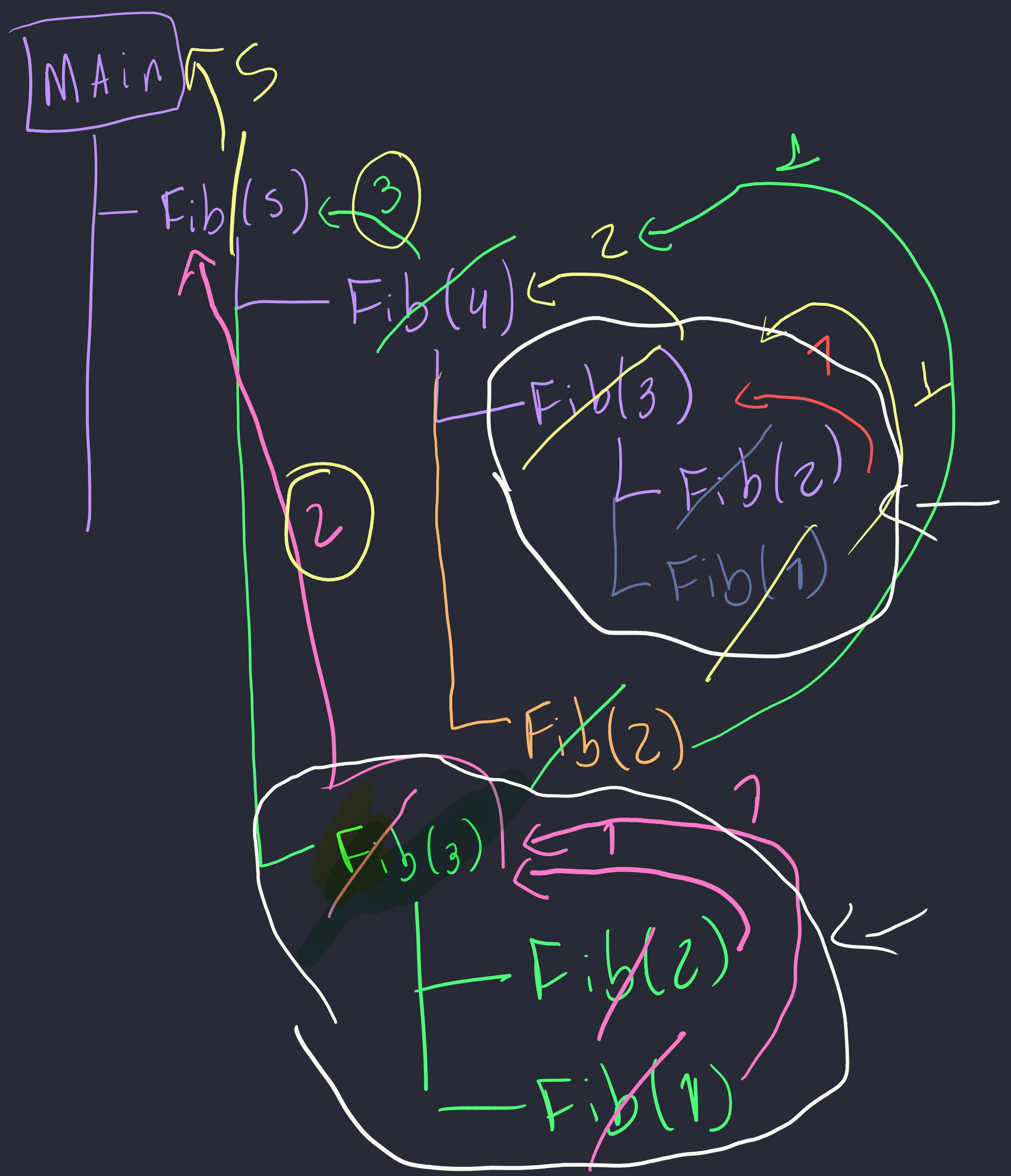
n-ésimo # de Fibonacci

1	1	2	3	5	8
1	2	3	4	5	6
7	8				

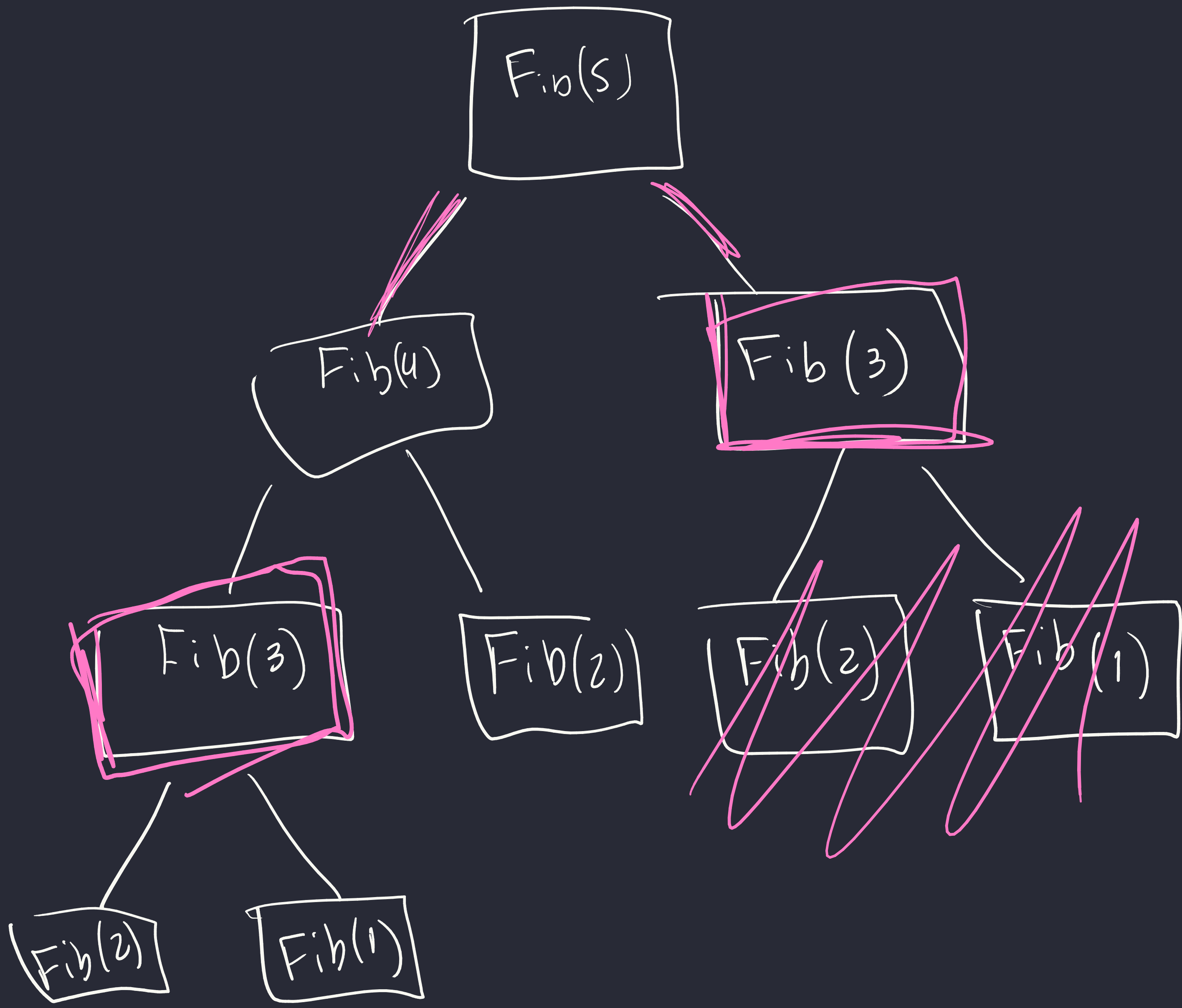
n-ésimo = (n-1)-ésim + (n-2)-ésimo



2

14

3


Fib(5)
Fib(4)
Fib(3)
Fib(3)
Fib(2)
Fib(2)
Fib(1)
Fib(2)
Fib(1)

Palíndromo

Tamanho: "# de caracteres da palavra"

Seja w uma palavra

O   OVO   CAMA

A   RADAR   GATO

