

Lineare Optimierung Übungsbeispiele BIFIE

1) Auf einer Hühnerfarm werden Eier produziert.

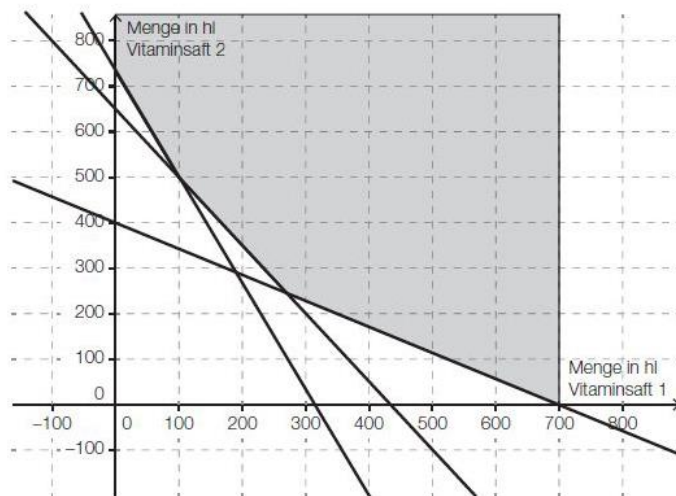
- c) Die Eier werden nach Gewichtskategorien in mittlere und große Eier eingeteilt. Sechser- und Viererpackungen von Eiern werden zum Verkauf angeboten. Die Sechserpackung kostet € 2,50 und beinhaltet je 3 große und 3 mittlere Eier. Die Viererpackung kostet € 1,70 und beinhaltet je 1 großes Ei und 3 mittlere Eier.

Mindestens 60 große und 80 mittlere Eier sollen für eine Großküche eingekauft werden. Für den Einkauf stehen maximal € 65 zur Verfügung.

- Stellen Sie dasjenige Ungleichungssystem auf, das beschreibt, welche Anzahl an Viererpackungen y bei welcher Anzahl von Sechserpackungen x die Großküche kaufen kann.
- Stellen Sie den Lösungsbereich des Ungleichungssystems grafisch dar.
- Beurteilen Sie anhand des Lösungsbereichs, ob die Großküche 12 Sechserpackungen und 25 Viererpackungen kaufen kann.

2) Ein Getränkehersteller produziert verschiedene Fruchtsäfte.

- b) Das Unternehmen stellt aus 2 hochwertigen Vitamingetränken eine neue Mischung her, die bestimmte Mindestmengen von 3 Inhaltsstoffen enthalten muss. Die in der nachstehenden Grafik dargestellte Lösungsmenge erfüllt diese Bedingungen. Der 1. Vitaminsaft kostet dem Unternehmen € 300 pro hl, der 2. Saft € 150 pro hl.



Die neue Mischung soll möglichst kostengünstig sein.

- Stellen Sie die Zielfunktion K für die Kosten auf.
- Zeichnen Sie die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die obige Grafik ein.
- Ermitteln Sie, für welche Mischung die Kosten minimal sind.
- Berechnen Sie die minimalen Kosten.

3) Biogas ist ein alternativer Energieträger. Es kann unter anderem aus Mais- oder Zuckerrüben gewonnen werden. Der Hauptbestandteil von Biogas ist Methan.

x ... Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Mais angebaut wird

y ... Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Zuckerrüben angebaut werden

- a) Eine Landwirtin hat insgesamt höchstens 40 Hektar (ha) Anbaufläche zur Verfügung. Sie will auf einer Ackerfläche von mindestens 5 ha Mais und auf einer Ackerfläche von mindestens 10 ha Zuckerrüben anbauen. Außerdem möchte sie einen Ertrag von mindestens 480 000 m³ Biogas erzielen. Sie möchte die Kosten für die Erzeugung von Methan möglichst gering halten. In der folgenden Tabelle sind die Kosten und Erträge aufgelistet:

