

推移质公式的比较

钱 宁

(清华大学)

提 要

本文讨论了当前习用的六家推移质公式,把它们转化为由同样的无量纲参数组成的函数关系,这样就可以直接进行比较。比较结果表明,在低强度输沙条件下,它们之间虽有一定差别,但从河床演变的实用观点来说,大部分公式的差别并不是很大。各家公式在高强度输沙条件下分散较广,实验资料还不足以对此作出明确的结论。在水流很强时,爱因斯坦公式所给出的推移质输沙率有可能偏小,英格伦公式虽给出较好的结果,但在理论推导过程中存在一些漏洞。从现阶段来看,拜格诺公式具有最广阔的远景。

早在十九世纪末期,法国的杜保衣(P. DuBoys)第一次提出推移质运动的拖曳力理论^[1]。自此以后,从事于这方面研究的人很多,提出不少计算公式,不但立论的基础很不一样,在水力要素的标志方式上,有用拖曳力的,有用平均流速的,也有用功率的,在公式的结构及形式上更是千差万别。但是,仔细推敲起来,从研究方法上考虑,仍然可以看出存在着一定的流派,其中最主要的有:

(1) 采用孤立因素的方法,以大量实验为基础建立起来的推移质公式,以梅叶-彼德(E. Meyer-Peter)公式为代表;

(2) 利用概率论及水力学相结合的办法建立起来的推移质公式,以爱因斯坦(H. A. Einstein)公式为代表;

(3) 根据普通物理学的基本概念,通过泥沙自床面起跳以后的受力及运动情况的力学分析所建立起来的理论,以拜格诺(R. A. Bagnold)公式为代表;

(4) 以爱因斯坦或拜格诺的某些概念为基础,并辅助以量纲分析,实测资料适线或一定的推理而得到的公式,以英格伦(F. Engelund)公式、雅林(M. S. Yalin)公式、艾克斯及怀特(P. Ackers and W. R. White)公式为代表。

对这些公式作出比较,指出它们的异同和存在的问题,探讨今后的发展方向,也许不是没有意义的。

一、推移质公式简介

(一) 梅叶-彼德公式^[2]

早在三十年代,梅叶-彼德根据一些初步的试验资料,从相似律的概念出发,得出一个推移质运动的经验公式,在这个公式里只包含了几个简单的因子。然后把这样的结果应用到更为复杂的情况中去,找出偏差的原因,并进一步把引起偏差的因素孤立起来,研究它对推移质运动的影响。像这样一步一步地,梅叶-彼德依次考虑了泥沙的比

重、组成以及床面形态等因素对泥沙运动的影响, 积二十年之久, 最后得出了一个比较完整的推移质公式:

$$\gamma \frac{Q_b}{Q} \left(\frac{K_b}{K'_b} \right)^{3/2} hJ = 0.047(\gamma_s - \gamma)D + 0.25 \left(\frac{\gamma}{g} \right)^{1/3} \left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{2/3} g_b^{2/3}. \quad (1)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} Q_b &= BR_b U, \\ Q &= BhU, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

K_b ——与全部阻力有关的阻力系数; K'_b ——与沙粒阻力有关的阻力系数; B ——河宽; h ——平均水深; J ——比降; U ——平均流速; γ_s , γ ——泥沙及水的比重; g ——重力加速度; D ——泥沙粒径; g_b ——推移质单宽输沙率, 以泥沙干重计; R_b ——与河床床面阻力有关的水力半径。

梅叶-彼德公式的全部推导过程都是建立在大量实验资料的基础上的, 各主要变值的变化范围如下: 槽宽为0.15~2米; 水深为0.01~1.2米; 坡降为4‰~2%; 泥沙比重为1.25~4; 泥沙粒径为0.40~30毫米。就水槽试验来说, 资料的变化范围较大, 特别是包括了中径达30毫米的卵石试验数据, 适用于粗砂及卵石河流。

(二) 爱因斯坦公式^[3]