OSSO

OUTRO

w é palíndromo $= \begin{cases} \text{sim} & \text{se } |w| = 1 \\ & \text{se } |w| > 1 \end{cases}$

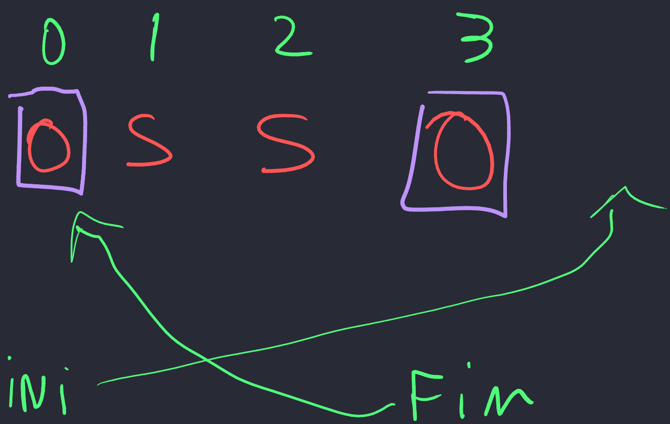
última letra

se $w[0] = w[-1]$ e e

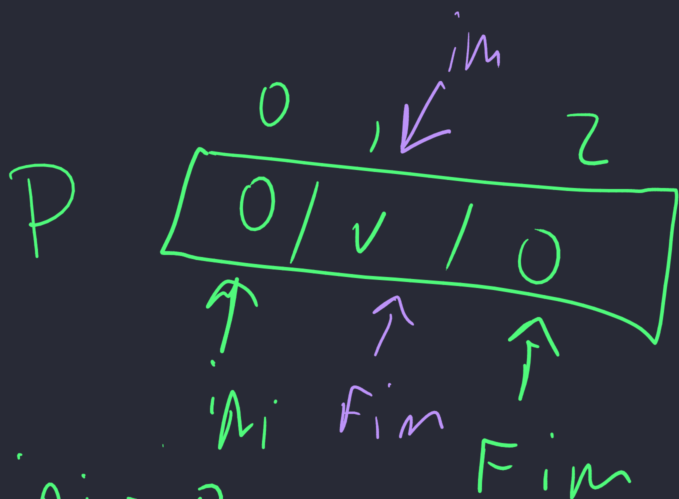
$w[1..-2]$ for Palíndromo

Problema: "Dado um vetor V e índices ini e Fim, eu quero saber V[ini..Fim] é Palíndromo"

