

1 数値モデル（IPS モードにおける光学補償最適化設計）

本節では、IPS (in-plane switching) モード液晶表示の暗状態において、斜入射観察で顕在化する視野角漏れ (off-axis light leakage) を抑制するための光学補償スタック (A-plate, C-plate, TAC 等) と液晶層を含む数値モデルを記述する。具体的には、スタック構成 (層の順序) および各層の設計パラメータ (膜厚／リタデーション, 光学軸方位, 必要に応じて波長依存) を与え、視野角 (θ, ϕ) で指定される各視線方向に対して、(i) 斜入射における偏光板の有効透過軸回転, (ii) 一軸板 (LC を含む) の斜入射有効遅相を取り込んだ Jones 伝搬を行い、スタック通過後の偏光状態から暗状態漏れ透過率 $T_{\text{leak}}(\theta, \phi)$, およびこれに基づくコントラスト比 $\text{CR}(\theta, \phi)$ を直接評価する。得られた CR 分布は等コントラスト線 (isocontrast contour) として可視化でき、正面 CR_{00} や視野角領域での $\text{CR}(\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ)$ 指標などと併せて、補償スタック構成の比較や設計パラメータ探索・最適化の進捗を定量的に追跡できる。先行研究では、とくに対角方向 ($\phi = 45^\circ$) で最大化されやすい暗状態漏れを Poincaré 球上の幾何学として整理し、A-plate / C-plate による補償条件 (分散整合を含む) を設計する枠組みが提示されている [?, ?]。本節の定式化はこれらに基づき、後段で扱う補償条件の系統導出と最適化に必要な記号・計算法・出力指標を一貫した形で与える。

1.1 計算の概要

計算では、まず視線方向から伝搬方向ベクトル $\mathbf{k}(\theta, \phi)$ を構成し、この \mathbf{k} に直交する局所横基底を定義する。各レイヤの光学軸は固定のグローバル直交座標系 (x, y, z) 上で三次元ベクトルとして与えられるが、複屈折による位相遅れは伝搬方向に垂直な成分により決まるため、各レイヤに対して、 \mathbf{k} と光学軸から定まるレイヤ固有の局所基底において Jones 行列を構成する。次に、この局所基底で表現された作用をグローバル基底 (あるいは共通の横基底) へ写像し、レイヤの順序に従って行列積をとることで、入射 Jones ベクトルから出射 Jones ベクトルを求める。さらに必要に応じて Jones ベクトルから Stokes パラメータを算出し、偏光状態の解析 (例: 直線偏光方位, 楕円率) にも用いる。暗状態評価では、出射側偏光板 (アナライザ) の透過軸への射影強度から漏れ透過率を求め、これをコントラスト比 (Contrast ratio: CR) へ換算する。

1.2 座標系と角度

本数値モデルでは、光学スタックを表現するために固定の グローバル直交座標系 (x, y, z) を導入する。観察方向は視野角 (θ, ϕ) で与え、これに基づき単位伝搬方向ベクトル $\mathbf{k}(\theta, \phi)$ を構成する。各層 (A-plate, C-plate, LC director, TAC 等) の光学軸は、すべてこのグローバル座標系で三次元ベクトルとして指定される。一方で、偏光状態 (電場ベクトル) は伝搬方向 $\mathbf{k}(\theta, \phi)$ に対して常に横波条件 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k} = 0$ を満たす必要があるため、計算は \mathbf{k} に結びついた ローカル横基底 (u, v) への射影を通じて実行される。すなわち、入射偏光 (偏光板透過軸) で与えられる初期電場を \mathbf{k} に直交する平面に射影し、各層の複屈折位相遅れに対応する線形作用 (Jones 行列に相当) を逐次適用しながら伝

搬後電場を更新する。最後に、アナライザ（出射側偏光板）の透過軸に対する射影強度から漏れ透過率を算出し、CR へ変換する。以下に座標系を説明する。

1.2.1 グローバル座標系

光学スタックの法線をグローバル z 軸と定義する。グローバル x 軸、 y 軸は基板面内で直交し、層の光学軸ベクトルはこの (x, y, z) の **3D 単位ベクトル**で与える。各視線方向に対し、伝搬単位ベクトル

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}(\theta, \phi)$$

を構成する。ここで θ は $+z$ 軸からの極角（チルト角）、 ϕ は xy 平面での方位角である。

1.2.2 ローカル横波面と基底射影

物理的な偏光は \mathbf{k} に直交するため、すべての計算は \mathbf{k} に垂直な面（横波面）で行う。

各リターダ層の (u, v) 基底 リターダ層の光学軸 \mathbf{a} を \mathbf{k} に直交な面へ射影し、

$$\mathbf{a}_\perp = \mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}$$

とする。この射影ベクトルを正規化して

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{a}_\perp}{\|\mathbf{a}_\perp\|}, \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{u}}{\|\mathbf{k} \times \mathbf{u}\|}$$

を定義する。組 (\mathbf{u}, \mathbf{v}) は横波面上の直交基底であり、3D-field のリターダ演算子 $M(\mathbf{k}, \mathbf{a}, \Gamma)$ は、これらのローカル軸に沿って $\exp(\pm i\Gamma/2)$ の位相因子を与える。

1.3 偏光板モデル

本研究では、IPS の暗状態漏れ (crossed polarizers における off-axis light leakage) を定量化し、補償スタック (LC/A/C あるいは C/A/LC) を最適化するために、引用論文で導入されている O-type 偏光板モデルと、斜入射における A-plate / C-plate の有効遅相モデル (Eq. (3a), (3b)) を採用する。ここで off-axis 観察では、偏光子およびアナライザの**有効透過軸**が視線方向に依存して回転するため、正面でのクロスニコル条件（有効透過軸の直交）が off-axis では一般に満たされず、これが暗状態漏れの主要因となる。後続の設計思想 (§??) に接続するため、本節では (i) 偏光板の off-axis 有効透過軸の定義と、直交条件が破れることに起因する漏れの発生機構、(ii) コード実装における扱い（入射で偏光を固定し、出射で射影する）を整理し、さらに (iii) 偏光板のみの極限で引用論文のリーク式 (Eq. (3)) を再現できることを示す。

1.3.1 クロスニコル偏光板の off-axis 有効軸

視線方向を単位ベクトル $\hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi)$ とし、偏光板の吸収軸 (lab 座標系に固定) を \mathbf{c} とする。O-type 偏光板では、透過する偏光方向 (ordinary 方向) は $(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c})$ 平面に垂直であり、

$$\mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}) = \frac{\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{c}}{\|\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{c}\|} \tag{1}$$

to obtain the deviation angle α is as shown below.
If we assume that the birefringence is small (i.e., $|n_e - n_o| \ll n_e, n_o$) and the refractive indices are well

for the LC cell layer, respectively.
Light leakage T_{leakage} in terms of ϕ_c and θ_o in the crossed polarizers can also be easily obtained⁹:

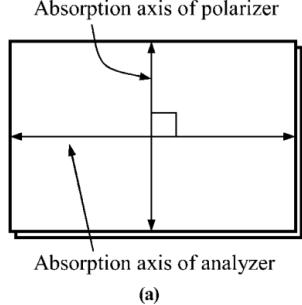


図 1: 引用論文に示された Eq. (2) (クロス O-type 偏光板の斜入射リーク) 参照画像 (クロップ).

$$T_{\text{leakage}} = \frac{1}{8} T^4 \frac{\sin^2 2\phi \sin^4 \theta_o}{(1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_o)(1 - \sin^2 \phi \sin^2 \theta_o)}. \quad (2)$$

The factor T^4 accounts for the Fresnel transmission of light through the four interfaces of the two polarizers. ϕ is the azimuth angle and Fig. 2 shows the calculated transmittance of the light passing through a pair of crossed ideal O-type polarizers. From Fig. 3, we can confirm that crossed O-type polarizers exhibit the highest light leakage in a diagonal direction ($\phi = 45^\circ$).

Then we consider the light leakage from the change

で与えられる。この \mathbf{o} は常に $\hat{\mathbf{k}}$ に直交する（横波条件を満たす）ため、off-axis 観測における偏光子／アナライザの有効透過軸を直接与える。

入射側偏光板の吸収軸を \mathbf{c}_1 、出射側（アナライザ）の吸収軸を \mathbf{c}_2 とするとき、それぞれの有効透過軸は

$$\mathbf{o}_1 = \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}_1), \quad \mathbf{o}_2 = \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}_2) \quad (2)$$

である。正面 ($\theta = 0$) では、 $\mathbf{c}_1 \perp \mathbf{c}_2$ のクロスニコル設定により理想的に漏れはゼロとなる。一方、斜入射では $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2$ の方位が $\hat{\mathbf{k}}$ に依存して回転し、正面での 90° 関係からはずれる。引用論文の Fig. 2 に示されるように、この有効吸収軸／透過軸の偏位角 δ が off-axis 漏れの幾何学的起源であり、特に対角方向 ($\phi = 45^\circ$) で漏れが最大化される傾向を持つ。

引用論文では、理想 O-type 偏光板のみ（光学板なし）で crossed の場合に、斜入射リークが

$$T_{\text{leakage}} = \frac{1}{8} T^4 \frac{\sin^2 2\phi \sin^4 \theta_0}{(1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_0)(1 - \sin^2 \phi \sin^2 \theta_0)} \quad (3)$$

と表されることを示している (T^4 は 2 枚の偏光板の 4 つの界面における Fresnel 透過を表す)。本研究で扱う IPS の補償問題では、この「偏光板だけでも off-axis でクロスが崩れる」という事実を出发点とし、LC および補償板が加える偏光回転／楕円化を利用して、off-axis においても \mathbf{o}_2 に対する消光条件を再構成する（詳細は §??）。

1.3.2 コードにおける偏光板実装（入射で固定、出射で射影）

本研究のコードでは、偏光板を「損失（吸収）を伴う非ユニタリ行列」として retarder 行列列 (`retarder_matrix()`) に挿入しない。代わりに、理想直交偏光板（crossed polarizers）を次の等価手順で実装する：

- 入射側偏光板：入射電場を透過状態に固定する。すなわち，

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{o}_1 \equiv \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}_1) \quad (4)$$

とおくことで、偏光板の吸収成分を明示的に構成することなく、retarder stack の入力を理想透過偏光に設定する。

- **出射側（アナライザ）：**stack 通過後の電場 \mathbf{E} をアナライザの透過状態 \mathbf{o}_2 に射影し、

$$a = \mathbf{o}_2^\top \mathbf{E}, \quad \mathbf{o}_2 \equiv \mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c}_2) \quad (5)$$

