

# lista 1 Econometria

Miguel Sallum

24/05/2021

## Questão 1

Com os dados da tabela abaixo, estime a regressão de Y em função de X2 e X3 e faça os testes da regressão e de cada um dos parâmetros.

```
Y <- c(800, 1160, 1580, 2010, 1890, 2600, 2070, 1890, 1830, 1740, 1380, 1060)

X <- tibble(
  X1 = 1,
  X2 = c(2, 4, 6, 8, 7, 12, 11, 10, 9, 8, 6, 4),
  X3 = c(.8, .7, .5, .4, .2, .2, .8, .7, .6, .1, .5, .4)
)
```

O modelo a ser estimado é:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + v_t$$

A Calcule os parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  desse modelo.

```
matX<-as.matrix(X)
Xt<-t(matX)
XtX<-Xt**matX
XtX_inv<-solve(XtX)

XtY<-Xt**Y
B_hat<-XtX_inv**XtY
B_hat
```

```
##           [,1]
## X1  789.3296
## X2  149.5593
## X3 -419.2566
```

B Monte a matriz de resíduos deste modelo. Calcule a soma dos quadrados dos resíduos utilizando método matricial.

```
k<-nrow(B_hat)
n<-nrow(Y)
u_hat<-Y-matX**B_hat
u_hat_t<-t(u_hat)
SSR<-u_hat_t**u_hat
SSR
```

```
##           [,1]
## [1,] 173444
```

C Calcule o  $R^2$  deste modelo.

```
Ym <- Y - mean(Y)
Ytm <- t(Ym)
SST <- Ytm%*%Ym
R2 <- 1 - SSR/SST
R2
```

```
##           [,1]
## [1,] 0.9369071
```

D Monte a matriz de variância e covariância deste modelo.

```
k<-nrow(B_hat)
n<-length(Y)

sigma_hat<-as.numeric(SSR/(n-k))

var_cov<-sigma_hat*XtX_inv
var_cov
```

```
##           X1           X2           X3
## X1 24104.991 -1747.6474 -19990.3416
## X2 -1747.647  202.3422  570.8463
## X3 -19990.342  570.8463 32240.7574
```

E Verifique se os  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  são significantes ao nível de 5% de significância.

```
ep<-sqrt(diag(var_cov))
gl<-(n-k)
sig<-qt(0.025, gl, lower.tail = F)
teste<-B_hat/ep
abs(teste)>=sig
```

```
##           [,1]
## X1 TRUE
## X2 TRUE
## X3 TRUE
```

## Questão 2

A questão anterior adicionamos uma variável *dummy*, que representa a existência ou não de determinado atributo.

```
Xd <- X %>%
  mutate(
    D= c(rep(1, 6), rep(0, 6))
  )
```

O modelo a ser estimado é:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 D + v_t$$

A Calcule os parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  desse modelo.

```
Xd<-as.matrix(Xd)
Xtd<-t(Xd)
XtXd<-Xtd%*%Xd
```

```
XtXd_inv<-solve(XtXd)
```

```
XtdY<-Xtd**Y
```

```
B_hatd<-XtXd_inv**XtdY
```

```
B_hatd
```

```
##          [,1]
```

```
## X1  536.0928
```

```
## X2  161.8657
```

```
## X3 -327.7779
```

```
## D   238.0763
```

**B** Monte a matriz de resíduos deste modelo. Calcule a soma dos quadrados dos resíduos utilizando método matricial.

```
kd<-nrow(B_hatd)
```

```
u_hatd<-Y-Xd**B_hatd
```

```
u_hatd_t<-t(u_hatd)
```

```
SSRd<-u_hatd_t**u_hatd
```

```
SSRd
```

```
##          [,1]
```

```
## [1,] 19854.22
```

**C** Calcule o  $R^2$  deste modelo.

```
R2d<-1-SSRd/SST
```

```
R2d
```

```
##          [,1]
```

```
## [1,] 0.9927777
```

**D** Monte a matriz de variância e covariância robusta deste modelo.

```
S<-diag(c(u_hatd))
```

```
S2<-S**S
```

```
var_cov_rob<-(n/(n-kd))*XtXd_inv**(Xtd**S2**Xd)**XtXd_inv
```

```
var_cov_rob
```

```
##          X1          X2          X3          D
```

```
## X1  3501.3112 -181.56933 -2841.7297 -1113.44915
```

```
## X2  -181.5693  21.72889   4.3078   72.00275
```

```
## X3 -2841.7297   4.30780  4582.0818   383.21850
```

```
## D  -1113.4492  72.00275   383.2185  1020.59779
```