爱因斯坦根据水槽试验中长期观察的结果, 注意到推移质与床面泥沙颗粒(床沙)之间存在着不断的交换, 所谓平衡, 只是指在一定的时间内, 自河床中冲刷外移的泥沙, 与自推移质中沉淀落淤的泥沙正好保持相等。如果我们能够分别写出床沙的冲刷率及推移质的落淤率, 把它们保持恒等, 就可以得到平衡情况下的推移质输沙率公式。在公式的推导过程中, 爱因斯坦考虑了泥沙运动的随机性质, 采用了概率论和力学分析相结合的方法, 不是研究某一颗粒泥沙或者某几颗泥沙的运动, 而是研究大量彼此独立的泥沙颗粒在一定的水流条件下最有可能出现什么情况。最后所导出的推移质公式具有如下的形式:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0.143\psi-0.5}^{0.143\psi-0.5} \exp(-t^2) dt = \frac{43.5\Phi}{1+43.5\Phi}. \quad (3)$$

其中

$$\psi = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \frac{D}{R'_b J}, \quad (4)$$

$$\Phi = \frac{g_b}{\gamma_s} \left(\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{gD^3} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

R'_b 为与沙粒阻力有关的水力半径, 在床面平整、不存在沙波时, $R'_b = R_b$ 。如水流属于二元水流, 两壁阻力可以忽略不计, 则 $R'_b = R_b = h$ 。

(三) 拜格诺公式^[4,5]

拜格诺认为推移质运动象其他任何物理现象一样, 应该遵循一些最基本的物理规律。挟沙水流运动是一种剪切运动, 维持运动的力就是重力沿着水流运动方向的分力, 一般称为拖曳力。任何形式的连续运动必将因克服某种形式的阻力而消耗能量。不论通过何种手段, 任何物体连续运动的速率最终必然决定于所能提供的能量的速率。如果把水流看成是搬运固体颗粒的机器, 同时考虑到水流所提供的能量来自水流的势能, 则能量不灭定律可以写成:

因搬运泥沙颗粒在单位时间内所消耗的能量 = 水流在单位时间内所损失的势能
× 效率

写成数学方程, 得

$$w'_b \bar{u}_b \tan \alpha = \tau_0 U e_b \quad (6)$$

其中: w'_b ——单位床面面积上水柱中所含推移质的水下重量; \bar{u}_b ——推移质的平均运动速度; $\tan \alpha$ ——推移质颗粒在运动过程中因相互碰撞而产生的水流运动方向及与此相垂直的方向的颗粒动量分量的比值; τ_0 ——作用在单位床面面积上的水流拖曳力; e_b ——水流搬运推移质的效率。

拜格诺进一步对泥沙颗粒脱离床面、以跳跃的方式向前运动的全过程进行力学分析, 导出水流搬运推移质的效率的公式, 代入式(6)后, 最后得到具有如下形式的推移质公式:

$$g_b = \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma} \frac{U_* - U_{*c}}{U_*} \frac{\tau_0 U}{\tan \alpha} \left[1 - \frac{5.75 U_* \log \left(\frac{0.4h}{mD} \right) + \omega}{U} \right] \quad (7)$$

$$\text{其中: } m = 1.4 \left(\frac{U_*}{U_{*c}} \right)^{0.6}; \quad (8)$$

U_* ——磨阻流速; U_{*c} ——起动磨阻流速; ω ——泥沙的沉速。

(四) 英格伦公式^[6]

在单位床面上, 有 $1/D^2$ 颗泥沙, 英格伦假定其中有 $p\%$ 颗泥沙会发生运动。这个实际上就是爱因斯坦所提出的床面泥沙发生运动的或然率。这样

$$g_b = \frac{\pi}{6} D^3 \gamma_s \frac{p}{D^2} \bar{u}_b \quad (9)$$

英格伦根据水槽试验资料, 分别给出或然率 p 与推移质平均运动速度 \bar{u}_b 的关系式:

$$\bar{u}_b = 9.3 U_* \left(1 - 0.7 \sqrt{\frac{\Theta_c}{\Theta}} \right), \quad (10)$$

$$p = \frac{6}{\pi \beta} (\Theta - \Theta_c) \quad (11)$$

代入式(9)后, 得

$$g_b = \frac{9.3}{\beta} \frac{D \gamma_s}{\sqrt{\Theta}} U_* (\Theta - \Theta_c) (\sqrt{\Theta} - 0.7 \sqrt{\Theta_c}). \quad (12)$$

其中

$$\Theta = \frac{\tau_0}{(\gamma_s - \gamma) D} = \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \frac{hJ}{D}. \quad (13)$$

不难看出, 对于床面平整的二元水流来说, 英格伦的水流强度参数 Θ 不是别的, 就是爱因斯坦采用的参数 ψ 的倒数, 见式(4)。式(12)中的 Θ_c 是泥沙起动时的水流强度参数, β 则为推移质运动中的动摩擦系数, 英格伦建议取 $\beta = 0.8$ 。

