**Описание данных**

Количество подиумов у команды Ferrari за 50 лет в период с 1972 по 2021 год. (<https://www.f1-world.ru/teams/tmsinfo.php3?id=2195002028&ysclid=lauxg81aom568377913>)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1972 | 6 | 1997 | 13 |
| 1973 | 0 | 1998 | 19 |
| 1974 | 12 | 1999 | 17 |
| 1975 | 11 | 2000 | 21 |
| 1976 | 13 | 2001 | 24 |
| 1977 | 16 | 2002 | 27 |
| 1978 | 9 | 2003 | 16 |
| 1979 | 13 | 2004 | 29 |
| 1980 | 0 | 2005 | 9 |
| 1981 | 3 | 2006 | 19 |
| 1982 | 11 | 2007 | 22 |
| 1983 | 12 | 2008 | 19 |
| 1984 | 8 | 2009 | 6 |
| 1985 | 10 | 2010 | 15 |
| 1986 | 5 | 2011 | 10 |
| 1987 | 6 | 2012 | 15 |
| 1988 | 8 | 2013 | 10 |
| 1989 | 9 | 2014 | 2 |
| 1990 | 14 | 2015 | 16 |
| 1991 | 8 | 2016 | 11 |
| 1992 | 2 | 2017 | 20 |
| 1993 | 3 | 2018 | 24 |
| 1994 | 11 | 2019 | 19 |
| 1995 | 11 | 2020 | 3 |
| 1996 | 9 | 2021 | 5 |

**Порядковая статистика**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 | 6 |
| 6 | 6 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 |
| 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 12 | 12 | 13 |
| 13 | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 17 | 19 |
| 19 | 19 | 19 | 20 | 21 | 22 | 24 | 24 | 27 | 29 |

**Вариационный ряд**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| *ni* | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | 3 | 5 | 2 | 3 |
| i | 0.04 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.06 | 0.06 | 0.08 | 0.06 | 0.1 | 0.04 | 0.06 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 14 | 15 | 16 | 17 | 19 | 20 | 21 | 22 | 24 | 27 | 29 |
| *ni* | 1 | 2 | 3 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| i | 0.02 | 0.04 | 0.06 | 0.02 | 0.08 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.04 | 0.02 | 0.02 |

**Характеристики вариационного ряда**

**Мода** – вариация с самой большой частотой.

М = 11, вариация xi = 11 встречается 5 раз

**Медиана -** наблюдение, стоящее в середине порядковой выборки. Поскольку объём выборки чётное число (n = 50), то медиану посчитаем по следующей формуле:

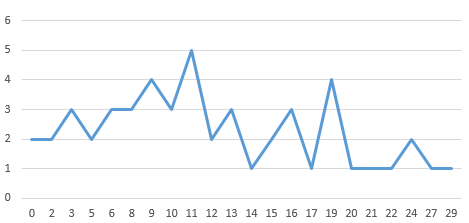
=

**Выборочное среднее** – среднее арифметическое значений выборки.

**Выборочная дисперсия** – мера разброса значений выборки относительно её среднего.

**Выборочное среднеквадратичное отклонение** – квадратный корень из значения выборочной дисперсии.

**Полигон выборочного распределения**



Выборочная функция распределения вариационного ряда

**Доверительные интервалы**

= 0.95, = 0.9

**Для математического ожидания a, считая известным.**

Округляем до целого:

при = 0.95:

при = 0, 9:

**Для математического ожидания a, считая неизвестным.**

при = 0.95:

при = 0.9:

**Для дисперсии и среднеквадратического отклонения σ, считая a известным.**

a = [] = 12

при = 0.95:

Используя таблицу распределения :

при = 0.9:

Используя таблицу распределения :

**Для дисперсии и среднеквадратического отклонения , считая a неизвестным.**

при = 0.95:

Используя таблицу распределения :

при = 0.9:

**Интервальный вариационный ряд**

Возьмем за левую границу 0, а за правую 30. Длина интервала h = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Ii* | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| *ni* | 8 | 13 | 13 | 10 | 4 | 2 |
| i | 0.16 | 0.26 | 0.26 | 0.2 | 0.08 | 0.04 |

**Гистограмма выборки**

**Числовые характеристики интервального ряда**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 2.5 | 7.5 | 12.5 | 17.5 | 22.5 | 27.5 |
| *ni* | 8 | 13 | 13 | 10 | 4 | 2 |
| i | 0.16 | 0.26 | 0.26 | 0.2 | 0.08 | 0.04 |

=

**Выборочная функция распределения вариационного интервального ряда**

**Выборочный коэффициент асимметрии**

Выборочный коэффициент асимметрии показывает сдвиг пика гистограммы выборки по оси абсцисс относительно стандартного нормального распределения.

Выборочный коэффициент асимметрии данной выборки больше нуля, поэтому ее значения смещены влево.

**Выборочный коэффициент эксцесса**

Выборочный коэффициент эксцесса показывает сжатость гистограммы выборки относительно нормального распределения:

Выборочный коэффициент эксцесса данной выборки меньше нуля, поэтому график распределения более растянутый, чем график нормального распределения.

**Выравнивание частот по нормальному закону**

Предположим, что данные взяты из выборки с нормальным распределением и рассчитаем какими должны быть частоты.

Выпишем значения функции Лапласа для каждой границы интервала по формуле .

