Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Белов Максим Сергеевич, НПИбд-01-21

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Моделирование задачи о погоне.

Задание

33 вариант ((1032219262 % 70) + 1)

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 20 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку

Теоретическое введение

Кривая погони

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки A.

Выполнение лабораторной работы

Рассуждения

1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

2. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $20+x$ (или $20-x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $(20-x)/5v$, $((20+x)/5v)$. Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\left[\begin{array}{l} x/v = (20-x)/5v \\ x/v = (20+x)/5v \end{array}\right.$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = 10/3$, $x_2 = 5$.

3. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться

вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: радиальная скорость и тангенциальная скорость. (Рис. 1)

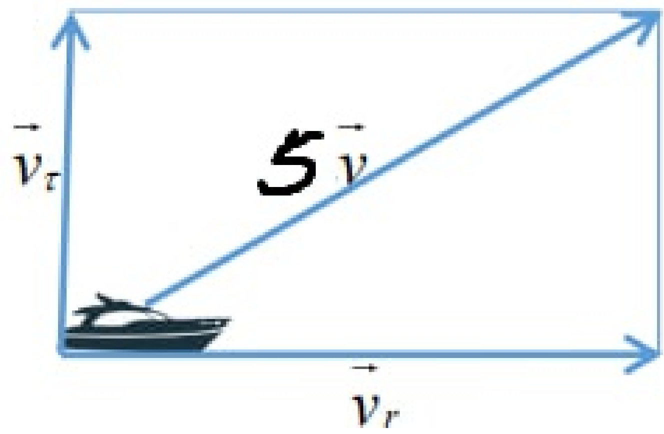

Рис. 1: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно:

$$v_\tau = \sqrt{24}v$$

4. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} dr/dt = v \\ rd\theta/dt = \sqrt{24}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 10/3 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = 5 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$dr/d\theta = r/\sqrt{24}$$

Моделирование на Julia

Исходный код:

```
using Plots

const distance = 20
const diff = 5
const thetaPrayDeg = 240
const dTheta = 0.01
const maxTheta = 4π

# Первый случай

r0 = distance / (diff + 1)
theta0 = 0

theta1 = theta0 + maxTheta
thetaHunt = theta0:dTheta:theta1
thetaPray = thetaPrayDeg * π / 180 + 2 * theta0


plt_first = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, dpi=500, title="Белов(33 вар.)
plot!(plt_first, [theta0, theta0], [distance, r0 * exp(theta0 / sqrt(diff^2 - 1))
plot!(plt_first, thetaHunt, theta -> r0 * exp(theta / sqrt(diff^2 - 1)), label=:"
```

```
plot!(plt_first, [0, thetaPray], [0, r0 * exp(thetaPray / sqrt(diff^2 - 1)) + 20]
plot!(plt_first, [thetaPray], [r0 * exp(thetaPray / sqrt(diff^2 - 1))], seriestyp

savefig(plt_first, "lab2_1.png")

# Второй случай
r0 = distance / (diff - 1)
theta0 = -π

theta1 = theta0 + maxTheta
thetaHunt = theta0:dTheta:theta1
thetaPray = thetaPrayDeg * π / 180 + 2 * theta0


plt_second = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, dpi=500, title="Белов(33 вар.
plot!(plt_second, [theta0, theta0], [distance, r0 * exp(theta0 / sqrt(diff^2 - 1)
plot!(plt_second, thetaHunt, theta -> r0 * exp(theta / sqrt(diff^2 - 1)), label=
plot!(plt_second, [0, thetaPray], [0, r0 * exp(thetaPray / sqrt(diff^2 - 1)) + 20
plot!(plt_second, [thetaPray], [r0 * exp(thetaPray / sqrt(diff^2 - 1))], seriesty

savefig(plt_second, "lab2_2.png")
```

Первый случай:

Рис. 2: Первый случай

Второй случай:

Рис. 3: Второй случай

Вывод

В ходе работы я рассмотрел один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.