Sektkellerei (2)

Aufgabennummer: B_189

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Eine Sektkellerei erzeugt und vertreibt Sekt unterschiedlicher Marken.

x … Anzahl der produzierten oder verkauften Flaschen pro Tag
$K(x)$ … Gesamtkosten bei x Flaschen pro Tag in Euro (€)

a) Man ermittelt die gesamt anfallenden Produktionskosten in Abhängigkeit von den pro Tag abgefüllten Flaschen der Marke *Dom*.

x	0	200	400	600
$K(x)$	10 000	14 800	18 000	21 600

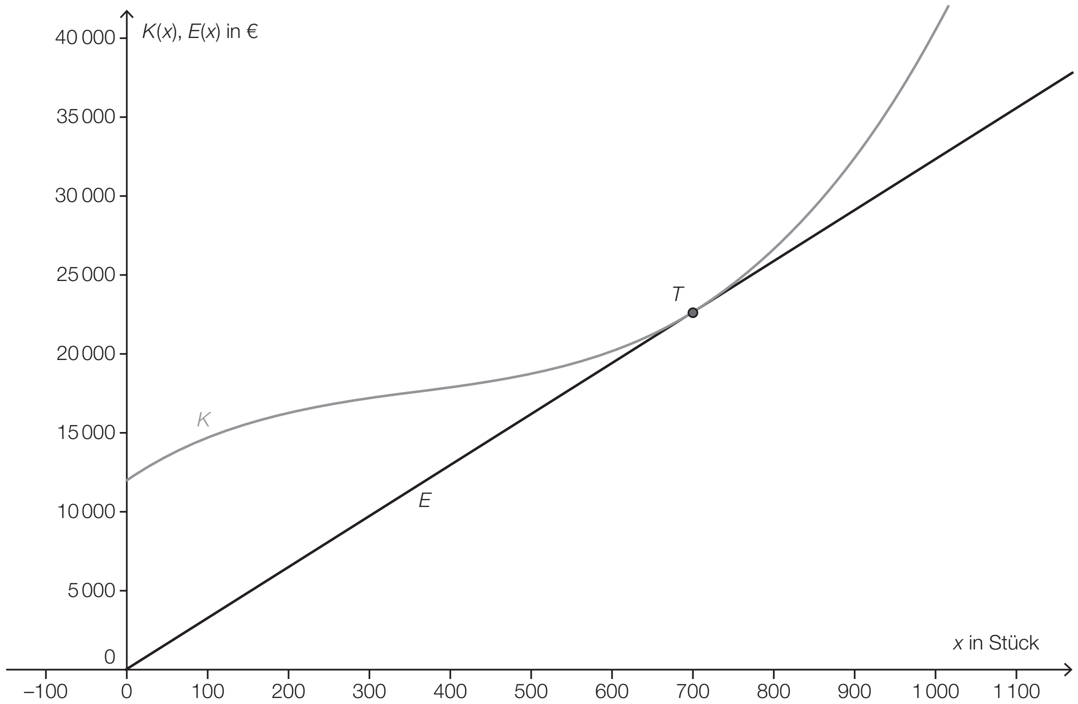
– Erstellen Sie für diese Gesamtkosten eine passende Polynomfunktion 3. Grades.
– Zeichnen Sie den Graphen dieser Kostenfunktion im Intervall [0; 600].
– Dokumentieren Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung die Kostenkehre berechnen kann.

b) Die Kellerei verkauft täglich die Tagesproduktion der Sektmarke *Gold* zu € 40 pro Flasche. Die Kostenfunktion für diese Marke lautet:

$$K(x) = 7 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 - 0{,}07 \cdot x^2 + 30 \cdot x + 12\,000$$

– Berechnen Sie, wie viele Flaschen mindestens und wie viele höchstens pro Tag verkauft werden sollen, damit die Kellerei einen Gewinn macht.

c) Interpretieren Sie in der nachstehenden Grafik die Tangente an die Kostenfunktion *K* als lineare Erlösfunktion *E*.



– Lesen Sie den Anstieg der Tangente und die Koordinaten des Berührpunktes *T* ab.
– Interpretieren Sie die Aussage der Koordinaten von *T* und des abgelesenen Tangentenanstiegs im Sachzusammenhang.
– Argumentieren Sie, welche Informationen diese Grafik über den möglichen Gewinn enthält.