V ini = 0 e Fim = n



ini = FiM



ini = 0

Fim = 2

Teorema: "A soma dos n primeiros # ímpares é n^2"

Teorema: "Dado $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$"

$1^0 = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 1 = 1$

$2^0 = 3 \Rightarrow 2 \cdot 2 - 1 = 3$

$3^0 = 5 \Rightarrow 2 \cdot 3 - 1 = 5$

Teorema: $\forall n \in \mathbb{N}$, vale $P(n)$, onde

$$P(n) = \text{"} \sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2 \text{"}$$

$$n = \sum_{i=1}^{1} 2i-1 = 1 = 1^2 -$$

$$n=2 \quad \sum_{i=1}^{2}(2i-1) = 1 + 3 = 4 = 2^2 = n^2$$

$$\underset{n}{P(3)} = \sum_{i=1}^{3}(2i-1) = 1 + 3 + 5 = 9 = 3^2 = n^2$$

$P(4)$ ✓

$P(5)$ ✓

$P(6)$

⋮

$P(1000)$ ✓

Princípio de indução Finita

$$\forall n \in \mathbb{N}, \text{ vale } P(n)$$

- Precisamos demonstrar duas coisas

(a) $\boxed{\text{Base}}$

↳ "Pequenas"

↳ geralmente provamos $P(1)$

(b) $\boxed{\text{Passo}}$ $\cancel{\forall n > 1}$, vale $P(n-1) \Rightarrow P(n)$

Assume que vale

"Algoritmo de empurrar a verdade"

↳ seja n um nº arbitrário > 1

$$\overset{T}{\underset{\text{BASE}}{P(1)}} \Rightarrow \overset{T}{P(2)} \Rightarrow \overset{T}{P(3)} \Rightarrow \overset{T}{P(4)}$$

$$\underset{3}{P(n-1)} \Rightarrow \underset{4}{P(n)} \qquad \underset{\overset{\|}{4}}{n} > 2$$

$$P(n) = \text{“} \sum_{i=1}^{n} (2i-1) = n^2 \text{”}$$

Demonstração

- A prova segue por indução em n.

Base = $n = 1$

se $n = 1$, então

$$\sum_{i=1}^{n} (2i-1) = \sum_{i=1}^{1} (2i-1) = 1 = 1^2 = n^2.$$

Logo $P(1)$ é verdade!

Passo $(\forall n > 1 \quad P(n-1) \Rightarrow P(n))$

- Seja $n \in \mathbb{N}$ tal que $n > 1$

- Por hipótes de indução $P(n-1)$ é verdade
  ou seja $P(n-1) =$ "$\sum_{i=1}^{n-1}(2i-1) = (n-1)^2$".

- Bom, queremo provar que $P(n)$

- Bom

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = \boxed{\sum_{i=1}^{n-1}(2i-1)} + \boxed{2n-1}$$

$$= (n-1)^2 + 2n - 1$$

$$= n^2 - \cancel{2n} + \cancel{1} + \cancel{2n} - \cancel{1}$$

$$= n^2$$

Ex: Escreva um programa que Resolve o problema da torre de Hanoi.

Estamos bolando o nosso programa

hanoi(O, D, n)

↳ sabe mover os n disco da origen (O) p/ a estaca destino (D)

"Projeto de algoritmo indutivo"

↳ UDI Manber

"Teo: hanoi(O, D, n) sabe mover os n disco da origen (O) p/ a estaca destino (D)"

Base: $n = 1$

```
hanoi(O, D, n) {
    se (n == 1) {
        print("move o disco de
               O p/ D")
    } else

}
```

Passo: $\left(P(n-1) \Rightarrow P(n) \right)$

- saberíamos $P(n-1)$ vale

$P(n-1) =$ "hanoi(O, D, n-1) move corretamente os n-1 discos de O p/ D"

↳ se eu chamar hanoi(O, D, n-1): Funciona

```
hanoi(O, D, n) {
    Se (n == 1)
        Printf("move de %d p/ %d\n", O, D)
    } else {
        Aux = other(O, D)
        hanoi(O, Aux, n-1);
        Print("move %d p/ %d",
                        O, D);

        hanoi(Aux, D, n-1);
    }
}
```

PASSO

$\{ n > 1$

$P(n-1) \Rightarrow P(n)$

$P(n)$ = " hanoi(O, D, n) sabe mover os n discos da estação O p/ a estação D"

$\forall n \quad P(n)$

BASE = $n = 1$

Passo $n > 1$ $\quad \underline{P(n-1)} \Rightarrow P(n)$

↳ assumir $P(n-1)$