を得る。漏れ強度は $|a|^2$ に比例し（コードの正規化により $1/2$ 等が付与される）、これを T_{leak} としてコントラストへ換算する。

この二段階（入射偏光を固定 → 出射で射影）により、非ユニタリな吸収行列を明示的に構成せずに crossed POL を扱える。特に off-axis では \mathbf{o}_2 が $\hat{\mathbf{k}}$ により回転するため、暗状態設計では「 \mathbf{E} を \mathbf{o}_2 に直交させる」ことが本質となり、後続の補償設計（LC/A/C, C/A/LC）の目標条件はこの枠組みの上で定義される。

1.3.3 偏光板のみの極限における整合性 (Eq. (3) の再現)

本研究の偏光板実装（入射で $\mathbf{E}_0 = \mathbf{o}_1$ に固定し、出射で \mathbf{o}_2 へ射影）に対し、補償板および LC を含まない極限、すなわち $\prod_n \mathbf{M}_n = \mathbf{I}$ の場合には

$$a(\theta, \phi) = \mathbf{o}_2(\hat{\mathbf{k}})^\top \mathbf{o}_1(\hat{\mathbf{k}}), \quad T_{\text{leak}} \propto |a|^2 \quad (6)$$

となる。ここで $\mathbf{o}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{c})$ は式 (1) で与えられる O-type 偏光板の有効透過軸である。クロスニコル ($\mathbf{c}_1 \perp \mathbf{c}_2$) を仮定すると、ベクトル恒等式 $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})(\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})$ より、

$$|a|^2 = \frac{(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{c}_1)^2 (\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{c}_2)^2}{\left[1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{c}_1)^2\right] \left[1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{c}_2)^2\right]} \quad (7)$$

を得る。いま、lab 座標で $\mathbf{c}_1 = \hat{\mathbf{x}}$, $\mathbf{c}_2 = \hat{\mathbf{y}}$ と置き、 $\hat{\mathbf{k}} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)^\top$ を代入すると

$$|a|^2 = \frac{1}{4} \frac{\sin^2 2\phi \sin^4 \theta}{(1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta)(1 - \sin^2 \phi \sin^2 \theta)} \quad (8)$$

となり、off-axis における有効透過軸回転に起因するリークの角度依存を与える。文献の Eq. (3) は、入射強度（未偏光）に対する規格化として第 1 偏光板による $1/2$ と、界面透過を T^4 として含めたものであるから、

$$T_{\text{leakage}} = \frac{T^4}{2} |a|^2 \quad (9)$$

と置けば式 (3) を再現する。したがって、本研究の境界条件実装は、O-type 偏光板の off-axis 有効軸回転を正しく含んでいることが確認できる。

1.4 補償板モデル (A-plate, C-plate)

前節で述べたように、off-axis 觀察では偏光子／アナライザの**有効透過軸**が視線方向に依存して回転し、正面での crossed 条件（有効透過軸の直交）が一般に崩れる。本節では、この off-axis 漏れを

抑制するために用いる補償板 (A-plate, C-plate) を、斜入射における有効遅相 (retardation) モデルに基づいて定式化する。具体的には、引用論文の Eq. (3a), (3b) に従い、A-plate (面内一軸) および C-plate (光学軸が法線方向) の角度依存遅相 $\Gamma(\theta, \phi)$ を定義し、これを層作用素として Jones 伝搬に組み込む手順を整理する。後続の設計思想 (§??) に接続するため、A-plate / C-plate の角度依存遅相の定義、

1.4.1 遅相モデル：A-plate と C-plate の角度依存遅相 (Eq. (3a), Eq. (3b))

斜入射では、光学板の見かけ遅相が角度依存で変化する。本研究は引用論文の有効遅相モデルに従い、A-plate (面内一軸) および C-plate (光学軸が法線 z) の遅相 Γ を与える。ここで Γ は位相遅れ (radian) であり、波長 λ 、膜厚 d 、屈折率 n_o, n_e を用いて記述される。

■A-plate 遅相 (Eq. (3a)) A-plate は光学軸が面内にある一軸板であり、斜入射における有効遅相は、相対方位角 ϕ_{rel} (入射方位と面内光学軸の差) を用いて

$$\Gamma_A(\theta, \phi_{\text{rel}}) = \frac{2\pi}{\lambda} d \left[n_e \left(1 - \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \phi_{\text{rel}}}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi_{\text{rel}}}{n_o^2} \right)^{1/2} - n_o \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (10)$$

実装では数値安定のため、平方根内部が負にならないよう下限クリップを施す。

■C-plate 遅相 (Eq. (3b)) C-plate は光学軸が法線 z に一致する一軸板であり、理想的には方位角に依存せず極角のみの関数となる：

$$\Gamma_C(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{\cos \theta} \left[\left(\frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta} \right)^{1/2} - n_o \right]. \quad (11)$$

さらに、本研究の最適化では C-plate の“符号付き遅相”(正負)も探索対象とし、符号は実装上 $n_e - n_o$ の符号 (すなわち Δn の符号) として取り込むことで、Poincaré 球上の回転向きを反転させる自由度として扱う。

1.5 有効 Jones 伝達行列とスタック伝搬アルゴリズム

前節までに、偏光板の off-axis 有効透過軸 $\hat{o}(\hat{k}, c)$ および補償板の角度依存遅相 $\Gamma(\theta, \phi)$ を定義した。本節では、これらを用いて各層を（視線方向固定の）**有効 Jones 伝達行列** $M_n(\hat{k}; a_n, \Gamma_n)$ として表し、LC/A/C や C/A/LC といったスタック構成に対する伝搬計算を定式化する。さらに、コード実装の観点から、 Γ_n の計算、 M_n の構成、電場更新 $E \leftarrow M_n E$ 、およびアナライザ透過状態への射影による T_{leak} 評価までの手順をまとめる。

1.5.1 ローカル基底における retarder 演算子

各層 n に対し、横波面上の直交基底 (u_n, v_n) において電場を 2 成分 Jones ベクトル $E_n = (E_{u,n}, E_{v,n})^\top$ として表す。遅相 Γ_n を持つ理想 retarder (損失なし) の Jones 行列は

$$J_n(\Gamma_n) = \begin{pmatrix} e^{+i\Gamma_n/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_n/2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

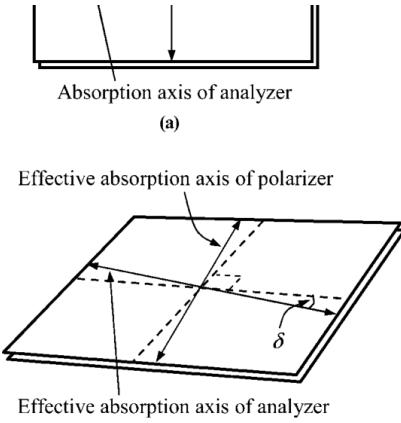


Fig. 2. Change in the effective angle of the absorption angle of the crossed polarizers: (a) normal observation, (b) oblique observation.

lated transmittance of the light passing through a pair of crossed ideal O-type polarizers. From Fig. 3, we can confirm that crossed O-type polarizers exhibit the highest light leakage in a diagonal direction ($\phi = 45^\circ$).

Then we consider the light leakage from the change of the retardation of each optical plate with oblique incident direction. The effective retardation of the A plate, the horizontal-switching LC cell, and the C plate in the oblique incident angle can be described as⁹

$$\Gamma_a = \frac{2\pi}{\lambda} d \left[n_e \left(1 - \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \phi}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{n_o^2} \right)^{1/2} - n_o \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \right)^{1/2} \right], \quad (3a)$$

$$\Gamma_C = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{\cos \theta_o} \left[\sqrt{\frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2 \theta_o + n_e^2 \cos^2 \theta_o}} - n_o \right]. \quad (3b)$$

図2: 引用論文に示された Eq. (3a), (3b) 参照画像 (クロップ).

で与えられる。スタック全体の伝搬は、各層のローカル基底への変換と J_n の作用を組み合わせて記述できる。実装上は、グローバル3D電場を横波面へ射影したうえで、各層の基底へ回転し、 J_n を作用させて戻す、という等価な手続きで表現できる（ローカル基底に結び付いた Jones-like 伝搬）。

1.5.2 遅相 Γ_n に基づく層作用素 M_n (有効 Jones 伝達行列)

視線方向を $\hat{k}(\theta, \phi)$ とし、層 n の光学軸 (3D 単位ベクトル) を a_n とする。横波条件 $E \cdot \hat{k} = 0$ を満たす横波面上で、 a_n の射影から直交基底 (u_n, v_n) を構成する (§1.2)。ここで

$$U_n \equiv (u_n \ v_n) \in \mathbb{R}^{3 \times 2}, \quad U_n^\top U_n = I_2, \quad U_n U_n^\top = P_\perp(\hat{k}) \quad (13)$$

を定義する。ただし $P_\perp(\hat{k}) \equiv I_3 - \hat{k}\hat{k}^\top$ は横波面への射影 (transverse projector) である。

式 (12) の2次元 Jones 表現をグローバル3次元電場へ埋め込んだ層作用素を

$$M_n(\hat{k}; a_n, \Gamma_n) \equiv U_n J_n(\Gamma_n) U_n^\top = U_n J_n(\Gamma_n) U_n^\top P_\perp(\hat{k}) \quad (14)$$

と定義する。(右式の P_\perp は E が厳密に横波であれば冗長だが、数値安定化のため明示してよい。) すなわち、層 n 通過前後の電場は

$$E_{n,\text{out}} = M_n E_{n,\text{in}} \quad (15)$$

で関係付けられる。したがってスタック全体では

$$E_{\text{out}}(\theta, \phi) = \left(\prod_{n=N}^1 M_n(\hat{k}; a_n, \Gamma_n) \right) E_0 \quad (16)$$

と書ける。なお、 M_n は物理的には「層 n の（視線方向固定の）有効 Jones 伝達行列」(effective Jones matrix)，あるいは「偏光伝達演算子 (polarization transfer operator)」に相当する。損失がなければ J_n はユニタリであり、 M_n も横波部分空間上でユニタリな偏光変換を表す（全体位相は観測強度に影響しない）。

1.5.3 全体の漏れ振幅とコントラスト指標

偏光板を境界条件として含めると、視野方向 (θ, ϕ) における漏れ振幅は

$$a(\theta, \phi) = \mathbf{o}_2(\hat{\mathbf{k}})^T \left(\prod_n M_n(\hat{\mathbf{k}}; \mathbf{a}_n, \Gamma_n) \right) \mathbf{o}_1(\hat{\mathbf{k}}), \quad T_{\text{leak}} \propto |a|^2 \quad (17)$$