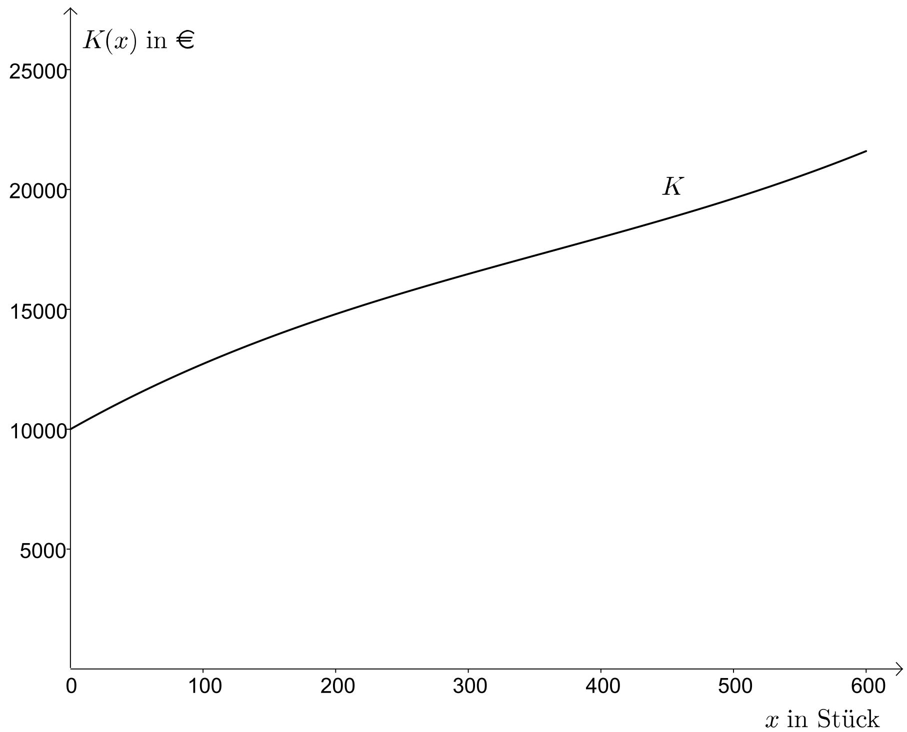
Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Ansatz als Gleichungssystem:
$K(0) = 10\,000$; $K(200) = 14\,800$; $K(400) = 18\,000$; $K(600) = 21\,600$

Lösung mittels Technologieeinsatz ergibt:
$K(x) = \frac{1}{24\,000} \cdot x^3 + \frac{9}{200} \cdot x^2 + \frac{94}{3} \cdot x + 10\,000$

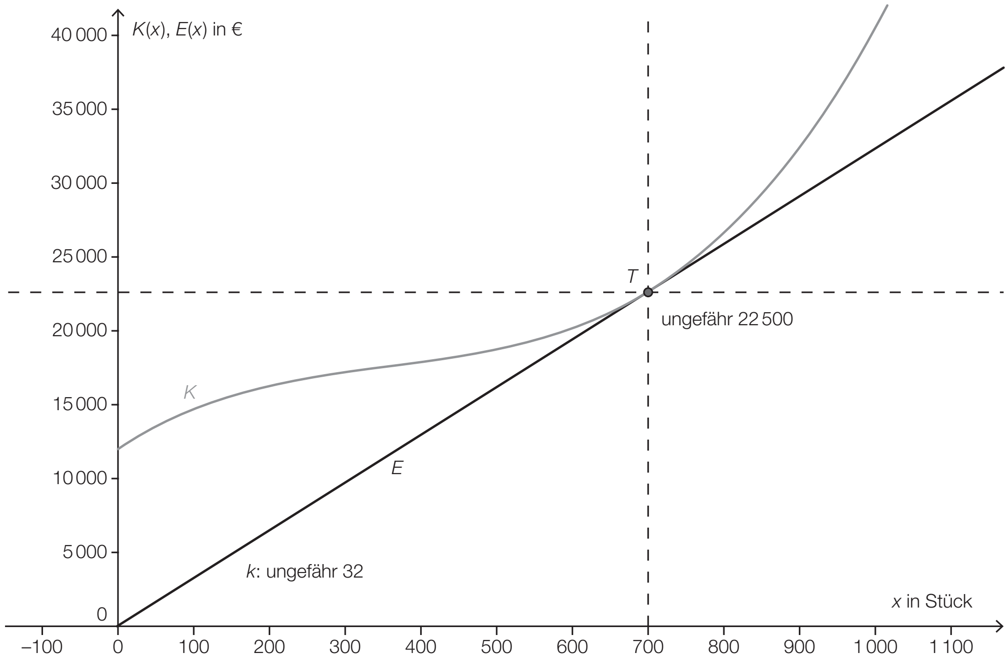


Man berechnet die Kostenkehre, indem man die 2. Ableitung der Kostenfunktion gleich null setzt und die Gleichung nach x auflöst.

b) $p = 40$
$G(x) = 40 \cdot x - (7 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 - 0{,}07 \cdot x^2 + 30 \cdot x + 12\,000)$
$G(x) = 0$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 \approx 440{,}35$; $x_2 \approx 963{,}64$
Die Gewinnzone für diesen Sekt liegt zwischen mindestens 441 und höchstens 963 verkauften Flaschen pro Tag.

c) Genau ablesen lässt sich die x-Koordinate von T: 700 Flaschen, die Kosten lassen sich nur ungefähr bestimmen (≈ 22 500). Der Anstieg beträgt ungefähr 32.



Der Tangentenanstieg der Erlösfunktion ergibt den Verkaufspreis pro Flasche,
die Koordinaten von T ergeben das Betriebsoptimum x_0 = 700 Flaschen und den Erlös bzw. die Gesamtkosten am Betriebsoptimum von ca. € 22.500.

Aussage: Wenn eine Flasche zu ungefähr € 32 verkauft wird, dann müsste man genau 700 Flaschen verkaufen und nimmt ca. € 22.500 ein. Die Kosten sind bei dieser Verkaufsmenge gleich hoch wie der Erlös, das bedeutet, dass der Betrieb kostendeckend arbeitet. Es wird kein Gewinn erwirtschaftet.
Eine angemessene Ungenauigkeit beim Ablesen der Werte wird toleriert.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) 4 Analysis
b) –
c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren, A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) leicht
c) schwer

Punkteanzahl:

a) 4
b) 2
c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: –