(五) 雅林公式^[7]

雅林和拜格诺一样, 也是从下面这个基本方程式出发

$$g_b = \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma} w'_b \bar{u}_b \quad (14)$$

在上式的求解过程中,雅林一方面写出泥沙跳跃运动的微分方程式,经过一定的简化,解出推移质的平均运动速度 \bar{w}_b ;另一方面则利用量纲分析的方法,推论推移质的水下重量 w_b 是水流强度 Θ 和沙粒雷诺数的函数,最后得到

$$g_b = 0.635 DU_* \gamma_s R \left[1 - \frac{1}{aR} \ln(1 + aR) \right] \quad (15)$$

其中

$$R = \frac{\Theta - \Theta_c}{\Theta_c} \quad (16)$$

$$a = 2.45 \sqrt{\Theta_c} \left(\frac{\gamma}{\gamma_s} \right)^{0.4} \quad (17)$$

(六) 艾克斯斯及怀特公式^[8]

艾克斯斯及怀特广泛搜集了前人的试验资料,整理得到一千组次水槽试验成果,以此作为基础,在拜格诺的基本概念的指导下,写出某些无量纲参数之间的函数关系,然后利用电子计算机整理成果和进行回归分析,求出函数的具体形式。艾克斯斯及怀特所引用的资料包括0.04毫米以上的泥沙,其中只适用于2.5毫米以上的粗颗粒泥沙挟沙能力公式也就是这里所说的推移质公式。

艾克斯斯及怀特也是以式(6)为基本出发点,并假定水流搬运推移质的效率与泥沙的可动性 M^2 成比例,后者的物理意义是作用在单位床面面积上的有效拖曳力与表层泥沙颗粒抵抗运动的力的比值。经过一定的简化,可以写成

$$M = \frac{U}{\sqrt{g \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} D}} \frac{1}{\sqrt{32 \log \frac{10h}{D}}} \quad (18)$$

通过回归分析得到 Θ_b 与 M^2 的函数关系以后,代入式(6)得

$$Y = 0.025 \left(\frac{M}{0.17} - 1 \right)^{1.5} \quad (19)$$

其中

$$Y = \frac{\gamma S_{bw} h}{\gamma_s D} \quad (20)$$

S_{bw} 为单位床面面积上水柱内的推移质平均含沙量,以重量百分比计。

二、推移质公式表达形式的统一

下面我们将把各家推移质公式都转化成为推移质运动强度 Φ (式(5))和水流强度 Θ (式(13))或 ψ (式(4))的函数关系,以便于统一进行比较。

(一) 梅叶-彼德公式

早在五十年代,作者就指出梅叶-彼德公式可以转化为^[9]

$$\Phi = (4\Theta - 0.188)^{3/2} \quad (21)$$

当 $\Phi = 0$,泥沙开始起动时,

$$\Theta_c = 0.047 \quad (22)$$

在 Θ 很大时,

$$\Phi = 8\Theta^{3/2}. \quad (23)$$

(二) 拜格诺公式

在拜格诺公式的推导中, 曾根据对数流速分布公式, 把临底流速转化为垂线平均流速。如果我们不采用这样的转化步骤, 并注意到

$$\tau_0 = \rho U_*^2 \quad (24)$$

其中 ρ 为水的密度, 则式(7)可以写成

$$g_b = \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma} \frac{U_* - U_{*c}}{\tan \alpha} \rho U_*^2 \left[5.75 \log 30.2 \frac{mD}{K_s} - \frac{\omega}{U_*} \right] \quad (25)$$

经过转化, 上式又可以写成如下的形式

$$\Phi = \Theta (\sqrt{\Theta} - \sqrt{\Theta_c}) \left[\frac{1}{\tan \alpha} \left(5.75 \log 30.2 \frac{mD}{K_s} - \frac{\omega}{U_*} \right) \right] \quad (26)$$

在式(26)的右侧, 最后方括弧内的一项虽然是与水流条件和泥沙性质有关的一个函数, 但和前面两项比较起来, 变化要小得多。式(26)实际上表达了 Φ 和 Θ 之间的关系。在 Θ_c 与 Θ 相比很小时, $\Phi \sim \Theta^{3/2}$ 。

