Gestión de Investigación de Operaciones - ICS010

Pauta Ayudantía N°1 - Segundo Semestre 2018

Profesor: Humberto Villalobos Torres
Ayudantes: Alexandra Gallardo Silva - Matías Schiaffino Tyrer

Ejercicio 1: Problema de la Dieta

Ozark Farms consume diariamente un mínimo de 800 [*lb*] de un alimento especial, el cual es una mezcla de maíz y soya con las siguientes composiciones:

	lb por *lb* de forraje		
Forraje	Proteína	Fibra	Costo ($/*lb*)
Maíz	.09	.02	.30
Soya	.60	.06	.90

Las necesidades dietéticas del alimento especial son un mínimo de 30 % de proteína y un máximo de 5 % de fibra. El objetivo es determinar la mezcla diaria de alimento a un costo mínimo.

a) Plantee un Problema de Programación Lineal, resuélvalo utilizando el Método Gráfico y clasifique las restricciones como activas, inactivas o redundantes.

x_1 : libras de maíz en la mezcla diaria
x_2 : libras de soya en la mezcla diaria

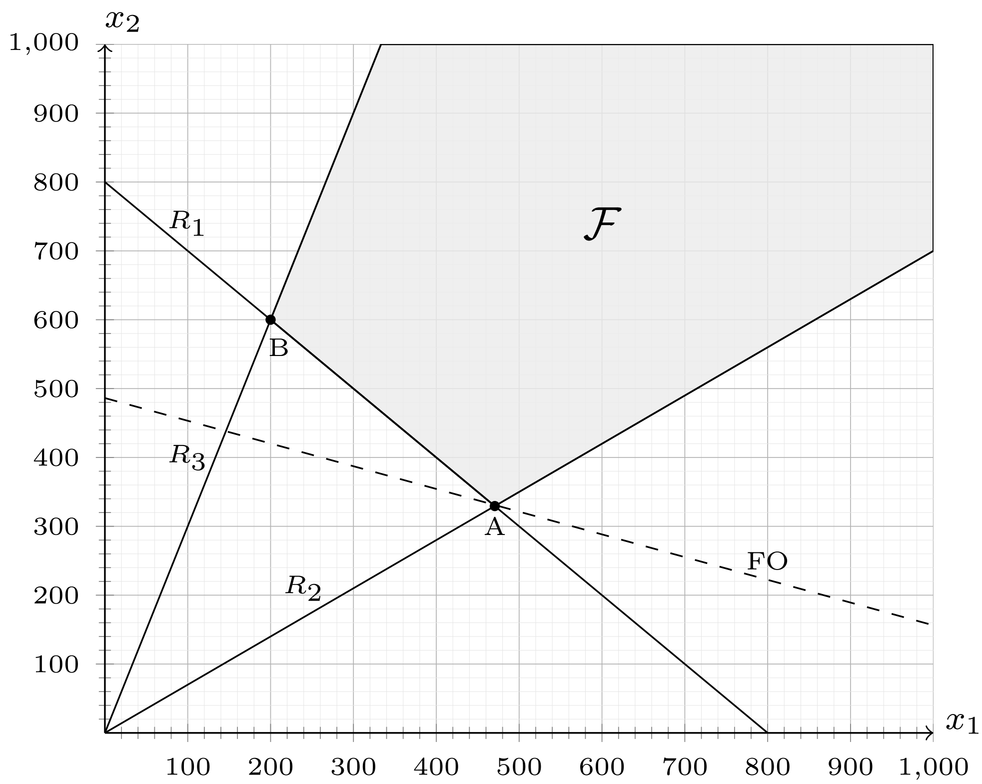
$$FO: \ min \ W = 0.3x_1 + 0.9x_2$$

s/a

$x_1 + x_2 \geq 800$ $\quad$ (R_1 − Requerimiento lb alimento especial)
$0.21x_1 - 0.30x_2 \leq 0$ $\quad$ (R_2 − Requerimiento proteína mezcla total)
$0.03x_1 - 0.01x_2 \geq 0$ $\quad$ (R_3 − Limitación fibra mezcla total)
$x_j \geq 0, \ \forall \ j \in \{1, 2\}$ $\quad$ (No negatividad)