と書ける。ここで $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2$ はそれぞれ入射側偏光板と出射側偏光板（アナライザ）の有効透過軸である。暗状態のコントラスト比は、白状態透過率 T_{white} を用いて $\text{CR} = T_{\text{white}}/T_{\text{leak}}$ と定義するのが一般的であり、簡略化として $T_{\text{white}} \approx 1$ を置けば $\text{CR} \approx 1/T_{\text{leak}}$ として扱える。

1.5.4 アルゴリズムまとめ

各視野方向 (θ, ϕ) について：

1. 視線（伝搬）単位ベクトル $\mathbf{k} = \mathbf{k}(\theta, \phi)$ を構成する。
2. 入射側偏光板 (POL) と出射側偏光板 (analyzer) を吸収軸 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2$ で表し、有効透過状態 $\mathbf{o}_1(\mathbf{k}), \mathbf{o}_2(\mathbf{k})$ を構成して、入射電場を $\mathbf{E} \leftarrow \mathbf{o}_1(\mathbf{k})$ に設定する。
3. 各リターダ層について視野角依存の遅相 Γ_n を計算し、式 (14) により $M_n(\mathbf{k}; \mathbf{a}_n, \Gamma_n)$ を構成して、 $\mathbf{E} \leftarrow M_n \mathbf{E}$ と更新する。
4. $\mathbf{E}_{\text{out}} = \mathbf{E}$ を analyzer 透過状態へ射影して漏れ振幅 $a = \mathbf{o}_2^T \mathbf{E}_{\text{out}}$ を得る。これより $T_{\text{leak}} \propto |a|^2$ 、および $\text{CR} = f(T_{\text{leak}})$ （例： $T_{\text{white}} \approx 1$ なら $\text{CR} \approx 1/T_{\text{leak}}$ ）を計算する。

1.6 Stokes 表現と Poincaré 球による解釈

本節では、前節までに構成した Jones 伝搬の結果を Stokes 表現へ写像し、Poincaré 球上の幾何学として解釈する枠組みを与える。上記の偏光板実装 (§1.3.2) により入力電場 $\mathbf{E}_0 = \mathbf{o}_1$ を定義し、LC, A-plate, C-plate を位相遅相板 (retarder) として Jones 行列で逐次作用させることで、任意の視線方向 (θ, ϕ) に対する出射電場 \mathbf{E} を得る。また、§1.3.1 で定義したアナライザ透過状態 \mathbf{o}_2 への射影から T_{leak} を評価する。これらの評価を直観的に解釈するために、計算した横波面基底 (\mathbf{u}, \mathbf{v}) 上の Jones ベクトル $\mathbf{E} = (E_u, E_v)^T$ に対して、Stokes パラメータ (S_0, S_1, S_2, S_3) を

$$S_0 = |E_u|^2 + |E_v|^2, \quad (18)$$

$$S_1 = |E_u|^2 - |E_v|^2, \quad (19)$$

$$S_2 = 2 \operatorname{Re}(E_u E_v^*), \quad (20)$$

$$S_3 = 2 \operatorname{Im}(E_u E_v^*), \quad (21)$$

で定義する。以後、偏光状態のみを扱うため規格化 Stokes ベクトル

$$\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3) \equiv \left(\frac{S_1}{S_0}, \frac{S_2}{S_0}, \frac{S_3}{S_0} \right) \quad (22)$$

を用いる。理想的な完全偏光では $|s| = 1$ を満たし, s は Poincaré 球上的一点として表される。したがって s を計算することで、各層通過後の偏光状態を Poincaré 球上の軌跡として追跡できる。

s_3 は楕円偏光の楕円率（円偏光成分）を表し, $s_3 \simeq 0$ は「ほぼ直線偏光（Poincaré 球の赤道）」を意味する。また (s_1, s_2) から、横波面内での直線偏光の方位角 ψ は

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(s_2, s_1) \quad (23)$$

で与えられる（ ψ は (\mathbf{u}, \mathbf{v}) に対する角度）。この枠組みにより、光学スタック（例えば LC/A/C あるいは C/A/LC）が与える偏光回転・楕円化の寄与を Stokes ベクトルにより比較できる。さらに、off-axis で偏光板の有効軸が 90° からずれる効果を、横波面内の方位角 ψ の観点から補償として解釈できる。

1.7 設計思想：クロスニコルのオファクシス崩れを Stokes / Poincaré 表現で捉え、LC/A/C および C/A/LC で補償する

■オファクシス暗状態漏れの本質（クロスニコルの幾何学的崩れ） IPS の暗状態は、正面 ($\theta = 0$) では入射偏光板 (POL) と出射偏光板 (Analyzer) がクロスニコル（互いに 90° ）となるように設定し、POL 透過後の線偏光が Analyzer により完全に吸収されることで実現される。しかし斜め入射では、光線ベクトル $\hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi)$ に垂直な平面（横波面）上で「偏光板の有効光軸（透過軸／吸収軸）」が正面の設定から偏位し、クロス条件が見かけ上 90° から広がる（あるいは狭まる）。このとき、正面では一致していた「Analyzer の吸収軸」と「POL 透過後偏光状態」が一致しなくなり、暗状態漏れが生じる。とくに対角方向 ($\phi \simeq 45^\circ$) で漏れが最大化されやすい。

■Stokes ベクトルと「直線偏光化+方位合わせ」という設計目標 横波面上で直交基底 (\mathbf{u}, \mathbf{v}) を定義し（本研究では pol_in 基底）、各層通過後の偏光状態を規格化 Stokes ベクトル $s = (s_1, s_2, s_3)$ ($|s| = 1$) で表す。 s_3 は楕円偏光の楕円率（円偏光成分）を表し、 $s_3 \simeq 0$ は「ほぼ直線偏光（Poincaré 球の赤道）」を意味する。また (s_1, s_2) から、横波面内での直線偏光の方位角 ψ は

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(s_2, s_1) \quad (24)$$

で与えられる（ ψ は (\mathbf{u}, \mathbf{v}) に対する角度）。

一方、斜め入射では Analyzer の「透過軸」も横波面内で方位角 $\alpha(\theta, \phi)$ をもつ（正面の 90° から偏位する）。直線偏光 ($s_3 = 0$) が方位 ψ をもつとき、理想的なクロスニコルは

$$\Delta(\theta, \phi) \equiv (\alpha - \psi) \bmod 180^\circ \simeq 90^\circ \quad (25)$$

で表され、 Δ が 90° からずれるほど漏れが増える。従って暗状態改善の設計目標は次の二点に要約できる：

1. 直線偏光化： $s_3(\theta, \phi) \rightarrow 0$ （楕円率を消す）
2. 方位合わせ： $\Delta(\theta, \phi) \rightarrow 90^\circ$ （出射偏光の方位を Analyzer の吸収方向へ整列）

ここで重要なのは、正面の CR_{00} を落とさないことである。すなわち、補償スタックは $\theta = 0$ において POL-Analyzer のクロス条件を壊さず、同時に $\theta > 0$ で生じる $\alpha(\theta, \phi)$ の偏位を「偏光状態の回転量」で打ち消すように働く必要がある。

■LC/A/C（吸収軸基準）の設計思想 本研究の LC/A/C は、暗状態の基準を「入射 POL の吸収軸」に取り、

$$\text{POL} / \text{LC} / +\text{A} / \pm\text{C} / \text{Analyzer} \quad (26)$$

の順に配置する。ここで LC の光学軸は $\theta = 0$ において入射 POL の吸収軸と一致させ、正面では偏光状態が Analyzer により消光される (CR_{00} を保持)。斜め入射ではまず、LC により横波面内の偏光状態が回転・楕円化し、続く $+A$ により「Analyzer の吸収軸に向かう」回転成分を付与する。最後の $\pm C$ は、主として s_3 を抑えつつ（直線偏光化）、 (s_1, s_2) の方位 ψ を微調整する役割を担う。すなわち、LC と A で方位を作り、C で赤道 ($s_3 \simeq 0$) へ押し戻しながら整列させるという役割分担である。このとき $\phi \simeq 45^\circ$ ・所望の θ に対して A の面内リタデーション (R_o スケール) と C の面外リタデーション (R_{th} 符号付き) を最適化すると、「 $\alpha(\theta, \phi)$ の偏位量」と「補償スタックによる $\psi(\theta, \phi)$ の回転量」が釣り合い、 $\Delta \simeq 90^\circ$ かつ $s_3 \simeq 0$ を同時に満たせる。

■C/A/LC（透過軸基準）の設計思想 透過軸基準では、LC の基準方位を正面で POL 透過軸側（吸収軸から 90° ）へ取り直し、

$$\text{POL} / \pm\text{C} / +\text{A} / \text{LC} / \text{Analyzer} \quad (27)$$

のように順序を入れ替えた C/A/LC を考える。順序を入れ替えると、各素子が Poincaré 球上で与える「回転軸」と「回転順序」が変わるために、同じ (R_o, R_{th}) でも最終的な s の到達点は異なる。しかし設計目標は共通であり、

$$s_3(\theta, \phi) \rightarrow 0, \quad (\alpha - \psi) \bmod 180^\circ \rightarrow 90^\circ \quad (28)$$

を満たすように、 $+A$ の R_o と $\pm C$ の R_{th} （符号を含む）を探索する。直観的には、先段の $\pm C$ が楕円率成分 (s_3) の生成／抑制に強く寄与し、その後段の $+A$ と LC が方位 ψ を Analyzer の吸収軸へ引き込む。したがって C/A/LC は「先に楕円率を制御し、後段で方位を合わせ込む」ルートとして理解でき、LC/A/C とは異なる回転経路で同じ消光条件に到達し得る。

■数値最適化と Stokes トレースによる検証（設計思想の可視化） 上記の設計思想は、暗状態漏れ $T_{\text{leak}}(\theta, \phi)$ を最小化（あるいは CR を最大化）する最適化により具体化できる。我々は目標角（例： $\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ$ ）で A の R_o スケールと C の R_{th} を走査し、最良解のスタックに対して各層通過後の s を逐次保存する（Stokes trace）ことで、(1) s_3 が小さく（ほぼ直線偏光）、(2) 出射偏光の方位 ψ がオフアクシス Analyzer 軸 $\alpha(\theta, \phi)$ と直交 ($\Delta \simeq 90^\circ$) であることを直接確認した。すなわち、「斜め視でクロスニコルが 90° から広がる」という幾何学的要因を、補償スタックが作る ψ の回転で相殺しつつ、 s_3 を抑えて直線偏光として Analyzer へ入射させることで、CR 視野角を拡大する——という設計思想を、Poincaré 球（あるいは s_2-s_3 円）上の軌跡として記述できる。

