \qquad E_2 = A_2 e^{i\phi_2} \tag{57}$$

と書け，偏光楕円を規定する振幅比 $A_2/A_1$ と相対位相差 $\delta = \phi_2 - \phi_1$ を自然に保持できる．特に相対位相差 $\delta$ は円偏光・楕円偏光（例えば $\mathbf{j} \propto (1, \pm i)^{\mathsf{T}}$）の記述に不可欠であり，成分を実数に限定すると一般の偏光状態を最小自由度で表せない．実電場は式 (56) のとおり最終的に実部 $\Re\{\cdot\}$ を取ることで得られ，複素表示は計算上の表現である．

## A.3　一様媒質内の偏光の伝搬

横波条件 (55) により電場は光の伝搬方向 $\hat{\mathbf{k}}$ に直交する 2 次元部分空間に属する．そのため，媒質が光の伝搬方向 $\hat{\mathbf{k}}$ に垂直に配置されている場合には，横波面内の直交基底 $\{\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2\}$ を選べば偏光状態は 2 成分で完全に表現できる．この「2 成分（横波面）＋複素数（振幅と位相）」という最小表現を採用することで，位相遅れ素子が成分に位相因子 $e^{i\Gamma}$ を掛ける操作として記述され，偏光光学素子を線形変換として扱える．

線形・時間不変な偏光光学素子は $2 \times 2$ 複素行列 $M \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ により

$$\mathbf{j}_{\text{out}} = M\,\mathbf{j}_{\text{in}} \tag{58}$$

と記述され，直列素子の合成は行列積で与えられる．複素 2 成分を用いることにより，（例えば位相差板のような）位相の付与が乗算として線形に表され，計算が簡潔に保たれる．

主軸基底で位相差 $\Gamma$ を与える理想リターダは

$$J(\Gamma) = \begin{pmatrix} e^{+i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix}, \tag{59}$$

主軸が基底 $\{\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2\}$ に対して角度 $\theta$ だけ回転している場合は

$$M_{\text{ret}}(\theta, \Gamma) = R(-\theta)\,J(\Gamma)\,R(\theta) \tag{60}$$

と書ける．ここで $R(\theta) \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ は 2 次元回転行列

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \qquad R^{\mathsf{T}} R = I_2,\ \det R = +1 \tag{61}$$

である．重要なのは，(60) は同一の 2 次元横波面（同一の Jones 空間）内での基底変換として完結しており，斜入射に伴う横波面の回転や，界面における Fresnel 係数の偏光依存（$t_s \neq t_p$）等は基本的に含まれない点である．

## A.4　例：一軸位相差板をクロスニコル（直交偏光板）で挟んだ透過強度

ここでは通常の Jones 計算の代表例として，透過軸が互いに直交する 2 枚の偏光板（クロスニコル）で一軸の理想位相差板（リターダ）を挟んだ場合の出射光強度を導出する．構成を図 12 に示す．

本文との整合のため，本節では偏光板を明示的な Jones 行列として挿入せず，入射側偏光板は「入射偏光（透過後状態）の設定」，出射側偏光板（Analyzer）は「Analyzer の透過状態への射影」として扱う．すなわち，入射側偏光板の透過状態を $\mathbf{o}_1$，解析器の透過状態を $\mathbf{o}_2$ とし，層（ここでは位相差板）の作用素を $M$ とすると，透過振幅 $a$ と強度 $I_\perp$ は

$$a = \mathbf{o}_2^{\mathsf{T}} M\,\mathbf{o}_1\,E_0, \qquad I_\perp \propto |a|^2 \tag{62}$$