(三) 英格伦公式

把式(12)各除以 $\gamma_s \sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g D^3}$, 得

$$\Phi = \frac{9.3}{\beta} (\Theta - \Theta_c) (\sqrt{\Theta} - 0.7 \sqrt{\Theta_c}). \quad (27)$$

英格伦根据水槽试验资料, 取 $\beta = 0.8$, 这时

$$\Phi = 11.6 (\Theta - \Theta_c) (\sqrt{\Theta} - 0.7 \sqrt{\Theta_c}). \quad (28)$$

当

$$\Theta_c \ll \Theta \text{ 时,}$$

$$\Phi = 11.6 \Theta^{3/2}. \quad (29)$$

(四) 雅林公式

按照上面同样的处理方式, 式(15)可以转化为

$$\Phi = 0.635 R \sqrt{\Theta} \left[1 - \frac{1}{aR} \ln(1 + aR) \right] \quad (30)$$

当 Θ 很大时, $aR \rightarrow \infty$, $\frac{1}{aR} \ln(1 + aR) \rightarrow 0$, Θ_c 与 Θ 相比较可以忽略不计, 这时

$$\Phi = \frac{0.635}{\Theta_c} \Theta^{3/2}$$

如 Θ_c 取 0.047, 则

$$\Phi = 13.5 \Theta^{3/2}. \quad (31)$$

(五) 艾克斯斯及怀特公式

考虑到

$$g_b = S_{bw} \gamma U h. \quad (32)$$

对于天然河流来说, 在床面平整时,

$$\frac{h}{D} = \frac{1.65}{J} \Theta. \quad (33)$$

式(19)可以转化为

$$\Phi = 2.02 \log \left(\frac{16.5}{J} \Theta \right) \sqrt{\Theta} (\sqrt{\Theta} - 0.17)^{1.5}. \quad (34)$$

也就是说, 艾克斯-怀特公式是一个以 J 为参数的 Φ 和 Θ 之间的函数关系。当泥沙开始启动时,

$$\Theta_c = 0.029. \quad (35)$$

在输沙强度很大时,

$$\Phi \sim \Theta^{5/4} \log \left(\frac{16.5}{J} \Theta \right). \quad (36)$$

三、推移质公式的比较

通过上面的分析, 可以看到这六家有代表性的公式都可以转化为 Φ 和 Θ (或 $1/\Psi$) 之间的函数关系, 这样它们就可以直接进行比较。在比较之前, 我们先统一作出两个假定:

(1) 床面保持平整, 糙率尺寸 K_s 即等于泥沙粒径 D ; (2) 除艾克斯-怀特公式以外, 其余各公式在需要用到起动条件时, 均统一采用梅叶-彼德的起动标准式(22)。

图1为梅叶-彼德、爱因斯坦、拜格诺、雅林公式的对比。在拜格诺公式中, 我们按照拜格诺的建议, 取 $\tan \alpha = 0.63$, 并分别考虑了粒径为0.2及2毫米两种情况。这两种粒径的泥沙表现为 $\Phi - \psi$ 关系时差别并不很大, 所以在图1中我们只绘出了它们的平均情况。由图1可知, 在 $\psi > 2$ 时, 除了雅林公式给出的输沙率偏小以外, 其余三家公司都比较接近。和实验成果对比看来, 在低强度输沙时, 梅叶-彼德公式似较爱因斯坦公式为好, 中强度输沙时情况正好相反, 拜格诺公式在中强度输沙时略偏大一些。它们之间的差别主要反映在高强度输沙 ($\psi < 2$) 时, 这一点将在以后再详细讨论。

