

	E-Reader*	
Aufgabennummer: B_224		
Technologieeinsatz:	möglich □	erforderlich 🗵

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Zeit in Wochen	Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader
1	179
2	364
3	674
4	981
5	1310
6	1700
7	2055
8	2280
9	2470
10	2500
11	2540
12	2545

- a) Betrachtet man nur die 5 Zahlenpaare im Zeitintervall [3; 7], so zeigt sich ein annähernd linearer Verlauf.
  - Ermitteln Sie die Regressionsgerade für das Zeitintervall [3; 7].
  - Interpretieren Sie die Steigung dieser Regressionsgeraden im Sachzusammenhang.
- b) Betrachtet man nur die ersten 3 Zahlenpaare, so zeigt sich ein annähernd exponentieller Verlauf. Dieser kann durch

$$V_1(t) = 93.7 \cdot 1.94^t$$

oder durch

$$V_{2}(t) = 93.7 \cdot e^{0.662688 \cdot t}$$

darāestellt werden.

t ... Zeit in Wochen

 $V_1(t), V_2(t)$  ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

- Erklären Sie, warum beide Funktionen  $V_1$  und  $V_2$  annähernd denselben Wachstumsverlauf beschreiben.
- Berechnen Sie die Verdoppelungszeit in diesem exponentiellen Wachstumsmodell.

<sup>\*</sup> ehemalige Klausuraufgabe

E-Reader 2

c) Betrachtet man alle 12 Zahlenpaare, so lässt sich die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader näherungsweise durch eine logistische Funktion V beschreiben:

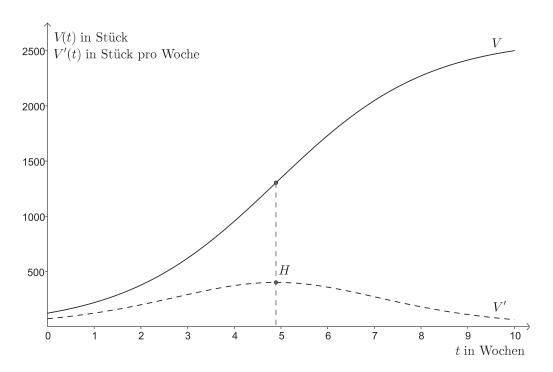
$$V(t) = \frac{2608}{1 + 20,28 \cdot e^{-0,6151 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen

V(t) ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

- Begründen Sie anhand der gegebenen Funktion, warum die Funktionswerte sich mit wachsendem *t* dem maximalen Wert 2 608 annähern.
- Berechnen Sie, um wie viel der logistische Funktionswert V(8) vom gegebenen Tabellenwert bei 8 Wochen abweicht.

In der nachstehenden Grafik sind die logistische Funktion V sowie deren Ableitungsfunktion V' grafisch dargestellt.



– Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes  ${\cal H}$  der Ableitungsfunktion  ${\cal V}'$  im Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

E-Reader 3

## Möglicher Lösungsweg

a) Ermitteln der Regressionsgerade mittels Technologieeinsatz:

 $V(t) = 348,1 \cdot t - 396,5$ 

t ... Zeit in Wochen

V(t) ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

In diesem Zeitraum werden nach diesem Modell pro Woche rund 348 Stück verkauft.

b) Da 1,94  $pprox e^{0.662688}$ , beschreiben  $V_{_1}$  und  $V_{_2}$  annähernd denselben Wachstumsverlauf.

Verdoppelungszeit:  $T = \frac{\ln(2)}{\ln(1.94)} = 1,045...$ 

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 1,05 Wochen.

c) Da für großes t der Wert  $e^{-0.6151 \cdot t}$  gegen null geht, nähert sich der Nenner der Zahl 1 und V(t) damit 2 608.

Funktionswert nach 8 Wochen: V(8) ≈ 2272

Abweichung vom gegebenen Tabellenwert: 2280 – 2272 = 8

Der logistische Funktionswert weicht um ca. 8 Stück vom gegebenen Tabellenwert ab.

Die 1. Koordinate von *H* ist nach diesem Modell derjenige Zeitpunkt, in dessen Nähe am meisten E-Reader pro Woche verkauft wurden. Die 2. Koordinate entspricht in etwa der Anzahl der verkauften E-Reader in dieser Woche.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Ermittlung der Regressionsgeraden
  - 1 × C: für die richtige Interpretation der Steigung im Sachzusammenhang
- b) 1 × D: für die richtige Erklärung, warum  $V_1$  und  $V_2$  annähernd denselben Wachstumsverlauf beschreiben
  - $1 \times B$ : für die richtige Berechnung der Verdoppelungszeit mithilfe der Funktion  $V_1$  oder  $V_2$
- c)  $1 \times D$ : für die richtige Begründung, warum sich die Funktionswerte mit wachsendem t dem maximalen Wert 2608 annähern
  - 1 × B: für die richtige Berechnung der Abweichung
  - 1 x C: für die richtige Interpretation der Koordinaten des Hochpunktes im Sachzusammenhang