で与えられる．

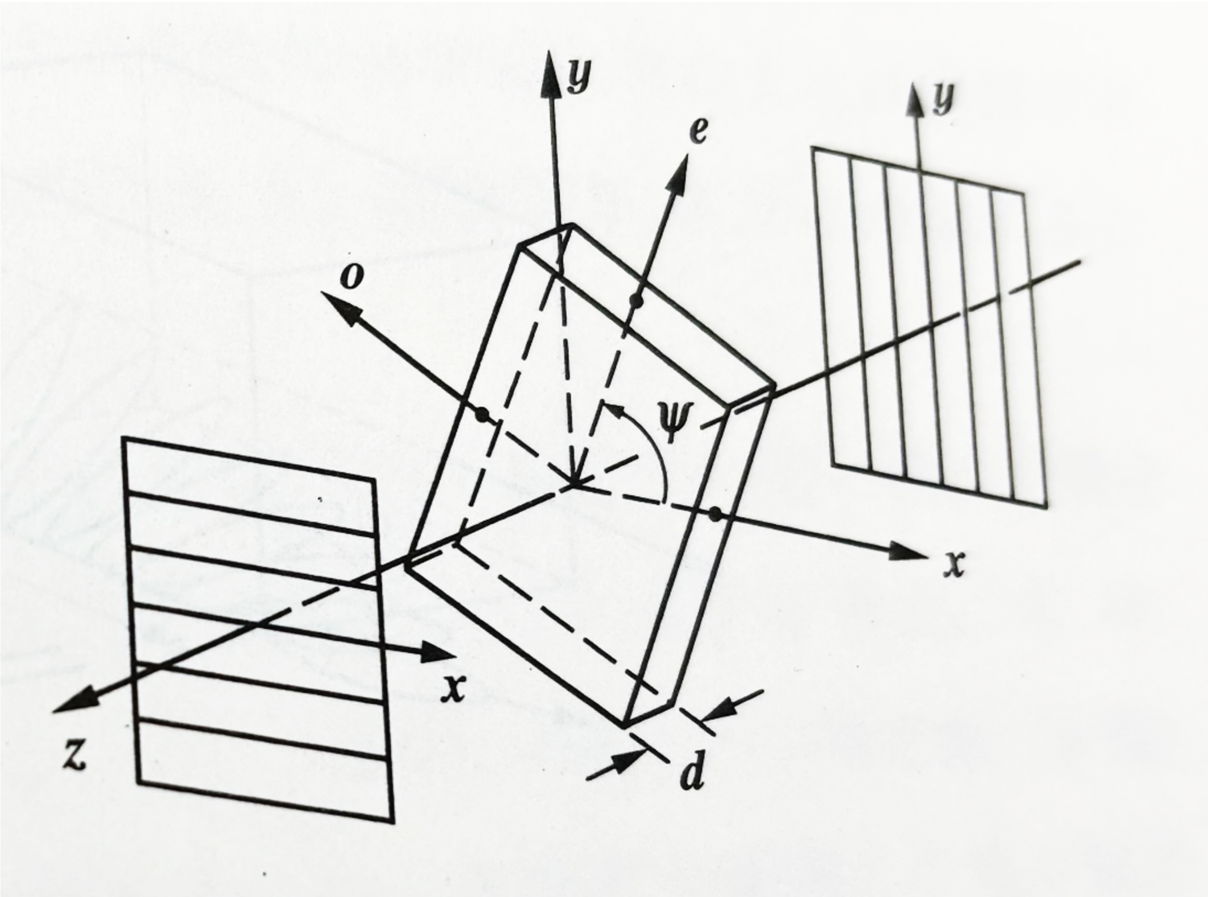



図 12: 一軸位相差板をクロスニコル偏光板で挟んだ場合の光の伝搬.

以下，Jones 基底を $(x, y)$ とし，入射側偏光板は $x$ 透過，Analyzer は $y$ 透過（クロスニコル条件）とする．したがって許容状態は

$$\mathbf{o}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{o}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{63}$$

である（ここでは 2 次元表記を用いる）.

位相差板は，主軸基底での位相差（retardation）を $\Gamma$ とし，(59) の $J(\Gamma)$ により表す．主軸が入射偏光板の透過軸（$x$）から角度 $\theta$ だけ回転しているとき，位相差板の Jones 行列は (60) により

$$M_{\mathrm{ret}}(\theta, \Gamma) = R(-\theta)\, J(\Gamma)\, R(\theta) \tag{64}$$

である.