在图2中, 我们绘出了英格伦公式(曲线A)和梅叶-彼德公式的对比, 可以看出,

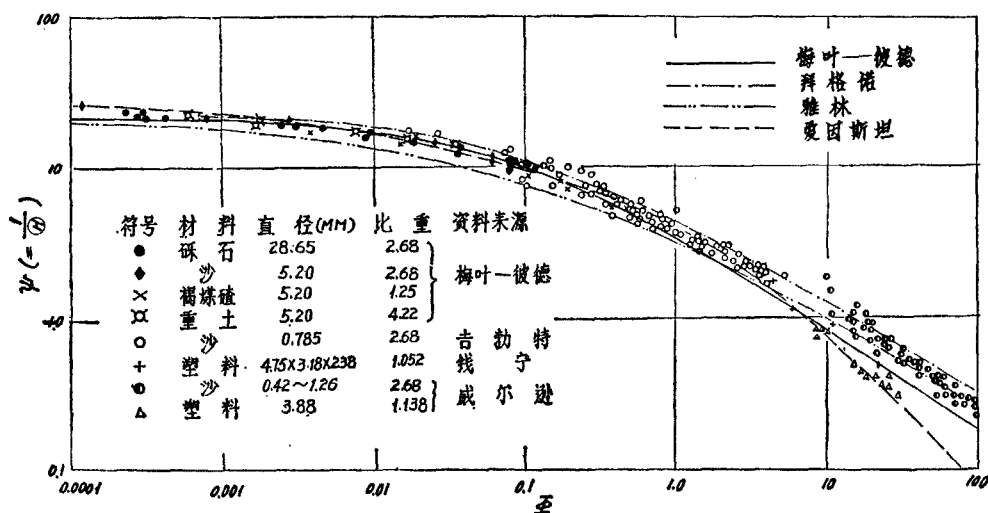


图1 梅叶-彼德、爱因斯坦、拜格诺、雅林公式的对比

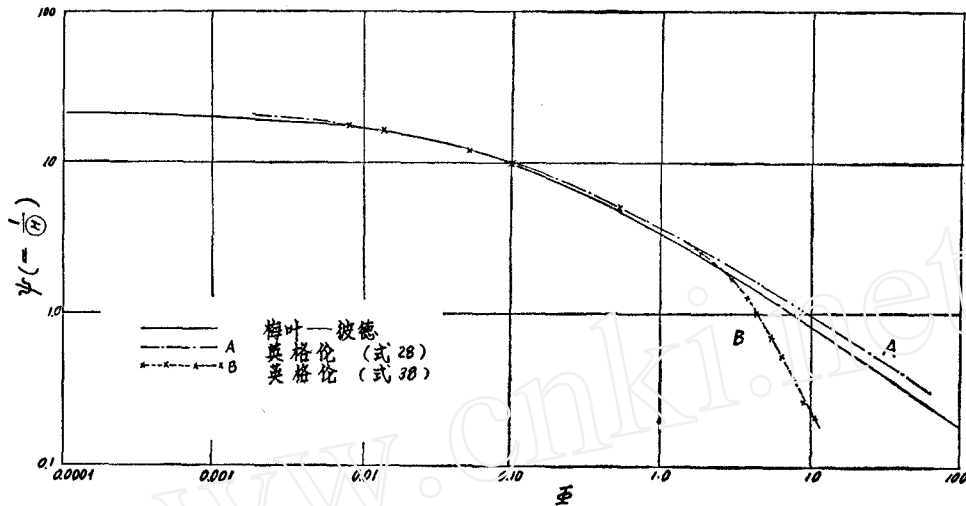
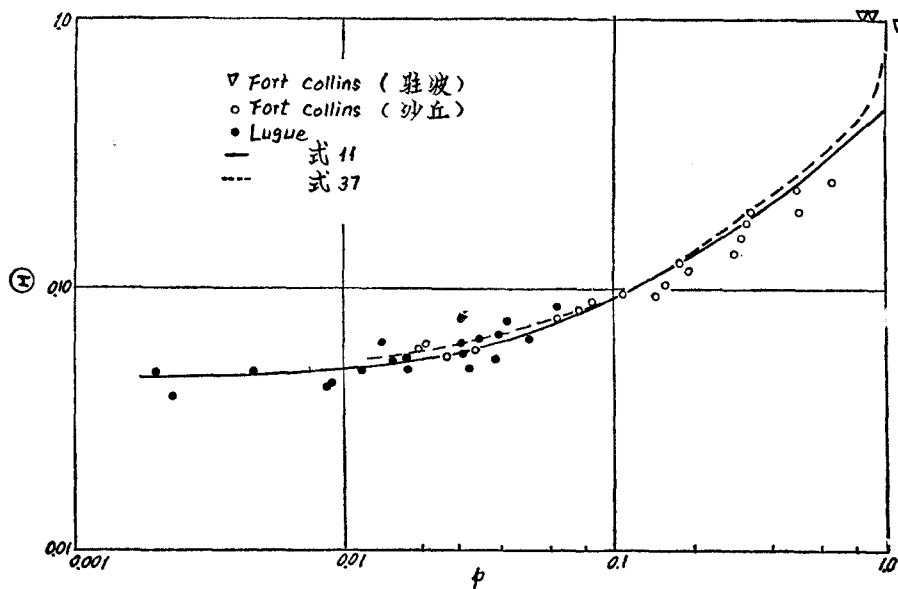