2 光学補償最適化プログラムの概要

本節では、偏光板（クロスニコル）下の IPS 系暗状態に対し、補償板（A-plate, C-plate）を付加したときのコントラスト比（CR）改善を目的とした光学補償設計の最適化プログラムの概要を示す。

2.1 入力

2.1.1 構成

対象とするスタックは簡便のため、図 ??に示すように、LC/A/C とし、入射側偏光板 (Polarizer; POL) の吸収軸 (c_1) と LC の屈折率の長軸が平行の LC 吸収軸基準 (E モード) に配置する。出射側偏光板 (Analyzer; ANA) の吸収軸 (c_2) と POL の吸収軸 c_1 は直交するクロスニコル配置とする。尚、通常の POL の透過率と LC の屈折率の長軸が平行な LC 透過軸基準 (O モード) の場合は C/A/LC のスタックで E モードと同様の結果が得られる。実際には光学フィルムを C-plate(R_{th})/A-plate(R_0) の組み合わせで記述され、一般には C/A/LC/A/C スタックでモデル化される。しかし、光学補償の設計指針は LC/A/C スタックと同様であり、CR 視野角の定性的な傾向も同様のため、本スタックで実施する。

2.1.2 膜厚

本実装では、等方屈折率を $n_o = \text{NO_BASE}$ とし、各層の複屈折を Δn として異常屈折率 $n_e = n_o + \Delta n$ を与える。位相差（リタデーション） Re と膜厚 d の関係は

$$\text{Re} = \Delta n d, \quad (29)$$

であり、与えられた Re (nm) と Δn から膜厚は

$$d [\mu\text{m}] = \frac{\text{Re} [\text{nm}]}{1000 \Delta n} \quad (30)$$

と換算できる。

LC は d_{LC} と Δn_{LC} を固定し、設計値として $\text{Re}_{LC} = \Delta n_{LC} d_{LC}$ が定まる。一方、A-plate は主に面内リタデーション (R_0) を補償する役割 C-plate は主に厚み方向リタデーション (R_{th}) を担い斜入射起因の残差を抑える役割を担う。A-plate の膜厚は、選択した材料 (upper/lower) の Δn_A により $d_A = \text{Re}_A / (1000 \Delta n_A)$ として決まる。

*1

*1 プログラムの作成経緯から、実際にはスケール係数 A_{scale} により

$$\text{Re}_A = A_{\text{scale}} \text{Re}_{A,\text{base}} \quad (31)$$

で与える。ここで $\text{Re}_{A,\text{base}}$ は「 $\text{Re}_{LC}/2$ 」に固定する必然性はなく、(A/LC/A 構成の “each” 割当として $\text{Re}_{LC}/2$ を用いる流儀は存在するが)、本節の単一 A では目的関数に応じて $\text{Re}_{A,\text{base}}$ を別途与える (あるいは最適化変数として扱う)。

同様に、C-plate の設計は膜厚 d_C を直接固定するのではなく、C-plate のリタデーション Re_C (nm) を最適化変数として走査し、式 (30) により

$$d_C [\mu\text{m}] = \frac{\text{Re}_C [\text{nm}]}{1000 \Delta n_C} \quad (32)$$

へ換算して膜厚表記を与える。

なお Re_C の符号は、実装上は “signed ReC” として取り扱い、負の場合は TAC などの negative C-plate を表す。

2.1.3 相対角（光学軸方位）の定義

■基準配置 本節では、基準配置として以下を採用する。

- 入射側偏光板 (POL) の吸収軸を x 軸に一致させる : $\mathbf{c}_1 = \hat{\mathbf{x}}$.
- 液晶 (LC) の面内光学軸も x 軸に一致させる : $\mathbf{a}_{\text{LC}} = \hat{\mathbf{x}}$.
- 出射側偏光板 (アナライザー) の吸収軸を y 軸に一致させる : $\mathbf{c}_2 = \hat{\mathbf{y}}$.

したがって基準配置では、 $\mathbf{c}_1 \parallel \hat{\mathbf{x}}$, $\mathbf{a}_{\text{LC}} \parallel \hat{\mathbf{x}}$, $\mathbf{c}_2 \parallel \hat{\mathbf{y}}$ となり、入射側偏光板と出射側偏光板はクロスニコル条件（透過軸が互いに直交）を満たす。

■光学軸の向き 本プログラムでは汎用性を確保するため、各層の光学軸方位は、基準軸として入力側偏光子 (POL) の透過軸を取り、その方位角を 0° と定義する。これに対し、上側 A-plate、下側 A-plate、LC の配向 (LC のラビング方向あるいは暗状態の等価主軸)，および C-plate の光学軸方位をそれぞれ

$$\alpha_{\text{A,top}}, \alpha_{\text{A,bot}}, \alpha_{\text{LC}}, \alpha_{\text{C}}$$

で表し、相対角として

$$\text{relA} = \Delta\alpha_{\text{A,top}} = \alpha_{\text{A,top}} - \alpha_{\text{POL}}, \quad \text{lc_rel} = \Delta\alpha_{\text{LC}} = \alpha_{\text{LC}} - \alpha_{\text{POL}}, \quad \text{etc.}$$

を用いて記述する ($\alpha_{\text{POL}} = 0^\circ$)。例えば、下側スタック (入力側) の各光軸を、入射偏光子角度 pol_in に追従して回転する場合には各層の光軸方位角は次式で定義される：Case-1 ではスタックを

$$\text{POL} / \text{LC} / \text{A} / \text{C} / \text{Analyzer}$$

とし、面内角度はすべて「偏光板の吸収軸」を基準とする角度として与える。基準配置として、入射側偏光板 (POL) の吸収軸を x 軸 ($\mathbf{c}_1 = \hat{\mathbf{x}}$)、出射側偏光板 (Analyzer) の吸収軸を y 軸 ($\mathbf{c}_2 = \hat{\mathbf{y}}$) に一致させる。このとき、 pol_in , pol_out (deg) はそれぞれ吸収軸の z 軸回り回転角であり、正面視において $\text{pol_out}=0$ はクロスニコル基準 (O 型偏光板定義に基づく基準配置) を意味することに注意する。

表 1: 本節で用いる材料定数と固定パラメータ（代表値）。

Parameter	Symbol	Value
LC birefringence	Δn_{LC}	0.10
LC thickness	d_{LC}	$3.1 \mu\text{m}$
A-plate birefringence (upper)	$\Delta n_{A,\text{up}}$	0.00142
A-plate birefringence (lower)	$\Delta n_{A,\text{low}}$	0.00145
C-plate birefringence	Δn_C	0.12049
LC retardation (design)	Re_{LC}	310 nm
A-plate base retardation (each)	$Re_{A,\text{base}}$	155 nm

■具体例 Case-1 (LC/A/C, absorption-basis) では, LC の面内光学軸は `pol_in` に対して相対角 `relLC` を持ち,

$$\alpha_{LC} = \text{pol_in} + \text{rel_LC} \quad (33)$$

で与えられる。一方, A-plate は本実装では Analyzer 側 (`pol_out`) を基準として配置され, A の方位角は

$$\alpha_A = A_{\text{base}} + \text{pol_out} + \text{relA} \quad (34)$$

で与えられる (Case-1 では $A_{\text{base}} = 90^\circ$ に固定)。したがって Analyzer 側を基準に固定し (`pol_out=0`), 入力側のみ `pol_in` を回転させる場合, LC のみが `pol_in` に追随し, A は固定角のままとなり, 独立に設定することが可能となる。

実際の計算では ($\text{pol_in}=0^\circ$, $\text{pol_out}=0^\circ$), $\text{relA}=0.25^\circ$, $\text{relLC}=0.25^\circ$ とした場合,

$$\alpha_{\text{pol,in}}^{(\text{abs})} = 0^\circ, \quad \alpha_{LC} = 0.25^\circ, \quad \alpha_A = 90.25^\circ, \quad \alpha_{\text{pol,out}}^{(\text{abs})} = 90^\circ. \quad (35)$$

とした。

2.2 最適化および出力

最適化は、所望視角点 $(\theta, \phi) = (30^\circ, 45^\circ)$ の漏れ最小化 (CR 最大化) を主目的とし、同時に視野角領域 (本実装では $\theta \leq 60^\circ$ の格子) における暗状態の崩れ具合を CR 等高線 (ISO) として可視化する。最適化および可視化は `ips_compensation4.py` により実行し、以下の成果物を生成する：(i) `summary.csv` (各ケースのベースラインと最良解の指標集約)、(ii) `best_stack_caseX.json` (最良スタックの層パラメータ)、(iii) `progress_caseX.csv` (探索の進捗: 更新番号・最良 CR・Stokes 追跡値)、(iv) `stokes_white_caseX.csv` (白色合成での Stokes 追跡)、(v) `iso_X_best.png` (最良解の CR 等高線図) などである。

表2: 本節で用いる材料定数と固定パラメータ（代表値）および角度パラメータ（定義は本文参照）。

Parameter	Symbol	Value
(A) Material / Retardation parameters		
LC birefringence	Δn_{LC}	0.10
LC thickness	d_{LC}	$3.1 \mu\text{m}$
A-plate birefringence (upper)	$\Delta n_{A,\text{up}}$	0.00142
A-plate birefringence (lower)	$\Delta n_{A,\text{low}}$	0.00145
C-plate birefringence	Δn_C	0.12049
LC retardation (design)	Re_{LC}	310 nm
A-plate base retardation (each)	$Re_{A,\text{base}}$	155 nm
(B) Angle parameters (in-plane, deg)		
Input POL absorption-axis rotation	pol_in	0.5°
Output POL absorption-axis rotation	pol_out	0.0°
Lower A relative rotation vs. input POL	$\text{relA} \equiv \text{rel_rot_LA}$	0.5°
Upper A relative rotation vs. output POL	rel_rot_UA	0.0°
LC relative rotation vs. input POL	$\text{lc_rel} \equiv \text{LC_REL_TO_INPOL}$	1.0°
(C) Derived azimuths used in the stack (deg)		
Input-side azimuth (POL)	$\alpha_{\text{pol,in}}$	pol_in
Lower A azimuth	$\alpha_{A,\text{bot}}$	$\text{pol_in} + \text{relA}$
LC azimuth	α_{LC}	$\text{pol_in} + \text{lc_rel}$
Upper A azimuth	$\alpha_{A,\text{top}}$	$90^\circ + \text{pol_out} + \text{relA}$
Output-side azimuth (POL)	$\alpha_{\text{pol,out}}$	$90^\circ + \text{pol_out}$