入射光は入射偏光板を通過した $x$ 直線偏光（振幅 $E_0$）として与える：

$$\mathbf{j}_{\mathrm{in}} = E_0\, \mathbf{o}_1 = \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{65}$$

このとき，解析器透過成分の振幅は

$$a = \mathbf{o}_2^{\mathsf{T}}\, M_{\mathrm{ret}}(\theta, \Gamma)\, \mathbf{j}_{\mathrm{in}} = E_0\, \mathbf{o}_2^{\mathsf{T}}\, M_{\mathrm{ret}}(\theta, \Gamma)\, \mathbf{o}_1 \tag{66}$$

で与えられる．すなわち本節は，明示的な偏光板行列を用いず（入射側は初期条件，出射側は射影として）透過強度を求める計算例になっている.

(64) を用いて $a$ を計算すると，

$$\begin{aligned}\mathbf{o}_2^{\mathsf{T}} M_{\mathrm{ret}}(\theta,\Gamma)\mathbf{o}_1 &= \begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix} R(-\theta)\, J(\Gamma)\, R(\theta) \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2}\sin(2\theta)\Big(e^{+i\Gamma/2} - e^{-i\Gamma/2}\Big) = i\,\sin(2\theta)\,\sin\!\left(\frac{\Gamma}{2}\right),\end{aligned} \tag{67}$$

（位相因子 $i$ は強度には寄与しない）．したがって

$$a = iE_0\,\sin(2\theta)\,\sin\!\left(\frac{\Gamma}{2}\right), \tag{68}$$

となり，透過強度は

$$I_\perp \;\propto\; |a|^2 = |E_0|^2\,\sin^2(2\theta)\,\sin^2\!\left(\frac{\Gamma}{2}\right). \tag{69}$$

入射強度 $I_0 \propto |E_0|^2$ を用いれば

$$\frac{I_\perp}{I_0} = \sin^2(2\theta)\,\sin^2\!\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \tag{70}$$

が得られる．これはクロスニコル間に挿入した位相差板の標準結果であり，透過が（i）主軸方位 $\theta$ と（ii）位相差 $\Gamma$ の両方で制御されることを示す．

## A.5　式 (70) に基づく IPS の暗状態・明状態の解釈

IPS（In-Plane Switching）では，電圧印加により液晶ディレクタ（有効光学軸）が基板面内で回転し，光学軸方位角が $\phi(V)$ として変化する（面内回転が主効果）とみなせる．正入射近傍では，液晶層は「一軸位相差板」として近似でき，その有効位相差を $\Gamma(V)$，偏光板透過軸に対する主軸角を

$$\theta(V) = \phi(V) - \phi_{\mathrm{pol}} \tag{71}$$

とおけば，クロスニコル構成における透過は

$$\frac{I_\perp(V)}{I_0} = \sin^2\!\big(2\theta(V)\big)\,\sin^2\!\left(\frac{\Gamma(V)}{2}\right) \tag{72}$$

で表される．

**暗状態（Normally Black の基本像）**：IPS の代表的な動作は「オフで暗，オンで明」である．クロスニコル構成で $V=0$ のときディレクタが偏光板透過軸に整列していれば

$$\theta(0) \approx 0 \quad (\text{または } \pi/2) \tag{73}$$

となり，

$$\sin^2\!\big(2\theta(0)\big) \approx 0 \quad\Rightarrow\quad I_\perp(0) \approx 0 \tag{74}$$

が得られる．すなわち暗状態は主に「面内方位がクロス条件を満たす」ことにより実現される．

**明状態（オンで透過を最大化）**：電圧を印加してディレクタが面内で回転し，

$$\theta(V) \to \frac{\pi}{4} \tag{75}$$

に近づくと，$\sin^2(2\theta)$ が最大（=1）となり，

$$\frac{I_\perp(V)}{I_0} \approx \sin^2\left(\frac{\Gamma(V)}{2}\right) \tag{76}$$