图2 英格伦公式与梅叶-彼德公式的对比

这两个公式在一般情况下几乎给出完全相同的结果，只是在高强度输沙时，英格伦公式所给出的输沙率较梅叶-彼德公式约大45%左右。目前各方面对英格伦公式比较推崇，但在公式的推导中，牵涉到床面泥沙发生运动的或然率 p 如何确定的问题。按照定义， p 显然不能大于1。图3为英格伦所建议的经验公式(11)与实测成果的对比，可以看出，在实验范围内，两者十分相符。但在 $\Theta > 0.47$ 以后， $p > 1$ ，这在物理上是不可能的。也就是说，在 $\Theta > 0.5$ ，或 $\psi < 2$ 以后，以式(28)为表达形式的英格伦公式事实上已失去物理意义。英格伦也曾建议把 p 和 Θ 之间的关系改写成如下的形式：

图3 床面泥沙发生运动的或然率 p 与水流强度 Θ 的关系

$$p = \left[1 + \left(\frac{\frac{\pi}{6}\beta}{\Theta - \Theta_c} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{4}} \quad (37)$$

这个公式在 Θ 很大时 p 接近于1。从图3看,在实验范围内,式(37)和式(28)并没有太大的差别。但是,如果我们把式(37)代入式(19),则最后所得到的推移质公式将变成

$$\Phi = 4.87 \left[1 + \left(\frac{\frac{\pi}{6}\beta}{\Theta - \Theta_c} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{4}} (\sqrt{\Theta} - 0.7\sqrt{\Theta_c}) \quad (38)$$

如图2中的曲线B。当 Θ 很大时, $\Phi \sim \Theta^{\frac{1}{2}}$ 。和其它公式比较起来,不能认为这个公式是正确的。

图4为艾克斯-怀特公式与梅叶-彼德公式的对比,我们选用了两个比降($J = 0.01, 0.001$)。可以看出,艾克斯-怀特公式所给出的输沙率在低强度时显著偏大。这是因为艾克斯-怀特所建议的起动条件 $\Theta_c = 0.029$ 较梅叶-彼德的起动指标 $\Theta_c = 0.047$ 为小的缘故。顺便指出,英格伦在他的推导中,建议选用 $\Theta_c = 0.046$ 。如果我们统一采用梅叶-彼德的起动条件,则艾克斯-怀特推移质公式就应该改写成

$$\Phi = 2.02 \log \left(\frac{16.5}{J} \Theta \right) \sqrt{\Theta} (\sqrt{\Theta} - 0.217)^{1.5} \quad (39)$$

不难看出,这时它和梅叶-彼德公式就十分接近,如图4。

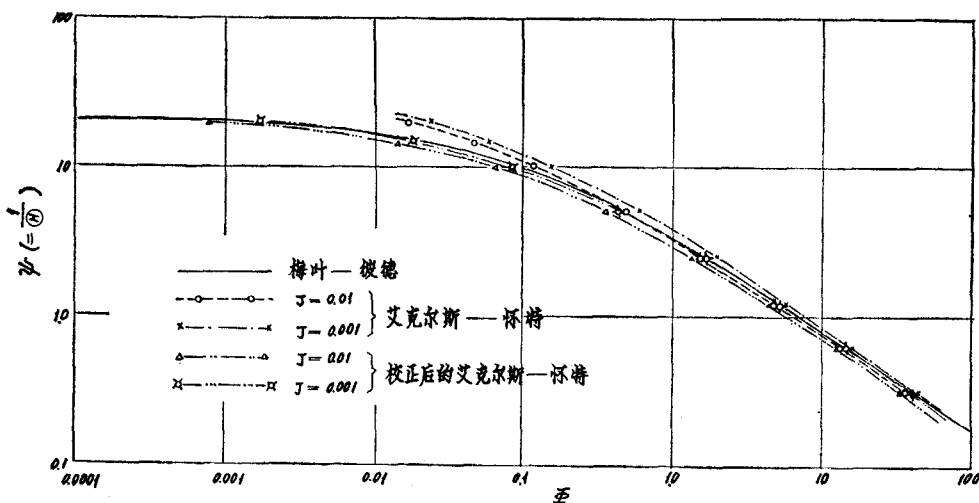


图4 艾克斯-怀特公式与梅叶-彼德公式的对比

下面我们再集中讨论两个问题:

