DEPARTAMENTO DE
CIENCIAS MATEMÁTICAS
Procesos estocásticos CM0433
Taller de Seguimiento 2

Profesor: Nicolás MORENO   Grupo: 01   8 de noviembre de 2021.

Considere $\zeta_1, \zeta_2, \ldots$, una secuencia de variables aleatorias independientes y esperanza finita y sea $S_n = \sum_{i=1}^{n} \zeta_i$.

Pregunta 1. Fije n. Muestre que

$$M_m = S_{n-m}/(n-m)$$

para $0 \leq m < n$ es una martingala con respecto a M_m

Suponga que en una elección el candidato A obtiene a votos mientras el candidato B obtiene b votos. Suponiendo que el candidato A gana ($a > b$). Lo que se desea probar es que la probabilidad de que A siempre lidere durante el recuento de votos es $(a-b)/n$, donde $n = a+b$ es el total de votantes.

Pregunta 2. Utilizando simulación muestre que es verdad.

Pregunta 3. Utilizando el teorema de parada opcional muestre que la probabilidad de que A siempre lidere durante el recuento de votos es $(a-b)/n$

Pista: Considere S_n con renovaciones $\zeta_i = 0$ con probabilidad $1/2$ por un voto para el candidato A y $\zeta_i = 2$ con probabilidad $1/2$ por un voto del candidato B.

Considere el evento

$$G = \{S_j < j, \text{ para todo } j\}$$

¿G es realmente equivalente al evento $\{A \text{ lidera siempre el conteo de votos}\}$?

Utilizando el resultado de la **Pregunta 1** defina una martingala M_n y $T = \min\{m : M_m = 1 \text{ o } m = n-1\}$.

Finalmente, utilice el teorema de parada opcional para mostrar

$$P(G) = (a+b)/n$$

Entregables: Un breve informe que fundamente la respuestas a la preguntas planteadas. El informe debe contener además el pseudo-código que utilizó.

Fecha de entrega: Miércoles 23 de noviembre antes de las 23H59 en interactiva.