まで透過が増大する．従って明状態の上限は位相差 $\Gamma(V)$ により規定される．特に

$$\Gamma(V) \approx \pi \quad (\text{半波条件}) \tag{77}$$

が満たされる波長では $\sin^2(\Gamma/2) \approx 1$ となり高透過が得られる．一方，$\Gamma$ は波長依存性（分散）と厚み・複屈折に依存するため，実際の IPS では補償膜等により視野角・波長での最適化が行われる．

以上より，式 (72) の観点からは，IPS の暗・明状態は次の二つの因子に分離して理解できる：

1. 面内回転による主軸角 $\theta(V)$ の制御（幾何学因子 $\sin^2(2\theta)$）
2. 層の有効位相差 $\Gamma(V)$ の制御（位相因子 $\sin^2(\Gamma/2)$）

IPS では主として (1) が変調の主因であり，(2) は波長・視野角・材料定数・厚みで決まる設計パラメータとして透過上限や色特性を支配する，という整理が得られる．

# 付録 B　斜入射における偏光伝搬の取り扱い

本付録では，視線方向が法線から傾いた斜入射（oblique incidence）における偏光伝搬を，本文で用いた光の進行方向に垂直な「横波面（transverse plane）平面上の 2 成分 Jones 作用を 3 次元空間へ埋め込む」枠組みとして整理する．この定式化は，層を理想リターダ（位相差素子）として扱いながら，斜入射で本質となる横波条件と基底の幾何学を明示的に取り込むことを目的とする．最後に，界面の Fresnel 効果を明示的に含む拡張 Jones（Extended Jones）法との相違点をまとめる．

## B.1　幾何学的準備：横波条件と横波面射影

単色平面波の伝搬方向を単位ベクトル $\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi)$ とする．電場 $\mathbf{E}$ は横波条件

$$\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0 \tag{78}$$

を満たし，したがって $\mathbf{E}$ は $\hat{\mathbf{k}}$ に直交する 2 次元部分空間

$$\mathcal{T}(\hat{\mathbf{k}}) = \{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0\} \tag{79}$$

（横波面）に属する．任意の 3 次元ベクトルを横波面へ射影する直交射影行列を

$$P_\perp(\hat{\mathbf{k}}) = I_3 - \hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}}^\mathsf{T} \tag{80}$$

と定義する．数値計算では層を跨ぐ演算により縦成分（$\parallel \hat{\mathbf{k}}$）が微小に混入することがあるため，必要に応じて $P_\perp$ を適用して横波条件 (78) を保つ．

## B.2　偏光板の扱い

本手法では，入射偏光板および出射偏光板 (Analyzer) を明示的な Jones 行列 $P$ として挿入せず，各視線方向 $\hat{\mathbf{k}}$ に対する偏光板の有効透過偏光状態ベクトルを導入して扱う．

偏光板の吸収軸（あるいは偏光板の姿勢を規定する参照軸）を3次元ベクトル $\mathbf{c}$ で与えるとき，視線方向 $\hat{\mathbf{k}}$ に対して横波条件を満たす偏光板の（off-axis）有効透過軸ベクトルを

$$\mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}) = \frac{\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{c}}{\|\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{c}\|} \tag{81}$$

により定義する（$\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{c} \neq \mathbf{0}$ を仮定）．この $\mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c})$ は単位ベクトルであり，$\mathbf{o} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0$ を満たすため，横波面内の1次元透過モード（=透過状態）を与える．

入射側偏光板の有効透過状態を $\mathbf{o}_1 = \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}_1)$，解析器（analyzer）の有効透過状態を $\mathbf{o}_2 = \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}_2)$ とすると，入射電場は偏光板通過後の状態として

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = E_0 \, \mathbf{o}_1 \tag{82}$$

と与えることができる．出射側では解析器の透過状態への射影により透過振幅を定義し，

$$a = \mathbf{o}_2^{\mathsf{T}} \mathbf{E}_{\text{out}}, \qquad I \propto |a|^2 \tag{83}$$