Punto	Valor FO
A$(\frac{\mathbf{8000}}{\mathbf{17}}, \frac{\mathbf{5600}}{\mathbf{17}})$	$\frac{\mathbf{7440}}{\mathbf{17}}$
B(200,600)	600

Respuesta: La mezcla especial debería tener aproximadamente 470.6 [*lb*] de maíz y 329.4 [*lb*] de soya, lo que reporta un costo mínimo de $437.6. Los requerimientos de mezcla total y proteína de la mezcla son restricciones activas, mientras que la limitación de fibra es inactiva.



b) ¿Cuánto pueden variar los costos del maíz y la soya de tal forma que se conserve la solución óptima actual?

$$(1)\ -1 \leq \frac{c_1}{c_2} \leq 0$$
$$(2)\ 0 \leq \frac{c_1}{c_2} \leq \frac{7}{10}$$

Costo maíz ($\mathbf{c_1}$)

$$(1.1)\ -1 \leq -\frac{c_1}{0.9} \leq 0 \ \Rightarrow\ 0 \leq c_1 \leq 0.9$$
$$(1.2)\ 0 \leq -\frac{c_1}{0.9} \leq \frac{7}{10} \ \Rightarrow\ -0.63 \leq c_1 \leq 0$$

Costo soya ($\mathbf{c_2}$)

$$(2.1)\ -1 \leq -\frac{0.3}{c_2} \leq 0 \ \Rightarrow\ -\infty \leq -\frac{c_2}{0.3} \leq -1 \ \Rightarrow\ 0.3 \leq c_2 \leq \infty$$
$$(2.2)\ 0 \leq -\frac{0.3}{c_2} \leq \frac{7}{10} \ \Rightarrow\ \frac{10}{7} \leq -\frac{c_2}{0.3} \leq \infty \ \Rightarrow\ -\infty \leq c_2 \leq -\frac{3}{7}$$

Forraje	Intervalo	Permisible	
		Disminuir	Aumentar
Maíz	$[-0.63, 0.9]$	0.93	0.6
Soya	$(-\infty, -\frac{3}{7}] \cup [0.3, \infty)$	$0.6 \vee (\infty, \frac{93}{70}]$	∞

Respuesta: Para conservar el sentido económico del problema los costos no pueden adoptar valores negativos. Por lo tanto, el costo del maíz sólo puede variar entre $[0, 0.9]$ y el de la soya entre $[0.3, \infty)$.

Ejercicio 2: Problema de Inversión

Una persona tiene \$15.000 para invertir en dos tipos de acciones, A y B. El tipo A tiene una rentabilidad de 9 % anual, mientras que la de tipo B tiene 5 % anual. Esta persona decide invertir como máximo \$9.000 en acciones tipo A y un mínimo de \$3.000 en las tipo B. Además, le interesa invertir en A tanto o más que en B.

a) Plantee un Problema de Programación Lineal que permita maximizar la rentabilidad del inversionista y resuélvalo a través del Método Gráfico.