2.2.1 評価指標：CR 等高線図、 CR_{00} 、および Stokes 追跡

暗状態漏れは透過率 T_{leak} から $CR = 1/T_{\text{leak}}$ （実装の定義に従う）として算出し、視野角格子上の CR を等高線（ISO）として可視化する。特に、正面視 ($\theta = 0^\circ$) に対応する CR_{00} は、暗状態中心の性能を代表する指標として併記する。

また、最良解の理解のため、スタッツク途中（例：`POL_in`、`e1#0`、`e1#1`、`e1#2`）における偏光状態を Stokes パラメータ (s_1, s_2, s_3) として追跡する。ここで s_3 は円偏光成分（楕円率）に相当し、 $|s_3| \ll 1$ はほぼ線偏光を意味する。さらに、解析用に `case1_results_20260108_152708.txt` では、視角 (θ, ϕ) における解析器吸収軸の方位角 α （transverse basis 上）と最終 Stokes から

$$I(\alpha) = \frac{1}{2} (1 + s_1 \cos 2\alpha + s_2 \sin 2\alpha), \quad T_{\text{leak,pred}} = \frac{1}{2} I(\alpha) \quad (36)$$

により漏れを推定し、数値計算の T_{leak} と整合することを確認している（本節でも同様の観点で

Stokes を解釈する)。

3 IPS 光学補償フィルム構成の最適化

本節では、IPS パネルの光学補償フィルム構成 POL/LC/A/C/ANA における CR 視野角の最適化について述べる。ここで、POL は入射側偏光板 (偏光子,polarizer)、LC は液晶、A は A-plate, C は C-plate, ANA は出射側偏光板 (検光子,analyzer) である。尚、LC の長軸と POL の吸収軸を平行とする E モードで偏光板同士はクロスニコル条件である。最適化においては、特定の視点 ($\theta = 30^\circ$, $\phi = 45^\circ$) における、コントラスト比 $CR(\theta, \phi)$ に関する ReA–ReC 平面上での、best 条件を探索する。そして、best 条件において (θ, ϕ) -極座標プロット (polar plot) を用いて CR の視野角マップを作成し、REF (A/C なし: Pol/LC/Analyzer) と比較することで、CR 視野角の拡大を確認する。さらに Stokes 解析の結果に基づき、偏光板の「オフ軸クロスニコルずれ」を補償する光学補償の設計思想の説明を行う。なお、構成は POL/LC/A/C/ANA で E モード配置としたが、POL/C/A/LC/ANA で O モード配置 (O モードは LC の長軸と POL の透過軸を平行とする), POL/C/A/LC/A/C/ANA で E モード/O モード配置の構成の場合も補償設計の思想は同様である。

3.1 計算条件 (探索格子と評価量)

探索パラメータは A-plate の有効リターデーション (ReA) と C-plate の有効リターデーション (ReC) である。今回の探索条件は以下の通りである。

- 構成 : POL/LC/A/C/ANA
- 偏光板 : クロスニコル条件 $\alpha_{\text{pol,in}} = 0.0^\circ$, $\alpha_{\text{pol,out}} = 90.0^\circ$
- LC : リターデーション $ReLC = 310$ nm, E モード, 光学軸 $\alpha_{LC} = 2.5^\circ$,
- A-plate: リターデーション $ReA \in [0, 372]$ nm, 光学軸 $\alpha_A = 2.5^\circ$
- C-plate: リターデーション $ReC \in [-280, 280]$ nm
- 最適化すべき評価指標 : $CR(\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ)$, および $CR(\theta = 0^\circ, \phi = 0^\circ)$

3.2 最適化が想定している波長

本プログラムにおける最適化 (progress における best 判定, および基本の CR 評価) は, 単色 $\lambda = 550$ nm に固定された評価ではなく, 代表波長

$$\lambda_B = 450 \text{ nm}, \quad \lambda_G = 546 \text{ nm}, \quad \lambda_R = 610 \text{ nm}$$

を用いた白色 (W) 評価として定義されている。白色評価は, 各波長の暗状態リーク透過率 $T_{\text{leak}}(\theta, \phi; \lambda)$ を重み付き平均して

$$T_{\text{leak}}^{(W)}(\theta, \phi) = \frac{\sum_{k \in \{B, G, R\}} w_k T_{\text{leak}}(\theta, \phi; \lambda_k)}{\sum_{k \in \{B, G, R\}} w_k}$$

とし (デフォルトでは $w_B = w_G = w_R = 1$), この $T_{\text{leak}}^{(W)}$ から白色コントラスト比

$$\text{CR}^{(W)}(\theta, \phi) = \frac{T_{\text{bright}}^{(W)}(\theta, \phi)}{T_{\text{leak}}^{(W)}(\theta, \phi)}$$

を構成する方式である. ここで重要なのは, 白色評価が $\text{CR}(\theta, \phi; \lambda)$ を波長平均した量ではなく, T_{leak} を平均してから CR を定義する点である. したがって, 「最適化は $\lambda = 550 \text{ nm}$ で行った」という理解は実装上は正確ではなく, より正確には「 $\lambda_G = 546 \text{ nm}$ を含む B/G/R ($450/546/610 \text{ nm}$) の白色評価を目的関数として最適化した」と解釈されるべきである.

3.3 最適化結果

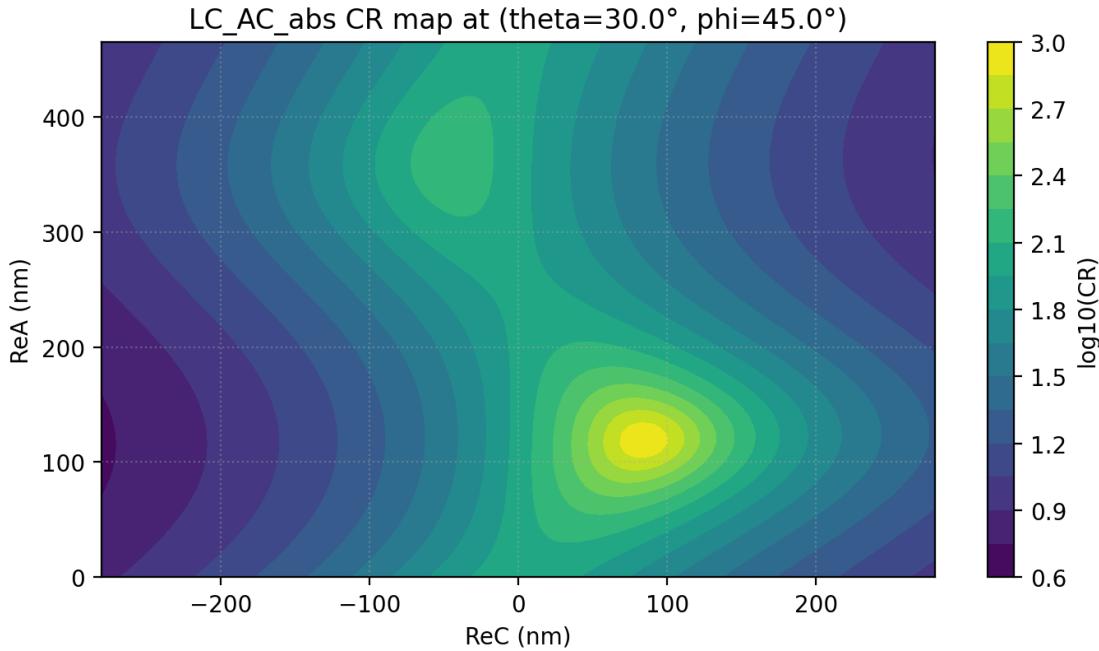


図 3: ターゲット視点での $CR(\theta=30^\circ, \phi=45^\circ)$ ReA–ReC 2 次元マップ

図 3 は ReA–ReC 2 次元マップを示し、各格子点 (ReA, ReC) に対してターゲット視点での $CR(\theta=30^\circ, \phi=45^\circ)$ を計算し、等高線として可視化したものである (デフォルトでは $\log_{10} \text{CR}$ 表示).

2 次元格子全体で最大の CR を与える条件 (global best) は次である :

$\text{ReA} = 116.25 \text{ nm}, \quad \text{ReC} = 85 \text{ nm}, \quad \text{CR}(30^\circ, 45^\circ) = 9.097 \times 10^2$

最適条件における主要指標は次である :

- ターゲット視点 $(30^\circ, 45^\circ)$:

$$\text{CR}_{\text{LC-only}} = 1.079 \times 10^2, \quad \text{CR}_{\text{best}} = 9.097 \times 10^2,$$

$$\text{改善率} = \text{CR}_{\text{best}} / \text{CR}_{\text{LC-only}} \approx 8.43$$

- 正面 ($CR00$) : 両者はほぼ同等

$$CR00_{\text{LC-only}} \approx 1.975 \times 10^4, \quad CR00_{\text{best}} \approx 1.976 \times 10^4$$

したがって、補償は正面の明暗を損なわずに、オフ軸の暗状態リークを低減し、視野角全体の低 CR 領域を押し上げる効果を持つ。尚、ReC を各 ReA で最適化した包絡線 $\text{CR}_{\text{max}}(\text{ReA})$ には主ピーク以外に第 2 ピークが存在する。REF (Pol/LC/Analyzer), best 条件、および第 2 ピーク条件における最適化指標である正面 $CR00$ とターゲット視点 $CR(\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ)$ の比較を表 3 に示す。

表 3: REF (Pol/LC/Analyzer), best 条件、および第 2 ピーク条件における正面 $CR00$ とターゲット視点 $CR(\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ)$ の比較。

条件	構造	ReA [nm]	ReC [nm]	$CR(\theta=0^\circ, \phi=0^\circ)$	$CR(\theta=30^\circ, \phi=45^\circ)$
ref	only LC	—	—	1.9752×10^4	1.0789×10^2
best (第 1 ピーク)	LC/A/C	116.25	85	1.9763×10^4	9.0971×10^2
第 2 ピーク	LC/A/C	364.25	-45	4.1561×10^4	1.5097×10^2