として透過強度を評価する．

なお，理想偏光板を3次元射影作用行列（正入射近傍では横波面上の $2 \times 2$ Jones 行列に対応する表現）で表すなら

$$P^{(3D)}(\hat{\mathbf{k}}) = \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}) \, \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c})^{\mathsf{T}} \tag{84}$$

であり，上記の取り扱いはこれと等価である．ただし本手法では，入射側偏光板の作用を入射偏光状態 (82) に吸収し，出射側は射影 (83) で透過成分を直接読み出す点に特徴がある．

## B.3 層の記述：横波面基底と埋め込み行列 $U_n$

層 $n$ を3次元の光学軸（単位ベクトル）$\mathbf{a}_n$ と位相差（retardation）$\Gamma_n$ で記述する．与えられた視線方向 $\hat{\mathbf{k}}$ に対し，光学軸の横波面への射影

$$\mathbf{a}_{n,\perp} = P_{\perp}(\hat{\mathbf{k}}) \mathbf{a}_n = \mathbf{a}_n - (\mathbf{a}_n \cdot \hat{\mathbf{k}}) \hat{\mathbf{k}} \tag{85}$$

を計算し，$\|\mathbf{a}_{n,\perp}\| \neq 0$ のとき横波面正規直交基底を

$$\mathbf{u}_n = \frac{\mathbf{a}_{n,\perp}}{\|\mathbf{a}_{n,\perp}\|}, \qquad \mathbf{v}_n = \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_n \tag{86}$$

により定める（$\mathbf{a}_n \parallel \hat{\mathbf{k}}$ の特異点では任意の横波面基底を選べばよい）．このとき埋め込み行列

$$U_n = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_n & \mathbf{v}_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 2} \tag{87}$$

は

$$U_n^{\mathsf{T}} U_n = I_2, \qquad U_n U_n^{\mathsf{T}} = P_{\perp}(\hat{\mathbf{k}}) \tag{88}$$

を満たし，横波面の2成分表現と偏光の3次元空間上の電場を厳密に接続する．

## B.4　層作用素：2 次元 Jones 作用の 3 次元への埋め込み

横波面基底 $(\mathbf{u}_n, \mathbf{v}_n)$ 上で，層 $n$ を位相差 $\Gamma_n$ の理想リターダとして扱うと，2 次元 Jones 行列は

$$J_n(\Gamma_n) = \begin{pmatrix} e^{+i\Gamma_n/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_n/2} \end{pmatrix} \tag{89}$$

で与えられる．これを 3 次元空間内に埋め込む操作が

$$M_n(\hat{\mathbf{k}}; \mathbf{a}_n, \Gamma_n) = U_n\, J_n(\Gamma_n)\, U_n^{\mathsf{T}} \tag{90}$$

である．

## B.5　多層スタックと透過強度

層が $n = 1, \ldots, N$ の順に直列に並ぶとき，全体作用素を

$$M_{\text{stack}}(\hat{\mathbf{k}}) = \prod_{n=1}^{N} M_n(\hat{\mathbf{k}}; \mathbf{a}_n, \Gamma_n) \tag{91}$$

（右端が入射側，左端が出射側：順序は本文の定義に従う）として，

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = M_{\text{stack}}(\hat{\mathbf{k}})\, \mathbf{E}_{\text{in}} = E_0\, M_{\text{stack}}(\hat{\mathbf{k}})\, \mathbf{o}_1 \tag{92}$$

を得る．解析器透過振幅と強度は

$$a(\hat{\mathbf{k}}) = \mathbf{o}_2^{\mathsf{T}} \mathbf{E}_{\text{out}} = E_0\, \mathbf{o}_2^{\mathsf{T}} M_{\text{stack}}(\hat{\mathbf{k}}) \mathbf{o}_1, \qquad I(\hat{\mathbf{k}}) \propto |a(\hat{\mathbf{k}})|^2 \tag{93}$$