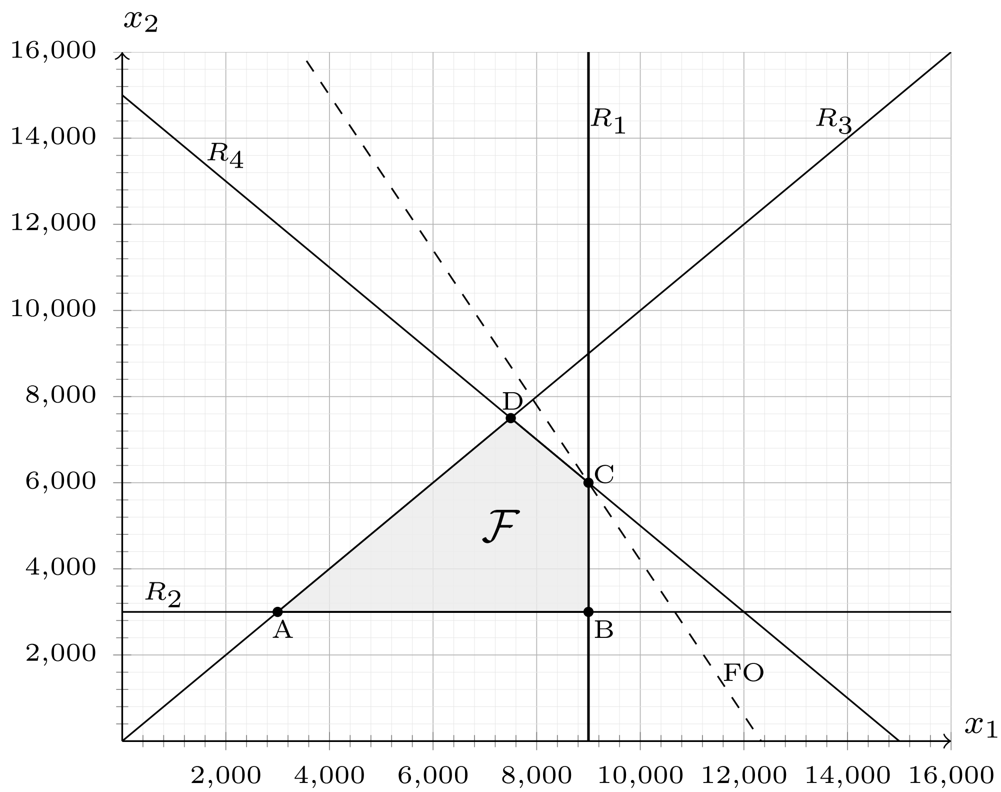
x_1 : dinero invertido en acciones tipo A
x_2 : dinero invertido en acciones tipo B

$$FO: \ max \ Z = 0.09x_1 + 0.05x_2$$

$$\begin{array}{ll} s/a & \\ x_1 \leq 9000 & (R_1 - \text{Limitación inversión tipo A}) \\ x_2 \geq 3000 & (R_2 - \text{Requerimiento inversión tipo B}) \\ x_1 - x_2 \geq 0 & (R_3 - \text{Requerimiento inversión tipo A}) \\ x_1 + x_2 \leq 15000 & (R_4 - \text{Limitación presupuesto}) \\ x_j \geq 0, \ \forall \ j \in \{1, 2\} & (\text{No negatividad}) \end{array}$$

Punto	Valor FO
A(3000,3000)	420
B(9000,3000)	960
C(9000,6000)	**1110**
D(7500,7500)	1050

Respuesta: El inversionista debería invertir \$9.000 en acciones tipo A y \$6.000 en tipo B obteniendo así una rentabilidad anual máxima de \$1.110.



b) Si es posible, determine el incremento en la rentabilidad anual por cada unidad monetaria adicional de presupuesto de tal forma que se conserve el contexto actual del problema.

Restricción	Valor Inicial	Punto	Valor Restricción	Valor FO	Permisible	
					Disminuir	Aumentar
R_4	15000	max (9000,9000) min (9000,3000)	18000 12000	1260 960	3000	3000

$$\pi_4 = \frac{FO(max) - FO(min)}{R_4(max) - R_4(min)} = \frac{1260 - 960}{18000 - 12000} = 0.05$$

Respuesta: Como la limitación de presupuesto es una restricción activa, entonces se puede calcular su precio dual. Por cada unidad monetaria adicional de presupuesto, la rentabilidad incrementa en \$0.05, donde, además, este valor sólo es válido para presupuestos que se encuentren dentro del rango de $b_4 \in [12000, 18000]$.