低强度输沙时的公式结构 在推移质输沙率较小时, $\Phi - \psi$ 关系在双对数纸上成为坡度很平的线。这是因为除了爱因斯坦的公式结构以外,其他公式都有 $\Theta - \Theta_c$ 或 $\sqrt{\Theta} - \sqrt{\Theta_c}$ 的指数项,而指数多大于1。当 $\Theta \ll 1$ 以后, Θ 的较小变化会带来 Φ 的很大改变。这在 Θ 接近 Θ_c 时更是如此。也就是说,在推移质运动不强时,它对水流条件是很敏感

的, 水流条件稍有加强, 推移质输沙率就会大幅度增加。中山大学地理系曾和有关水文站合作, 在广东北江及湖南流沙河进行沙波测验^[10,11], 发现在床面存在明显沙波, 推移运动不强时, 推移质输沙率与平均流速的5.70至5.75次方成比例, 也正是反映了这一现象。正是由于 Φ - ψ 的关系线很平, 所以, 虽然从图1、2、及4看来, 在这个范围内, 梅叶-彼德、爱因斯坦、拜格诺、英格伦及校正后的艾克斯-怀特这五家公式的关系线都比较密集, 但细看起来, 在同样的水流条件下, 各家公式所给出的推移质输沙率在差别最大时还可以差到两三倍或更多。事实上, 由于野外确定水流条件时所存在的误差, 在 $\psi > 15$ (或 $\Theta < 0.067$) 以后, 不论采用那一家公式, 都不能给出十分精确的推移质输沙率。在另一方面, 在河床演变的研究中, 我们经常所需要回答的问题是在一定的推移质来量下, 河床将会保持什么样的断面形态和坡降。稳定渠道的设计, 水库三角洲尾部段比降的确定等, 都是属于这一类性质的问题。这时泥沙运动的特性, 恰恰使我们能够不论选用那一家公式, 都可以得到令人满意的结果。为了说明这个问题, 假定水库三角洲尾部段的床沙代表粒径为2毫米, 河宽100米, 造床流量300秒立米, 当时的推移质输沙率为2.86公斤/秒 (相应的 $\Phi = 0.01$), 则在水流达到平衡后的平均水深及坡降如表1。由表可知, 不论是采用五家公式中的那一家, 它们的差别并不是很大的。

表1 水库三角洲为维持一定的输水排沙条件所需保持的水深和比降

计算项目	采用的推移质公式				
	梅叶-彼德	爱因斯坦	拜格诺	英格伦	校正的艾克斯-怀特
水深, 米	2.53	2.50	2.59	2.56	2.49
比降, 万分率	0.765	0.795	0.708	0.731	0.802

高强度输沙时的公式结构 在 $\psi < 2$ 以后, 各家公式便开始分散开来。从公式结构来看, 这时 Φ 与 Θ 的关系逐渐接近指数关系, 在对数纸上基本上成为一条直线。对于梅叶-彼德、拜格诺、英格伦和雅林四家公式来说, 指数都等于1.5。爱因斯坦公式这时接近

$$\Phi = \frac{7.9}{\psi} \quad (40)$$

指数等于1。值得注意的是, 根据大量资料, 通过回归分析求得的艾克斯-怀特公式, 其指数为1.35~1.45, 正好介于上述两类公式之间。目前有关高强度输沙时的试验资料比较稀少, 这是因为水流强度很大时, 会同时出现悬移质, 在试验技术上, 很难把推移质和悬移质截然分开的缘故。威尔逊 (K.C. Wilson) 曾在方形管道中专门进行过高强度推移质运动试验^[12], 所得结果如图1。试验中采用了粒径为0.42至1.26毫米的天然混合沙及粒径为3.88毫米、比重为1.138的塑料沙。前者的试验点群比较接近拜格诺、英格伦及雅林公式, 而后者的点群分布却和爱因斯坦公式比较接近。也就是说, 在这个问题上我们现在还难以作出确切的结论。