**E** Verifique se os  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  são significantes ao nível de 5% de significância.

```
epd<-sqrt(diag(var_cov_rob))
```

```
gld<-(n-kd)
```

```
sigd<-qt(0.025, gld, lower.tail = F)
```

```
tested<-B_hatd/epd
```

```
abs(tested)>=sigd
```

```
##          [,1]
```

```
## X1 TRUE
```

```
## X2 TRUE
```

```
## X3 TRUE
```

```
## D  TRUE
```

### Questão 3

Use os valores descritos na tabela abaixo para ilustrar que  $E[Y_i(0)] - E[Y_i(1)] = E[Y_i(0) - Y_i(1)]$

```
vilas <- tibble(  
  vila = 1:7,  
  Y0 = c(10, 15, 20, 20, 10, 15, 15),  
  Y1 = c(15, 15, 30, 15, 20, 15, 30),  
  tau = Y1 - Y0  
)
```

```
EY0 <- mean(vilas$Y0)  
EY1 <- mean(vilas$Y1)  
Edif <- -mean(vilas$tau)  
EY0 - EY1 == Edif
```

```
## [1] TRUE
```

### Questão 4

Demonstre como chegar nessa igualdade:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^n (y_i | d_i = 1) + \frac{1}{N_C} \sum_{i=1}^n (y_i | d_i = 0) &= E[Y^1] - E[Y^0] \\ + E[Y^0 | D = 1] - E[Y^0 | D = 0] + (1 - \pi)(ATT - ATU) \end{aligned}$$

Demonstração:

Por definição:

$$\begin{aligned} ATE &= \pi ATT + (1 - \pi) ATU \\ &= \pi(E[Y^1 | D = 1] - E[Y^0 | D = 1]) \\ &\quad + (1 - \pi)(E[Y^1 | D = 0] - E[Y^0 | D = 0]) \end{aligned}$$

Fazendo as substituições:

$$\begin{aligned} E[Y^1 | D = 1] &= a \\ E[Y^1 | D = 0] &= b \\ E[Y^0 | D = 1] &= c \\ E[Y^0 | D = 0] &= d \\ ATE &= e \end{aligned}$$

Ficamos com:

$$\begin{aligned} e &= \pi(a - c) + (1 - \pi)(b - d) \\ -e &= -\pi(a - c) - (1 - \pi)(b - d) \\ -e &= -\pi(a - c) - (1 - \pi)(b - d) + (a - a) + (c - c) \\ a - e &= c + (1 - \pi)(a - c) - (1 - \pi)(b - d) + (d - d) \\ a - d &= e + c - d + (1 - \pi)(a - c) - (1 - \pi)(b - d) \\ a - d &= e + (c - d) + (1 - \pi)[(a - c) - (b - d)] \end{aligned}$$

Agora, retornando aos valores originais, chegamos no resultado que queríamos. ## Questão 5

**Em que condições teremos a seguinte igualdade? Justifique**

$$\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^n (y_i | d_i = 1) + \frac{1}{N_C} \sum_{i=1}^n (y_i | d_i = 0) = E[Y^1] - E[Y^0]$$

Teremos essa igualdade caso não haja nenhum viés. Isto é, não há um viés de seleção que leve a diferenças nos  $Y^0$  dos indivíduos tratados e não tratados, nem há um viés “auto-seleção”, no qual os *efeitos* nos tratados seja sistematicamente diferente dos não tratados. Uma forma de garantir isso é através de randomização. Alternativamente, também é possível se o tratamento é pelo menos condicionalmente independente dos resultados potenciais dos indivíduos. Isto é  $(Y^0, Y^1) \perp D | X$ ,  $X$  sendo os condicionais.

