DEPARTAMENTO DE
CIENCIAS MATEMÁTICAS
Procesos estocásticos CM0433
Taller de Seguimiento 2

Profesor: Nicolás MORENO Grupo: 01 29 de septiembre de 2022.

Un modelo epidemiológico clásico es el modelo SIS (susceptibles-infectados-susceptible). Una versión estocástica de este modelo considera proceso de Markov $(I_N(t))_{t>0}$ para $N = 2, 3 \ldots$, donde $I_N(t)$ representa el número de infectados al tiempo t en una población cerrada de N individuos y note que $S_N(t) = N - I_N(t)$ es el número de susceptibles al tiempo t. El proceso $I_N(t)$ puede ser modelado por un proceso de Markov con tasas

$$q(i,j) = \begin{cases} \lambda i(N-i)/N & \text{si} \quad j = i+1 \\ \mu i & \text{si} \quad j = i-1 \\ 0 & \quad \text{en otro caso} \end{cases}$$

Donde λ es la tasa de infección y μ es la tasa de recuperación.

Problema 1. ¿Tienen sentido las tasas en el contexto epidemiolgico? Explique con sus palabras la interpretación de las tasas.

Problema 2. Determine la medida estacionaria de este proceso, suponiendo que siempre habrá al menos un infectado en la población. Es decir, $I_N(t)$ es una cadena de Markov con espacios de estados $1, \ldots, N$

Ahora suponiendo que el proceso se extingue en 0 (Considere el espacio de estados del proceso $I_N(t)$ como $0, 1, \ldots, N$). Resuelva:

Problema 3. Simule el proceso con $\lambda/\mu = 0{,}5$, $\lambda/\mu = 1$ y $\lambda/\mu = 2$. ¿Qué conclusiones puede sacar?

Una cantidad de interés es el tiempo de extinción en una población de tamaño N y $I_N(0) = i$, es decir, $T_{N,i} = \text{ínf}_t\{I_N(t) = 0\}$.

Problema 4. Considere $N = 100$, $\mu = 0{,}1$, $\lambda = 0{,}08$ $i = 10$. Utilizando simulación, determine el tiempo medio de extinción.

Problema 5. Considere $N = 100$, $\mu = 0{,}1$, $\lambda = 0{,}08$ $i = 10$. Utilizando simulación, ¿Qué puede decir de la distribución del tiempo de extinción?

Entregables: Un breve informe que fundamente la respuestas a la preguntas planteadas y un archivo de texto con los algoritmos (R o MATLAB)

Fecha de entrega: Viernes 7 de octubre antes de las 23H59.