

Ciąg Fibonacciego

Marcin Seferyn

12.12.2019

Spis treści

1	Wstęp	2
1.1	Kim był Leonardo Fibonacci	2
1.1.1	Życiorys	2
1.2	Dokonania	3
1.2.1	Liber Abaci	3
2	Ciąg Fibonacciego	4
2.1	Czym jest ciąg Fibonacciego	4
2.1.1	Zachodzące zależności	5
2.2	Ciąg Fibonacciego w C++	5
2.2.1	Iteracyjnie	5
2.2.2	Rekurencyjnie	5

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Kim był Leonardo Fibonacci

[1] Leonardo z Pizy, urodzony ok. 1175 roku w Pizie - zmarł w 1250 roku. Był włoskim matematykiem, znany jako Leonardo Fibonaccim, Filius Bonacci oraz Leonardo Pisano

1.1.1 Życiorys

[2] Jego ojciec, Guglielmo z rodziny Bonacci, zajmował stanowisko dyplomatyczne w Afryce północnej i Fibonacci tam właśnie się kształcił. Pierwsze lekcje matematyki pobierał od arabskiego nauczyciela w mieście Bouzia (dziś algierska Bidżaja). Dużo podróżował najpierw razem z ojcem, później samodzielnie, odwiedzając i kształcąc się w takich miejscach jak Egipt, Syria, Prowansja, Grecja i Sycylia. W czasie swych podróży po Europie i po krajach Wschodu miał okazję poznać osiągnięcia matematyków arabskich i hinduskich, między innymi dziesiętny system liczbowy. Około 1200 roku Fibonacci zakończył podróże i powrócił do Pizy. Tam zajął się opracowywaniem wielu zagadnień starożytnej matematyki. Żył w epoce przed wynalezieniem druku, dlatego jego dzieła mogły zostać rozpowszechnione jedynie za pomocą ręcznego odpisu. Z tego powodu do dziś przetrwało jedynie kilka z jego prac. Fibonacci zasłużył się dla rozwoju miasta. Jego wysiłki zostały docenione przez cesarza Fryderyka II. Zmarł w Pizie w 1250 roku.



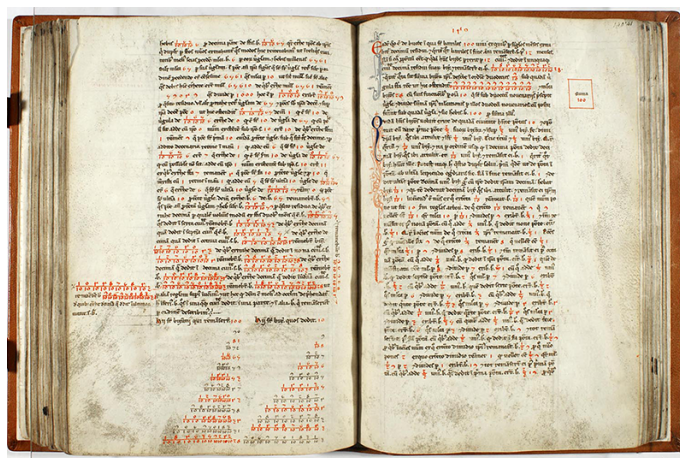
Rysunek 1.1: Leonardo Fibonacci

1.2 Dokonania

[3] **Fibonacci** był niezwykle utalentowanym matematykiem, jednak wiele z jego prac i teorii nie oddziało na rozwój matematyki, ponieważ pozostały w dużej mierze nieznane w okresie średniowiecza. Jednym z ważniejszych dzieł Leonarda z Pizy było *Liber abaci*, które stanowiło wykład azjatyckich osiągnięć w dziedzinie matematyki. Pojawiły się tu takie pojęcia jak: liczby ujemne, zero, pozycyjny system zapisu liczby, równania liniowe i kwadratowe. Ponadto ważną pracą była *Practica geometriae*, gdzie Fibonacci po raz pierwszy użył algebry w dziedzinie geometrii.