## Questão 6

Suponha que um laboratório esteja testando um novo medicamento que tem como objetivo prolongar a vida de pacientes com câncer. Para realizar o estudo, os cientistas irão dividir sua amostra em dois grupos. Os indivíduos pares são os indivíduos do grupo tratamento e que tomam o medicamento, enquanto que os indivíduos ímpares pertencem ao grupo controle e tomam um placebo. Os efeitos dos medicamento são diversos. Suponha que se o paciente tomar o medicamento, então ele terá a expectativa de vida  $Y^1_i$  adicional. De maneira análoga, se o paciente tomar o placebo, então ele terá a expectativa de vida  $Y^2_i$  adicional.

```
pacientes <- tibble(
  paciente = 1:15,
  Y1 = c(8, 9, 8, 4, 7, 1, 5, 7, 5, 4, 5, 10, 5, 10, 2),
  Y2 = c(6, 5, 4, 3, 2, 1, 4, 6, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 1)
)
```

A Calcule os Efeitos médios de tratamento.

```
ATE<-pacientes%>%
  mutate(TE=
    Y1-Y2)%>%
  summarise(mean(TE))
```

```
ATE
```

```
## # A tibble: 1 x 1
##   `mean(TE)`
##   <dbl>
## 1      2.33
```

B Calcule os efeitos médios do grupo de tratamento. C Calcule os efeitos médios do grupo de controle.

```
AT_<-pacientes%>%
  mutate(
    TE = Y1 - Y2,
    D = (paciente + 1)%/2)%>%
  group_by(D)%>%
  summarise(efeito=mean(TE))#o AT_ entrega o ATU como 0 e o ATT como 1
```

```
## `summarise()` ungrouping output (override with `.groups` argument)
```

```
AT_
```

```
## # A tibble: 2 x 2
##   D efeito
##   <dbl> <dbl>
## 1     0  2.25
## 2     1  2.43
```

## D O que voce conclui sobre a eficácia do novo medicamento?

Não teríamos nenhum desses resultados caso fosse feito realmente o experimento. No entanto, podemos ver que o remédio é eficaz (e veríamos isso também pela SDO)

## Questão 7

Um determinado grupo de pesquisadores quer analisar a taxa de mortalidade média entre fumantes de cigarro e fumantes de cachimbo/charuto. Os pesquisadores possuem os dados da "tabela 2", em que há informações sobre a classificação etária dos indivíduos e a taxa de mortalidade para cada subgrupo.

```
fumantes <- tibble(  
  faixa_etaria = c("20-40", "41-70", "71+"),  
  taxa_mortalidade = c(.2, .4, .6),  
  composição_cigarro = c(65, 25, 10),  
  composição_charuto = c(10, 25, 65)  
)
```

Após analisar os dados, responda as seguintes perguntas: A Qual é a taxa média de mortalidade para fumantes de cigarro sem subclassificação?

```
tx_real <- sum( fumantes$taxa_mortalidade * fumantes$composição_cigarro) / sum(fumantes$composição_cigarro)  
tx_real
```

```
## [1] 0.29
```

B Observe que a distribuição etária dos fumantes de cigarros é exatamente o oposto (em termos de construção) dos fumantes de cachimbo e charuto. Portanto, a distribuição de idades é desequilibrada. Ajuste a taxa de mortalidade para fumantes de cigarro para que tenha a mesma distribuição de idade do grupo de comparação, no caso fumantes de cachimbo e charuto. Qual é a nova taxa média de mortalidade? Aumentou ou diminuiu?

```
tx_estimada <- sum( fumantes$taxa_mortalidade * fumantes$composição_charuto) / sum(fumantes$composição_charuto)  
tx_estimada
```

```
## [1] 0.51
```