主ピークと第 2 ピークの物理解釈は以下の通りである。本系の補償は、オフ軸で発生する「偏光子・検光子の実効クロス条件の崩れ」を、A-plate と C-plate の位相回転 (Poincaré 球上の回転) で打ち消す問題として理解できる。主ピーク ($ReA \sim 116$ nm, $ReC \sim 85$ nm) は、比較的小さな総位相遅れで「オフ軸で増加した analyzer 軸の実効回転」を補正し、出射偏光をほぼ線偏光のまま analyzer と直交に戻す枝である。第 2 ピーク ($ReA \sim 364$ nm, $ReC \sim -45$ nm) は、より大きな ReA により Poincaré 球上で一度大きく回転してから別の方位で直交条件に近づく（「回り込み」）枝に相当し、局所的に CR を回復するが、主ピークほど強くはない。2 次元等高線では主ピークの近傍に鋭い高 CR 領域が形成され、第 2 ピークは ReA 大側に広がりのある丘として現れる。

3.4 best 条件と参照 (Pol/LC/Analyzer) の ISO-CR 比較

POL/LC/A/C/ANA 構成の best 条件と光学補償なし (POL/LC/ANA) の ISO-CR 図の定性的比較を Fig 7 に示す。

■REF (LC-only) Fig 7 (a) では、特定方位角にリークの強いロープが現れ、等高線が歪む (CR が急落する)。これはオフ軸で偏光子・検光子の実効軸が理想クロスから外れ、暗状態でも analyzer 透過成分が残ることに起因する。

■best (LC/A/C) Fig 7 (b) では、ターゲット方位 ($\phi \approx 45^\circ$) 近傍の CR が大きく押し上がると同時に、低 CR ロープが緩和され、等高線がより滑らかに広がる。これにより CR 視野角が改善する。

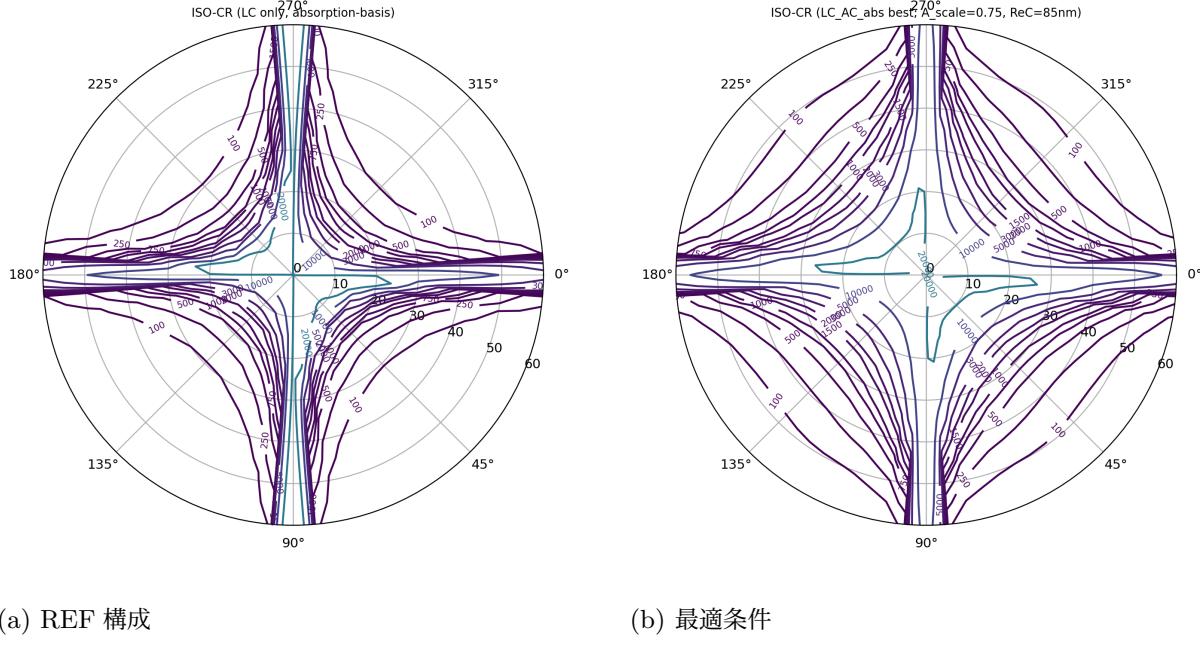


図 4: ISO-CR 比較. (a) 補償なしの REF 構成、(b) A/C プレートによる最適化後。

3.5 Stokes 解析による「オフ軸クロスニコルずれ」と補償の説明

POL/LC/A/C/ANA 構成において、偏光状態を（規格化）Stokes パラメータにより解析する。C-plate 出射後の偏光状態の Stokes パラメータは

$$(s_1, s_2, s_3) = (0.9655, 0.2460, 5.1 \times 10^{-4}),$$

であり $s_3 \approx 0$ より、ほぼ直線偏光である。この時、ターゲット視点の CR ($\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ$) が最大化する理由を以下に説明する。

■オフ軸でクロスニコル条件が崩れる理由 正面入射では、理想的に Pol と Analyzer を 90° 直交（クロスニコル）に置けば、暗状態で透過は抑圧される。しかしオフ軸では、O-type 偏光子・検光子の実効透過軸は波数ベクトル \hat{k} と吸収軸 c により

$$\mathbf{o} = \frac{\hat{k} \times \mathbf{c}}{\|\hat{k} \times \mathbf{c}\|}$$

で与えられる横波成分へ投影されるため、実効的な透過軸が視線方向に依存して回転する。その結果、「名目上のクロスニコル (90°)」から外れ、本視点では analyzer 実効軸の方位が

$$\alpha = 98.213^\circ$$

までずれる (=クロス角が広がる)。

■A-plate + C-plate による補償の本質：出射偏光の回転 暗状態のリーグは概ね「analyzer 実効軸」と「スタック出射偏光」の非直交成分で決まる。ここで出射偏光がほぼ線偏光 ($s_3 \approx 0$) であるとき，Stokes から線偏光方位 ψ は

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{s_2}{s_1} \right)$$

で与えられる。今回、最適化された A/C 補償により

$$\psi = 7.148^\circ$$

だけ出射偏光が回転し，

$$\Delta = (\alpha - \psi) \bmod 180^\circ = 91.065^\circ$$

となって analyzer とほぼ直交（理想 90° ）へ戻されている。すなわち，A-plate + C-plate は正面視点では CR に影響を与えることなく，かつ，ターゲット視点では「オフ軸で増加したクロス角 (98.2°)」を，出射偏光側の回転 (ψ の生成) によって打ち消し，直交条件へ近づけていると解釈できる。

3.6 結論

1. POL/LC/A/C/ANA の光学補償における best 条件は

$$ReA = 116.25 \text{ nm}, ReC = 85 \text{ nm}, CR = 9.10 \times 10^2$$

で与えられた。

2. best 条件は LC-only (Pol/LC/Analyzer) に対し，ターゲット視点の CR を約 8.4 倍改善し，ISO-CR の極座標プロットにおいても，CR ≥ 100 の領域が広がり CR 視野角特性が大きく改善した。
3. Stokes 解析より，オフ軸で analyzer 実効軸が $\alpha = 98.2^\circ$ まで回転してクロス条件が崩れるが，A-plate + C-plate により出射偏光方位が $\psi \simeq 7.14^\circ$ 生成され， $\Delta \simeq 91.06^\circ$ として直交条件へ戻すことによりリーグを低減していることが説明できる。

4 波長依存性評価 (Dispersion: mono & W-ISO)

本節では，最適化で得た補償条件 ($ReA = 116.25 \text{ nm}$, $ReC = 85 \text{ nm}$) を固定したまま，単色波長 λ を掃引し，(i) 正面暗状態 $CR00(\lambda)$ と，(ii) 斜め視点 $\theta = 30^\circ$ における 4 方位平均

$$\overline{CR}_{30}(\lambda) \equiv \frac{1}{4} \left(CR(30, +45; \lambda) + CR(30, -45; \lambda) + CR(30, +135; \lambda) + CR(30, -135; \lambda) \right)$$

の波長依存性を評価する。ここで $CR00(\lambda)$ は単色 (mono) 評価， $\overline{CR}_{30}(\lambda)$ も同様に単色 (mono) 評価である。また ISO 分布として，代表波長 B/G/R (450/546/610 nm) の単色 ISO と，B/G/R のリーグ透過率平均に基づく白色 (W) ISO を併記し，波長による分布変化を視覚的に示す。

4.1 評価条件

波長掃引は

$$\lambda \in \{450, 470, \dots, 650\} \text{ nm} \quad (\Delta\lambda = 20 \text{ nm})$$

で行い、分散モデルは flat (材料の $\Delta n(\lambda)$ の分散を入れず、主として位相遅れが $\Gamma(\lambda) \propto 1/\lambda$ により波長依存するモデル) を用いた。このとき短波長側ほど位相回転量が大きくなり、補償条件が波長とともに過補償／不足補償へ移行し得る。

4.2 数値結果 (表)

表 4 に、波長ごとの $CR00(\lambda)$ と 4 方位平均 $\overline{CR}_{30}(\lambda)$ 、ならびに内訳として $CR(30, \phi; \lambda)$ ($\phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$) を示す。本表は dispersion_summary_CRawg4.csv 相当であり、以降の議論は本表に基づく。

表 4: 波長掃引における単色評価 (mono) のまとめ (dispersion_summary_CRawg4.csv 相当)。
 $CR00(\lambda)$ と $\overline{CR}_{30}(\lambda)$ 、および $\theta = 30^\circ \cdot \phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ の各 CR を示す。

λ [nm]	$CR00$	\overline{CR}_{30}	$CR(30, +45)$	$CR(30, -45)$	$CR(30, +135)$	$CR(30, -135)$
450	10800.9	4912.95	2702.37	7123.54	7123.54	2702.37
470	11048.7	8367.11	11739.44	4994.78	4994.78	11739.44
490	11335.0	8814.77	15600.25	2029.29	2029.29	15600.25
510	11652.8	2656.84	4251.86	1061.82	1061.82	4251.86
530	11996.5	1252.88	1835.71	670.04	670.04	1835.71
550	12361.8	762.46	1049.99	474.93	474.93	1049.99
570	12745.2	531.83	700.44	363.21	363.21	700.44
590	13143.9	403.11	513.43	292.79	292.79	513.43
610	13555.3	323.00	400.77	245.20	245.20	400.77
630	13977.4	269.21	327.10	211.33	211.33	327.10
650	14408.4	231.08	275.94	186.22	186.22	275.94

4.3 波長依存プロット (図)