で与えられる．暗状態漏れや視野角特性は $I(\theta, \phi)$ を走査して評価する．

以上のように，本手法は，斜入射問題における本質的困難の一つである「横波面の回転」と「基底の選び方」を $U_n$ と $\mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c})$ により幾何学的に明示した上で，層を位相差 $\Gamma_n$ の理想リターダとして表現する枠組みである．従って，層内部の吸収や散乱，および界面での Fresnel 係数の偏光依存（$t_s \neq t_p$）や異方性界面に起因する偏光混合は，基本形では陽に含まれない．

## B.6　拡張 Jones（Extended Jones）法との相違点

### B.6.1　Extended Jones 法の要点（概念）

Extended Jones 法（Gu–Yeh 型）は，斜入射で通常 Jones が破綻する主因である界面効果を 2 成分表現の中に取り込むことを目的とする．外部媒質で定義した $s/p$ 成分振幅 $(A_s, A_p)^{\mathsf{T}}$ を状態変数とし，単一一軸板の透過を典型的に

$$\begin{pmatrix} A_s' \\ A_p' \end{pmatrix} = D_o\, P\, D_i \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} \tag{94}$$

と表す．ここで $P$ は板内部固有モード（$o/e$）の伝搬位相（対角行列），$D_i, D_o$ は入射・出射界面でのモード分解・再合成と Fresnel 透過係数を含む「dynamical matrix」であり，一般に回転行列ではない（振幅差 $t_s \neq t_p$ や結合を含み得る）．多重反射を無視する近似を置くことが多い一方，単回の界面条件は陽に保持される．

### B.6.2 相違点の整理

本手法（main.pdf）と Extended Jones 法の差異は，主に「界面をどこまでモデルに含めるか」に集約される．以下に要点をまとめる．

1. **状態変数（2 成分）の定義**
本手法は 3 次元電場 $\mathbf{E}$ を基本変数とし，横波面基底を介して 2 成分 Jones 作用を埋め込む．偏光板も $\mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c})$ により有効透過偏光状態として与える．一方 Extended Jones は外部媒質で定義される $s/p$ 成分 $(A_s, A_p)$ を基本変数とし，界面条件によりそれらが混合し得ることを前提に 2×2 を構成する．
2. **界面（Fresnel）効果の扱い**
本手法の基本形では，層は理想リターダ（位相差のみ）として表され，界面での偏光依存透過（$t_s \neq t_p$）や偏光混合を陽には含めない．Extended Jones は $D_i, D_o$ により界面の Fresnel 係数とモード結合を明示的に含むため，高 NA や屈折率ミスマッチが大きい場合に精度向上が期待できる．
3. **幾何学（横波面回転）の取り込み方**
本手法は $\hat{\mathbf{k}}$ に依存する横波面を $U_n$ と $P_\perp$ により明示し，「横波条件を保ったまま層の位相差作用を積で追跡する」ことに重点を置く．Extended Jones では横波面の幾何は主として $s/p$ 定義（入射面）に埋め込まれ，界面行列 $D$ の中に幾何と境界条件が統合される．
4. **計算量と設計最適化への適性**
本手法は $M_n = U_n J_n U_n^\top$ の積として実装でき，幾何学的で見通しが良く高速であるため，補償板パラメータ（$\Gamma_n$，軸方位）の最適化に適する．Extended Jones は界面ごとに dynamical matrix を構築するため bookkeeping が増えるが，界面支配的な漏れや視野角劣化をより忠実に扱える．
5. **適用領域の指針**
本手法は「漏れの主因が横波面幾何と位相差の組合せ」で説明できる領域で有効である．一方，界面の偏光依存透過・結合が支配的となる条件（高視野角，屈折率差が大きい，多界面）では，Extended Jones の導入が有利となる．

### B.6.3 まとめ

本手法は，斜入射における横波面の幾何学を明示した上で，層を位相差 $\Gamma_n$ の理想リターダとして扱う「横波面埋め込み型」定式化である．これにより，通常 Jones の簡潔さ（行列積）を保ちながら，斜入射で無視できない基底の回転と偏光板の有効透過状態を自然に取り込むことができる．一方，界面の Fresnel 効果や偏光混合を陽に含む必要がある場合には，Extended Jones（dynamical matrix）型の枠組みが有効である．