	Produktionskosten für Methan in €/m ³	Methanertrag in m ³ /ha	Biogasertrag in m ³ /ha
Energiemais	0,2	6 400	11 000
Zuckerrüben	0,25	7 000	12 600

- Stellen Sie die notwendigen Ungleichungen und die Zielfunktion für eine lineare Optimierung auf.

c) Mögliche Werte für x und y werden durch folgende 6 Ungleichungen beschrieben:

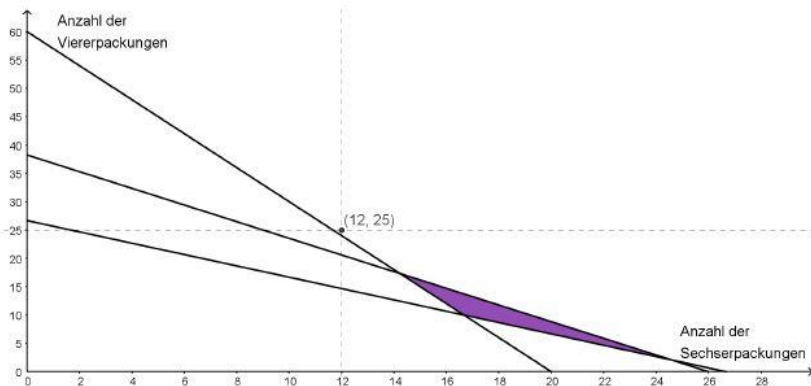
- (1) $x \geq 10$
- (2) $x \leq 62$
- (3) $y \geq 8$
- (4) $y \leq 60$
- (5) $y \geq -0,75 \cdot x + 70$
- (6) $y \geq -0,52 \cdot x + 62$

– Zeichnen Sie diejenige Fläche, die durch diese Ungleichungen bestimmt ist.

1) Lösung

- c) x ... Anzahl der Viererpackungen
 y ... Anzahl der Sechserpackungen

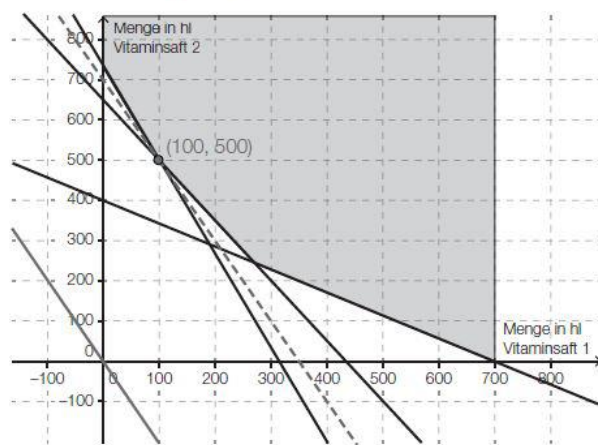
$$2,5x + 1,7y \leq 65 \quad 3x + y \geq 60 \quad 3x + 3y \geq 80 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$



Der Punkt (12|25) liegt nicht im Lösungsbereich. Daher ist es nicht möglich, 12 Sechserpackungen und 25 Viererpackungen zu kaufen.

2) Lösung

- b) $K(x, y) = 300x + 150y$... Zielfunktion



100 hl Vitaminsaft 1 gemischt mit 500 hl Vitaminsaft 2 sind am günstigsten.

$$K_{\min} = 300 \cdot 100 + 150 \cdot 500$$

Die minimalen Kosten betragen € 105.000.

3) Lösung

- a) Zielfunktion: $Z(x, y) = 0,2 \cdot 6\,400 \cdot x + 0,25 \cdot 7\,000 \cdot y = 1\,280 \cdot x + 1\,750 \cdot y$

Ungleichungen:

$$x \geq 5$$

$$y \geq 10$$

$$x + y \leq 40$$

$$11\,000 \cdot x + 12\,600 \cdot y \geq 480\,000$$