図 5 は $CR00(\lambda)$ と $\overline{CR}_{30}(\lambda)$ の波長依存性を示す (plot_lambda_vs_CR00_and_CRawg4_mono.png)。
 なお図は別途作成するため、本稿では挿入箇所のみを示しコメントアウトする。

図 5 (および表 4) から、 $CR00(\lambda)$ と $\overline{CR}_{30}(\lambda)$ はいずれも顕著な波長依存性を持つが、依存の傾向は互いに大きく異なることが分かる。具体的には、正面暗状態は

$$CR00(450 \text{ nm}) \approx 1.08 \times 10^4 \rightarrow CR00(650 \text{ nm}) \approx 1.44 \times 10^4$$

と長波長側で緩やかに増加するのに対し、斜め視点の平均性能は

$$\overline{CR}_{30}(490 \text{ nm}) \approx 8.8 \times 10^3$$

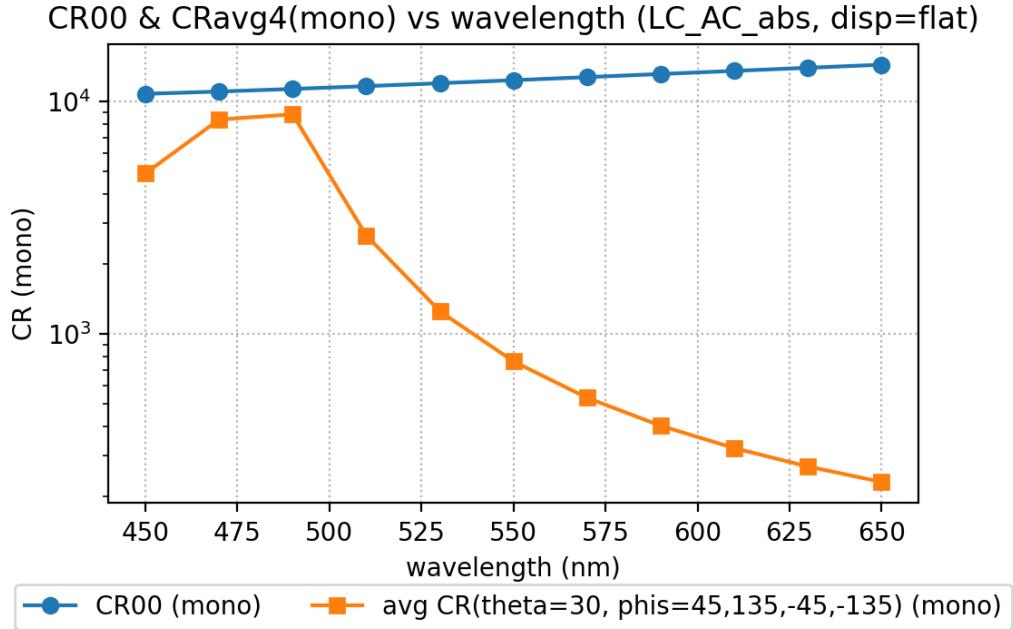


図 5: 単色評価 (mono) における $\text{CR00}(\lambda)$ と 4 方位平均 $\overline{\text{CR}}_{30}(\lambda)$ の波長依存性.

付近で最大となった後、長波長側で急激に低下し、

$$\overline{\text{CR}}_{30}(650 \text{ nm}) \approx 2.3 \times 10^2$$

まで落ちる。すなわち、正面暗状態を改善する方向（長波長側）と、斜め視点の平均性能を改善する方向（短波長側）とが一致しない。

この差は、補償スタックが与える偏光状態の回転量（位相遅れ）が $\Gamma(\lambda) \propto 1/\lambda$ として波長により変化することに起因し、(i) 正面 ($\theta = 0^\circ$) では残留位相が小さくなるほど暗状態リーケが減少しやすい一方、(ii) 斜め視点 ($\theta = 30^\circ$) では波長により「直交条件が回復する方位と程度」が強く変化するためである。特に表 4 の 450–510 nm では $\text{CR}(30, +45)$ と $\text{CR}(30, -45)$ の大小関係が大きく入れ替わり、一方の方位が高 CR に振ることで平均値が大きく変動している。

4.4 RGB/W の ISO 分布 (図)

代表波長 B/G/R (450/546/610 nm) の単色 ISO と、白色 (W) ISO を図 6 に示す（図は別途作成するためコメントアウト）。ここで W は、B/G/R のリーケ透過率 T_{leak} を平均して白色リーケを作る定義であり、最適化で用いた W 評価と整合する。一方、B/G/R は単色 (mono) ISO であり、波長ごとの分布変化（ロープの回転・入れ替わり）を直観的に把握するために用いる。

図 6 (挿入予定) では、B (450 nm) と G (546 nm), R (610 nm) で高 CR のロープ構造が異なり、特に短波長側で分布の変化が大きいことが分かる。これは表 4 に見られるように、 $\theta = 30^\circ$ の特定方位で CR が急激に増減し得ることと整合する。一方で W (白色) は B/G/R を平均化するため、単色の鋭いピークや方位入れ替わりは緩和され、広帯域で観測される見かけの視野角特性に近い分布

となる。

4.5 実材料分散と分散補償スタックの必要性

本節の結果は `flat` 分散 ($\Delta n(\lambda)$ の分散を無視) に基づくため, 実材料 (TAC, A-plate, C-plate, LC) の波長分散を考慮すると,

$$\Gamma(\lambda) \propto \frac{\Delta n(\lambda) d}{\lambda}$$

により波長依存性はさらに複雑化し得る。特に LC の複屈折分散やポリマー補償膜の分散は、単色最適化条件を白色へ拡張する際の主要因となる。したがって、広帯域で安定な視野角補償 (CR の波長依存と方位非対称の抑制) を実現するには、実材料の分散を組み込んだモデルに基づき,

- A/C の材料分散を反映した $ReA(\lambda)$, $ReC(\lambda)$ の整合,
- 追加補償板 (多層 A/C, あるいは分散補償用の複合膜) による波長依存性の相殺,
- 目的関数として白色 (W) だけでなく、単色 B/G/R の最悪値や方位非対称も含めた同時最適化

など、波長依存性を消す（または抑える）ような補償フィルムスタック設計が必要である。

5 A-plate と Analyzer 連動貼りずれに対する IPS 光学補償の感度と方位非対称性評価

5.1 要旨

IPS 液晶セルの光学補償スタック POL/LC/A/C/ANA (E-mode, abs)において、最適条件 (best 近傍) を中心に A-plate と Analyzer を同一角度 Δ だけ連動回転させたときの、正面暗状態 CR00 の劣化と、斜め視点 $\theta = 30^\circ$ における $\phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ の方位非対称性を定量評価する。連動回転は「相対角を保ったまま系全体が回る」誤差モデルであり、単独 misalignment と比べて方位非対称を抑制できる点が存在する一方、正面暗状態の劣化を伴う場合がある。本研究ではペア非対称指標 A_{45}, A_{135} を導入し、公差設計における CR00 と方位非対称のトレードオフを整理した。

5.2 背景と目的

IPS ではオフ軸で偏光子・検光子の実効透過軸が視線方向に依存して回転し、暗状態リーケークが増加してコントラスト比 $CR(\theta, \phi)$ が低下する。A-plate + C-plate による光学補償は、Poincaré 球上の回転として理解でき、オフ軸で崩れた直交条件を出射偏光側の回転で打ち消すことでターゲット視点（例： $\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ$ ）の CR を改善する。

しかし実装ではフィルム貼り合わせや偏光板貼りで貼りずれが生じる。貼りずれの影響は正面暗状態 CR00 の低下として現れるだけでなく、方位角 ϕ の符号反転に対する非対称（例： $CR_{30,+45} \neq CR_{30,-45}$ ）としても現れ得る。本稿の目的は、A-plate と Analyzer を同一角度で連動

回転させる誤差モデル (A_polout) に対し,

- CR00(Δ) の感度
- $\theta = 30^\circ$ における $\phi = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ の方位非対称の感度

を同時に評価し, 公差議論に必要な指標を整理することである.

5.3 評価条件と指標

■中心条件 (best 近傍) 中心条件は最適化結果 (best 近傍) であり,

$$ReA = 116.25 \text{ nm}, \quad ReC = 85 \text{ nm}$$

を用いる. 偏光板は $pol_in = 0^\circ$, $pol_out = 0^\circ$ とし, LC と A の基準方位オフセットを

$$relLC \simeq 0.25^\circ, \quad relA \simeq 0.25^\circ$$

とする. LC のリタデーションは

$$ReLC = dn \cdot d = 310 \text{ nm}$$

で一定である.

5.4 連動回転 (A_polout)

出射側偏光板に貼りずれが生じた状態を模擬するため、A-plate と Analyzer を同一角度 Δ だけ回転させる:

$$\alpha_A \rightarrow \alpha_A + \Delta, \quad \alpha_{out} \rightarrow \alpha_{out} + \Delta,$$

尚、C-plate は面内方向は等方のため、回転角には定義されない。POL 入射側, LC は固定とする.

掃引条件は

$$\Delta \in \{-3.0^\circ, -2.5^\circ, \dots, +2.5^\circ, +3.0^\circ\} \quad (\Delta_{step} = 0.5^\circ).$$

■方位非対称性指標 オフ軸の 4 方位を

$$CR_{30,\phi}(\Delta) \equiv CR(\theta = 30^\circ, \phi; \Delta), \quad \phi \in \{+45^\circ, -45^\circ, +135^\circ, -135^\circ\}$$

と定義する. $\pm \phi$ のペア非対称を dB で

$$A_\phi(\Delta) = 10 \log_{10} \left(\frac{CR_{30,+45}(\Delta)}{CR_{30,-45}(\Delta)} \right), \quad (\phi = 45^\circ, 135^\circ)$$

とする. $A_\phi = 0$ は方位対称であり, $|A_\phi|$ が大きいほど非対称が強い.

表 5: A-plate と Analyzer 連動回転 (A_polout) における全スキャン点 ($\Delta = -3^\circ \dots +3^\circ$) の結果. CR は白色 (W) 評価.

