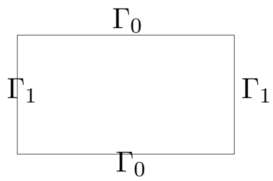
ENSEIRB-MATMECA Année 2015-2016
Université de Bordeaux, Master MIMSE

PROJET de Programmation CHP

Calcul Haute Performance

On se place dans le domaine $[0, L_x] \times [0, L_y]$ de $\mathbb{R}^2$ dans lequel on résoud l'équation de la chaleur :



$$\partial_t u(x,y,t) - D\Delta u(x,y,t) = f(x,y,t) \tag{1}$$
$$u|_{\Gamma_0} = g(x,y,t) \tag{2}$$
$$u|_{\Gamma_1} = h(x,y,t) \tag{3}$$

1. **Analyse du problème**
   On se propose de résoudre numériquement cette équation par la méthode des différences finies.

   (a) Ecrire le schéma d'Euler implicite à l'aide de différences finies centrées du second ordre en espace.

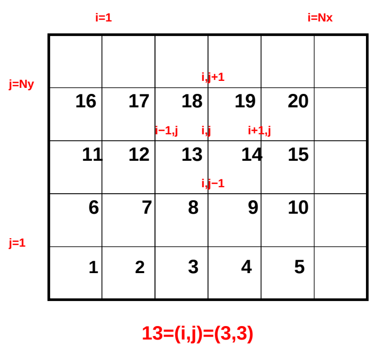


Figure 2 : Principe de la numérotation globale et locale

   (b) En utilisant la numérotation proposée figure 2, montrer que le schéma précédent se met sous la forme matricielle $AU = F$.

   (c) Décrire précisément la structure de la matrice A.

   (d) Enoncer les propriétés de la matrice A.

2. **Implémentation informatique**
   On utilisera les cas test suivants pour valider le travail :
   $L_x = L_y = 1.0,\ D = 1.0$

La solution stationnaire résultant des conditions suivantes

(4) $$f = 2(y - y^2 + x - x^2) \qquad g = 0 \qquad h = 0$$

Puis

(5) $$f = sin(x) + cos(y) \qquad g = sin(x) + cos(y) \qquad h = sin(x) + cos(y)$$

La solution instationnaire périodique résultant des conditions suivantes

(6) $$f = e^{-\left(x-\frac{Lx}{2}\right)^2} e^{-\left(y-\frac{Ly}{2}\right)^2} cos(\frac{\pi}{2}t) \qquad g = 0 \qquad h = 1$$

(a) **Ecrire le code séquentiel**

i. Cahier des charges pour le nom des variables : Nx nombre de noeuds dans la direction x, Ny nombre de noeuds dans la direction y, A matrice, U solution au temps n, Uo solution au temps $n-1$, dx, dy, dt pas d'espace et de temps, Lx, Ly, D

ii. Nx, Ny, Lx, Ly, D seront lues dans un fichier de paramètres.

iii. Construire un module contenant les trois fonctions : f, g et h.

iv. Construire un module contenant le gradient conjugué.

v. A est une matrice creuse, on ne stockera pas toute la matrice.

(b) **Ecrire le code parallèle**

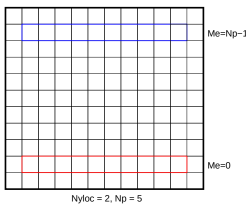


Figure 3 : Exemple de répartition des inconnues sur les processeurs

i. Expliquer comment vous envisagez la répartition des inconnues entre les différents processeurs, vous pouvez vous inspirer de la figure 3.

ii. Chaque processeur connaîtra une partie de A seulement, A(i1:iN,Ns), avec Ns le nombre global d'inconnues du problème (étant donné le caractère creux de la matrice, un stockage adapté à la nature creuse du système sera utilisé comme en séquentiel).

iii. L'algorithme du gradient conjugué devra être parallélisé :
- Listez les opérations nécessitant des communications?
- Détaillez les communications pour chacun des processeurs.
- Optimisez les communications.

iv. Chaque processeur écrira sa partie de solution dans son fichier sol00Me.dat (on pourra utiliser la subroutine Rename proposée en annexe).

Il faudra fournir les documents suivants :

1. Un rapport contenant
   - L'analyse mathématique du problème :
     - L'écriture du schéma numérique proposé.
     - La mise en forme matricielle du problème.
     - La description détaillée de la structure de la matrice et de ses propriétés.
   - L'explication précise du parallélisme mis en oeuvre dans votre code contenant :
     - La description de votre répartition des inconnues entre les différents processeurs.
     - Les différents points de l'algorithme nécessitant des communications entre les processeurs.
     - Une description détaillée des communications réalisées (taille de message, émetteur, récepteur).
   - Le processus de validation du code.
   - Les courbes du temps de calcul en fonction du nombre de processeurs (Speed-up, Efficacité, ...).
   - Votre analyse des résultats et vos conclusions.
2. Le code // documenté et commenté, avec les commandes de compilation.

Annexe:

```
subroutine Rename(Me,name)
   implicit none
   integer ::  Me
   character*13 ::name
   character*3 ::  tn
   integer ::  i1,i2,i3
   i1 = Me/100
   i2 =( Me - 100*i1)/10
   i3 = Me - 100*i1 -10*i2
   tn = char(i1+48)//char(i2+48)//char(i3+48)
   name='sol'//tn//'.dat'
end subroutine Rename
```