A taxa aumentou

## Questão 8

A tabela 3 fornece informações sobre idade e rendimento salarial de dois grupos, trainees e non-trainees. Sabendo que o método de *Matched Sample* é o mais adequado para comparação entre esses dois grupos, analise a diferença salarial entre trainees e non-trainees. Há diferença salarial? Monte a tabela de *Matched Sample*.

```
trainees <- tibble(  
  unidade = 1:10,  
  idade = c(18, 29, 24, 27, 33, 22, 19, 20, 21, 30),  
  ganhos = c(9500, 12250, 11000, 11750, 13250, 10500, 9750, 10000, 10250,  
            12500)  
)  
non_trainees <- tibble(  
  unidade = 1:20,  
  idade = c(20, 27, 21, 39, 38, 29, 39, 33, 24, 30, 33, 36, 22, 18, 43, 39, 19,  
            30, 51, 48),  
  ganhos = c(8500, 10075, 8725, 12775, 12550, 10525, 12775, 11425, 9400, 10750,  
            11425, 12100, 8950, 8050, 13675, 12775, 8275, 9000, 15475, 14800)
```

```

)
#feito pegando a primeira observação
merge(trainees, non_trainees, by = "idade", all.x = T, sort = F)%>%
  distinct(unidade.x, .keep_all = T)%>%
  mutate(
    Dif = ganhos.x - ganhos.y)%>%
  summarise( ganho_matched = mean(Dif))

##   ganho_matched
## 1          1607.5

#feito pegando a média das observações
merge(trainees, non_trainees, by = "idade", all.x = T, sort = F)%>%
  group_by(idade)%>%
  summarise(ganhos.x=mean(ganhos.x),ganhos.y=mean(ganhos.y))%>%
  mutate(
    Dif = ganhos.x - ganhos.y)%>%
  summarise( ganho_matched = mean(Dif))

## `summarise()` ungrouping output (override with `.groups` argument)

## # A tibble: 1 x 1
##   ganho_matched
##         <dbl>
## 1          1695

```

Há diferença salarial média, de \$ 1607.50 pegando a primeira observação com a mesma idade, e de 1695 fazendo a média adequada

## Questão 9

Em qual situação o uso de regressão em descontinuidade é recomendado? Dê um exemplo prático e disserte sobre as vantagens desse método.

O uso de regressão descontínua se aplica em casos nos quais o valor de uma variável muda em um patamar arbitrário, de forma descontínua, e somente aquela variável tem esse choque. Por exemplo, a nota de corte de uma faculdade, ou o valor do repasse do Governo Federal aos Municípios dado o nível populacional

## Questão 10

Imagine dois alunos - o primeiro aluno obteve 1240 e o segundo 1250. Esses dois alunos são realmente tão diferentes um do outro? Bem, claro: esses dois alunos individuais são provavelmente muito diferentes. Mas e se tivéssemos centenas de alunos que tiraram 1240 e centenas mais que fizeram 1250. Você não acha que esses dois grupos são provavelmente muito semelhantes um ao outro em características observáveis e inobserváveis? Afinal, por que haveria de repente em 1250 uma grande diferença nas características dos alunos em uma grande amostra? Essa é a questão sobre a qual você deve refletir. Se a universidade está escolhendo arbitrariamente um ponto de corte razoável, há motivos para acreditar que ela também está escolhendo um ponto de corte em que a habilidade natural dos alunos salta exatamente naquele ponto? Para analisar isso, Hoekstra (2009) realizou um estudo, utilizando dados disponibilizados por uma universidade estadual americana, em que realizou a seguinte estimação.

$$\ln(\text{earnings}) = \psi_{\text{year}} + \omega \text{Experience} + \theta_{\text{cohort}} + \epsilon$$

Em que: • year é um vetor de dummies de anos. • Experience é um vetor de dummies para anos de rendimentos após o colegial, isto é, anos de experiência. • cohort é um vetor de dummies que controlam para o cohort(grupo) em que o aluno se inscreveu na universidade (por exemplo, 1988).

**A Interprete os dados. Qual a relação entre a nota do SAT e os ganhos estimados? o quê explica essa descontinuidade no grafico?**

A relação entre notas no SAT e ganhos é positiva, com uma descontinuidade no valor de 1250. Essa descontinuidade é explicada pelo fato de que a “nota de corte” da faculdade analisada é 1250, e portanto esse efeito seria a consequência de fazer essa faculdade como formação

**B “Estimated Discontinuity = 0.095 (z = 3.01).” o que isso significa?** Isso significa que a faculdade tem um efeito de 9,5% sobre rendimentos futuros, com uma significância alta

## Questão 11

**Ainda pensando em RDDs, explique o conceito de ”bandwidth”. Como o uso de uma largura de banda maior afeta sua estimativa dos efeitos do tratamento?**

Bandwidth é a largura de um agrupamento de dados que é usado para estimativas mais locais dos valores esperados do que as regressões simples.

O valor estimado por um RDD é extremamente local. O que está sendo estimado é justamente o efeito causal na descontinuidade. Portanto, quanto mais largas as bandas, mais elas terão viés, por estarem incluindo dados que não são representativos do efeito na descontinuidade. No entanto, se as bandas forem menores, você terá menos viés a custo de maior variância