1.2.1 Liber Abaci

[4] **Liber abaci** lub **Liber abbaci** – księga matematyczna z 1202, dotycząca arytmetyki. Jej tytuł tłumaczony jest współcześnie jako Księga liczydła lub Księga rachunków. Liber Abaci była jedną z pierwszych zachodnich książek, które opisywały hindusko-arabski system liczbowy i używały symboli tradycyjnie określanych jako „cyfry arabskie”. Uwzględniając zastosowania zarówno dla komercyjnych handlowców, jak i matematyków, przyczyniło się to do przekonania opinii publicznej o wyższości tego systemu i wykorzystaniu go.



Rysunek 1.2: Liber Abaci

Rozdział 2

Ciąg Fibonacciego

2.1 Czym jest ciąg Fibonacciego

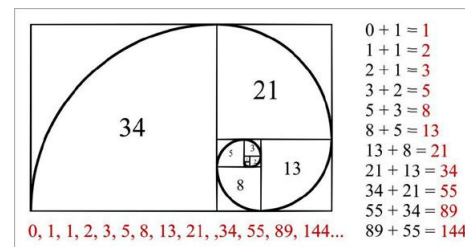
[5] **Ciąg Fibonacciego** – ciąg liczb naturalnych określony rekurencyjnie w sposób następujący: Pierwszy wyraz jest równy 0, drugi jest równy 1, każdy następny jest sumą dwóch poprzednich.

Formalnie:

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{dla } n > 0 \\ 1 & \text{dla } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

Pierwsze 13 elementów ciągu

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144



Rysunek 2.1: Złoty Podział

2.1.1 Zachodzące zależności

1. $\sum_{i=1}^n F_k = F_{n+2} - 1$
2. $\sum_{i=0}^n iF_i = nF_{n+2} - F_{n+3} + 2$
3. $\sum_{i=1}^n F_k^2 = F_{n+1}F_n$
4. $\sum_{i=1}^n F_k^3 = (F_{3n+2} + (-1)^{n+1}6F_{n-1} + 5)/10$

2.2 Ciąg Fibonacciego w C++

2.2.1 Iteracyjnie

[6]

```
#include<iostream>
#include<cstdlib>
using namespace std;

void fibonacci(int n)
{
    long long a = 0, b = 1;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        cout<<b<<" ";
        b += a;
        a = b-a;
    }
}

int main()
{
    int n;
    cout<<"Podaj ile chcesz wypisać wyrazów ciągu fibonacciego: ";
    cin>>n;
    fibonacci(n);
    system("pause");
    return 0;
}
```

2.2.2 Rekurencyjnie

[6]

```
#include<iostream>
#include<cstdlib>
using namespace std;

int fib(int n)
{
    if(n<3)
        return 1;
    return fib(n-2)+fib(n-1);
}

int main()
{
    int n;
    cout<<"Podaj_nr_wyrazu_ciagu:_";
    cin>>n;
    cout<<n<<"_wyraz_ciagu_ma_wartosc_"<<fib(n)<<endl;
    system("pause");
    return 0;
}
```

Bibliografia

- [1] Kim był Fibonacci <https://pl.wikipedia.org/wiki/Fibonacci>
- [2] Życiorys <https://eszkola.pl/matematyka/leonardo-fibonacci-4869.html>
- [3] Dokonania <https://eszkola.pl/matematyka/leonardo-fibonacci-4869.html>
- [4] Liber Abaci <https://en.wikipedia.org/wiki/Liber-Abaci>
- [5] Ciąg Fibonacciego <https://pl.wikipedia.org/wiki/Ciag-Fibonacciego>
- [6] Ciąg Fibonacciego w C++ <http://www.algorytm.edu.pl/algorytmy-maturalne/ciag-fibonacciego.html>

Spis rysunków

1.1	Leonardo Fibonacci	2
1.2	Liber Abaci	3
2.1	Złoty Podział	4