从理论上考虑, 爱因斯坦作为以概率和力学分析相结合来研究泥沙运动的创业人, 将永远受到人们的尊重。但是, 创业之初, 一切未具规模, 在细节上免不了有很多过份

简化和失诸粗糙的地方,有待于后人的不断补充和改进。例如,爱因斯坦假定泥沙运动的单步距离和脱离床面的时间只是泥沙性质的参数,与水流条件无关,看来就值得商榷。在水流强度很大时,不仅河床表层的物质将发生运动,床面以下一定深度范围内也会发生层移运动,这时的物理过程也与爱因斯坦所设想的简单图形不尽相符。所有这些,都说明在 ψ 很小时,爱因斯坦公式所给出的推移质输沙率有可能偏小。在另一方面,如所周知,在泥沙运动强度很大时,水流输沙现象与风沙现象有一定相似之处。拜格诺曾指出在风力吹扬作用下,以跃移及表层蠕移形式运动的泥沙的输沙率可以用下式计算^[13]:

$$g_b = c D^{1/2} \rho \frac{U_*^3}{g} \quad (41)$$

其中 c 为常数。上式可改写为

$$\Phi = c_1 D^{1/2} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma_s} \frac{1}{g} \Theta^{3/2} \quad (42)$$

对于荒漠中的泥沙来说,由于长期受风力吹扬的拣选作用,泥沙粒径的变化范围较小。因此,输沙强度 Φ 实际上与气流强度 Θ 的 $3/2$ 次方成比例。从这些迹象来看, Φ 与 Θ 的指数关系中的指数有可能接近1.5。拜格诺公式虽然总的来说所给出的输沙率偏大一些,但从理论上考虑,可能是较好的一个推移质公式。

致谢:水利部第五工程局的胡维德同志协助作者对计算结果进行了校核,谨致谢意。

参 考 文 献

- [1] DuBoys, P., Etudes du Regime du Rhone et l'Action Exercée par les Laux sur un Lit a Fond de Gravieres Undefiniment Affouillable. *Annales des Ponts et Chaussees*, Ser. 5, Vol. 18, pp. 141-195, 1879
- [2] Meyer-Peter, E. and Müller R., Formula for Bed Load Transport, *Proc., 2nd. Meeting, Intern. Assoc. Hyd. Res.*, Vol. 6, 1948.
- [3] Einstein, H.A., The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. *U.S. Dept. Agri., Tech. Bull.* 1026, 1950.
- [4] Bagnold, R.A., An Approach to the Sediment Transport Problem From General Physics. *U.S. Geol. Survey, Prof. Paper* No. 422-I, 1966.
- [5] Bagnold, R.A., The Nature of Saltation and of Bed Load Transport in Water. *Proc., Royal Soc. London, Ser. A*, Vol. 332, pp.473-504, 1973.
- [6] Engelund, F. and Hansen, E., A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams. *Tech. Univ. Denmark, Copenhagen*, 1967.
- [7] Yalin, M.S., *Mechanics of Sediment Transport*, Pergamon Press, 1972.
- [8] Ackers, P. and White W.R., *Sediment Transport, New Approach and Analysis*. *J. Hyd. Div., Proc., Amer. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 99, No. HY11, pp.2041-2060, 1973.
- [9] Chien, Ning (钱宁), Meyer-Peter Formula for Bed Load Transport and Einstein Bed Load Function. *Missouri River Div. Sediment Series* No. 7, Missouri River Div., U.S. Corps of Engrs., 1954.
- [10] 中山大学地理系水文专业, 北江下游石角河段沙波测验及推移量计算的初步报告. 1976.

- [11] 中山大学地理系水文专业等, 湖南省流沙河沙波测验及推移量计算报告. 1977.
- [12] Wilson, K. C., Bed Load Transport at High Shear Stress. *J. Hyd. Div., Proc., Amer. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 92, No. HY6, pp. 49-59, 1966.
- [13] Bagnold, R.A., *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*. Methuen and Co., London, 1941.

A Comparison of the Bed Load Formulas

Qian Ning (Ning Chien)

(Qing-hua University)

Abstract

There are six bed load formulas as proposed by Meyer-Peter, Einstein, Bagnold, Engelund, Yalin and Ackers-White respectively which are currently in use throughout the world. In this paper these formulas are transformed into relationships between same dimensionless parameters such that they can be compared directly. The results indicate that at low rates of transport, in spite of the fact that certain discrepancies existed between various formulas, and yet the difference is of minor importance from the practical view point of fluvial processes. Different formulas deviate widely at high rates of transport, and the experimental data available do not allow one to draw a definite conclusion. When the flow intensity is high, the transport rate of bed load as given by Einstein formula might be too small. Although Engelund formula gives a fairly good result for all flow conditions, there is much ground for believing that the theoretical derivation of the formula fails to be consistent after $\Theta > 0.5$. It appears at present that the approach as proposed by Bagnold opens up a new prospect to the research of bed load transport.