Δ [deg]	CR00	CR _{30,+45}	CR _{30,-45}	CR _{30,+135}	CR _{30,-135}	A_{45} [dB]	A_{135} [dB]
-3.0	626.51	563.27	253.64	253.64	563.27	3.465	-3.465
-2.5	870.54	681.45	301.55	301.55	681.45	3.541	-3.541
-2.0	1286.86	808.41	360.91	360.91	808.41	3.502	-3.502
-1.5	2077.35	922.12	433.60	433.60	922.12	3.277	-3.277
-1.0	3821.27	989.75	520.19	520.19	989.75	2.794	-2.794
-0.5	8468.54	985.08	617.71	617.71	985.08	2.027	-2.027
+0.0	19762.91	909.71	716.61	716.61	909.71	1.036	-1.036
+0.5	16874.54	791.71	798.88	798.88	791.71	-0.039	0.039
+1.0	6941.33	663.58	842.18	842.18	663.58	-1.035	1.035
+1.5	3278.85	546.06	831.96	831.96	546.06	-1.829	1.829
+2.0	1845.11	447.17	772.16	772.16	447.17	-2.372	2.372
+2.5	1169.65	367.34	682.04	682.04	367.34	-2.687	2.687
+3.0	803.96	304.01	583.15	583.15	304.01	-2.829	2.829

5.5 結果

■中心 ($\Delta = 0$) での CR と初期非対称 中心条件 ($\Delta = 0$) では,

$$\begin{aligned} \text{CR00}(0) &= 1.976 \times 10^4, \\ \text{CR}_{30,+45}(0) &= 9.097 \times 10^2, \quad \text{CR}_{30,-45}(0) = 7.166 \times 10^2, \\ \text{CR}_{30,+135}(0) &= 7.166 \times 10^2, \quad \text{CR}_{30,-135}(0) = 9.097 \times 10^2. \end{aligned}$$

したがって

$$A_{45}(0) = +1.036 \text{ dB}, \quad A_{135}(0) = -1.036 \text{ dB}.$$

すなわち best 近傍条件でも, $\theta = 30^\circ$ の 4 方位 CR は完全対称ではなく, 約 1 dB 程度の初期非対称が存在する.

5.6 $\Delta \in [-3^\circ, +3^\circ]$ 全点の数値 (表 1)

表 5 に $\Delta \in [-3^\circ, +3^\circ]$ の全点での CR00 と $\text{CR}_{30,\phi}$, および A_{45}, A_{135} を示す. 負側 ($\Delta < 0$) では $A_{45} > 0$ (すなわち $\text{CR}_{30,+45} > \text{CR}_{30,-45}$) が増大し, 正側 ($\Delta > 0$) では $A_{45} < 0$ に反転する. 同様に A_{135} は符号が反転し, $\pm 45^\circ$ と $\pm 135^\circ$ の非対称が対になって入れ替わることが分かる.

■方位対称化点 ($\Delta \simeq +0.5^\circ$) と CR00 の挙動 表 5 より, $\Delta = +0.5^\circ$ では

$$A_{45} \approx 0, \quad A_{135} \approx 0$$

となり、 $\theta = 30^\circ$ における 4 方位の CR がほぼ対称化される。一方で CR00 は

$$\text{CR00}(0) = 19762.9 \rightarrow \text{CR00}(0.5^\circ) = 16874.5$$

と低下する。すなわち、連動回転には「方位非対称を弱める Δ 」が存在し得る一方、それが必ずしも正面暗状態の最適条件と一致しないことが示される。

■符号依存性 ($\Delta > 0$ と $\Delta < 0$) 負側 ($\Delta < 0$) では A_{45} が +3 dB 超まで増大し得るのに対し、正側 ($\Delta > 0$) では A_{45} が負へ反転し、-2.8 dB 程度まで変化する。これは「貼りずれの符号」により、 $\pm\phi$ の優劣が入れ替わることを意味する。連動回転は相対角を保存するため単独回転より挙動が滑らかになり得るが、符号依存性は残り、工程の系統オフセット（片寄り）を含めて管理する必要がある。

5.7 結論

A-plate と Analyzer の連動貼りずれ (A_polout) に対し、

1. best 近傍条件でも、 $\theta = 30^\circ$ の 4 方位 CR は完全対称ではなく、中心で $A_{45}(0) \simeq +1.04$ dB, $A_{135}(0) \simeq -1.04$ dB の初期非対称が存在する。
2. $\Delta = +0.5^\circ$ では $A_{45} \approx A_{135} \approx 0$ となり方位対称化される一方、CR00 は中心より低下する。
3. Δ の符号により $\text{CR}_{30,+\phi}$ と $\text{CR}_{30,-\phi}$ の優劣が反転し、 $|A_{45}|, |A_{135}|$ は最大で約 3.5 dB 程度まで増大し得る。従って公差設計では CR00 と $\min \text{CR}_{30,\phi}$ に加え、 A_{45}, A_{135} を併用して方位非対称も同時に管理することが重要である。

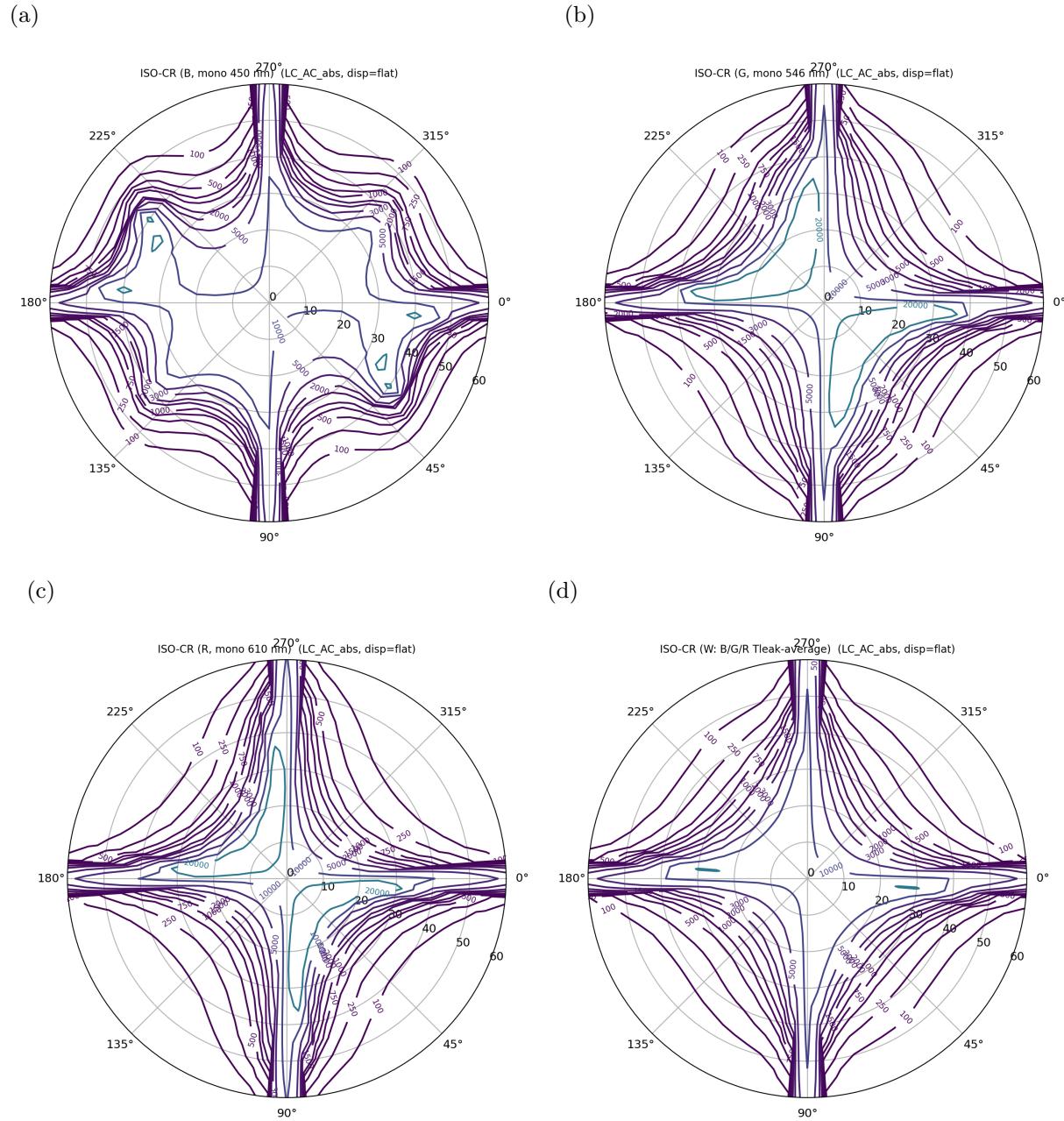


図 6: 代表波長 B/G/R の単色 ISO と、白色 (W) ISO の比較。単色では波長により ISO 分布（高 CR ロープの位置・強度）が大きく変化し得るのに対し、W は B/G/R のリーク平均によりスペクトル平均化された分布を与える。

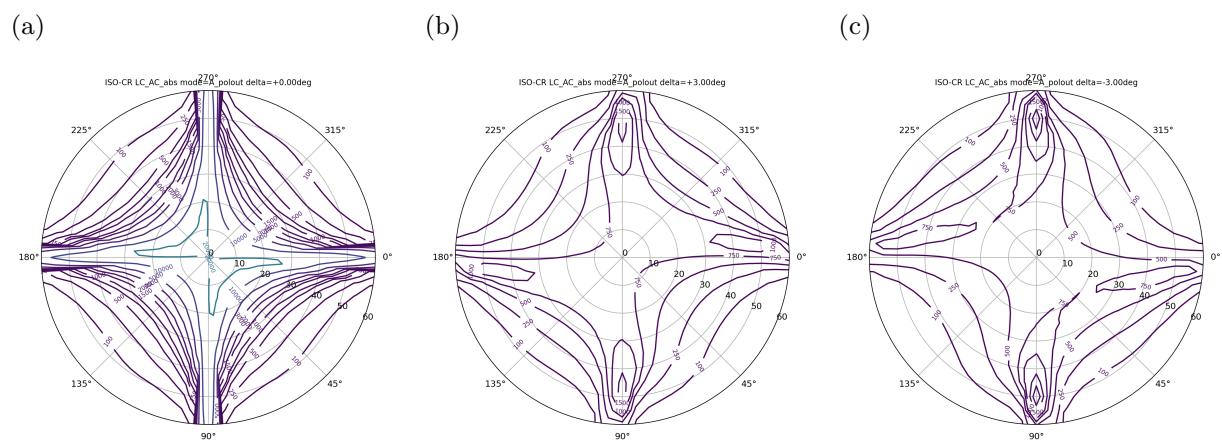


図 7: A+Analyzer 連動回転における ISO-CR 比較. (a) 回転量 $\Delta = 0^\circ$, (b) $\Delta = 3^\circ$, (c) $\Delta = -3^\circ$,