= 0.111

= 0.2352

= 0.2915

= 0.2113

= 0.0895

= 0.0221

Вычислим предполагаемую частоту *mi* для каждого интервала по формуле *mi* = in

*m*1 = 50 = 5.55; *m*2 = 50 = 11.76; *m*3 = 50 = 14.575

*m*4 = 50 = 10.565; *m*5 = 50 = 4.475; *m*6 = 50 = 1.105

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Ii* | *ni* | *mi* |  |
| 0-5 | 8 | 5.55 | 1.08 |
| 5-10 | 13 | 11.76 | 0.13 |
| 10-15 | 13 | 14.575 | 0.17 |
| 15-20 | 10 | 10.565 | 0.03 |
| 20-25 | 4 | 4.475 | 0.05 |
| 25-30 | 2 | 1.105 | 0.72 |
| ∑ | 50 | 48.03 | 2.18 |

= = 2.18

= , *df =* 6 -2 – 1 = 3

*1)P(*

*2)* Сравним c при условии α = 0, 05 и количеству степеней свободы = 3.

По таблице критических значений распределения : = 7.815.

больше, чем , следовательно можно принять гипотезу о том, что выборка может принадлежать генеральной совокупности с нормальным законом распределения.

**Выравнивание частот по равномерному закону**

1. Метод Пирсона

Параметр входит в предпоследний интервал, поэтому объединим 5 и 6 интервалы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Ii* | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-30 |
| *ni* | 8 | 13 | 13 | 10 | 6 |
| *i* | 0.16 | 0.26 | 0.26 | 0.2 | 0.12 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 2.5 | 7.5 | 12.5 | 17.5 | 25 |
| *ni* | 8 | 13 | 13 | 10 | 6 |
| *i* | 0.16 | 0.26 | 0.26 | 0.2 | 0.12 |

.1

=

= 0.042517

Интервалы на новых интервалах:

*m*1 = 50 = 9.9; *m*2 = 50 = 10.63; *m*3 = 50 = 10.63

*m*4 = 50 = 10.63; *m*5 = 50 = 8.21

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Ii* | *ni* | *mi* |  |
| 0-5 | 8 | 9.9 | 0.364 |
| 5-10 | 13 | 10.63 | 0.528 |
| 10-15 | 13 | 10.63 | 0.528 |
| 15-20 | 10 | 10.63 | 0.037 |
| 20-30 | 6 | 8.21 | 0.595 |
| ∑ | 50 | 50 | 2.052 |

= = 2.052

2) Метод максимального правдоподобия

– минимальное число в выборке: = 0

– максимальное число в выборке: = 29

= 0.03448276

*m*1-4 = 50 = 8.62

*m*5 = 50 = 15.5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Ii* | *ni* | *mi* |  |
| 0-5 | 8 | 8.62 | 0.0446 |
| 5-10 | 13 | 8.62 | 2.2256 |
| 10-15 | 13 | 8.62 | 2.2256 |
| 15-20 | 10 | 8.62 | 0.2209 |
| 20-30 | 6 | 15.5 | 5.8226 |
| ∑ | 50 | 49.98 | 10.5393 |

= = 10.5393

3) Метод несмещенной оценки с минимальной дисперсией

Пусть:

y – минимальное число в выборке: y = 0

z – максимальное число в выборке: z = 29

Тогда:

= =

= = 29.592

= 0.0331301

*m*1-4 = 50 = 8.28255

*m*5 = 50 = 15.89

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Ii* | *ni* | *mi* |  |
| 0-5 | 8 | 8.28255 | 0.0096 |
| 5-10 | 13 | 8.28255 | 2.6869 |
| 10-15 | 13 | 8.28255 | 2.6869 |
| 15-20 | 10 | 8.28255 | 0.3561 |
| 20-30 | 6 | 15.89 | 6.1556 |
| ∑ | 50 | 49.98 | 11.8951 |

= = 11.8951

**Сравнение результатов**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод Пирсона | Метод ММП | Метод несмещенной оценке с минимальной дисперсией |
|  | 0.34 | 0 |  |
|  |  | 29 | 29.592 |
|  | 0.042517 | 0.03448276 | 0.0331301 |
|  | 2.052 | 10.5393 | 11.8951 |

=, *df* = 5- 2 -1 = 2

1. Пирсон:

*P(*

ММП:

*P(*

Мин. дисперсия:

Поскольку для степени свободы 2, нет значения выше 10.597, то можем сделать вывод о существенном различии между частотами распределения.

1. Пирсон:

. Табличное значение больше полученного нами, поэтому можно принять гипотезу о том, что выборка может принадлежать генеральной совокупности с равномерным законом распределения.

ММП:

. Табличное значение меньше полученного нами, поэтому нельзя принять гипотезу о том, что выборка может принадлежать генеральной совокупности с равномерным законом распределения.

Мин. дисперсия:

. Табличное значение меньше полученного нами, поэтому нельзя принять гипотезу о том, что выборка может принадлежать генеральной совокупности с равномерным законом распределения.

**Критерий согласованности Колмогорова**

Критерий согласованности Колмогорова для нормального распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0-5 | 0.16 | 0.111 | 0.16 | 0.111 | 0.049 |
| 5-10 | 0.26 | 0.2352 | 0.42 | 0.3462 | 0.0738 |
| 10-15 | 0.26 | 0.2915 | 0.68 | 0.6377 | 0.0423 |
| 15-20 | 0.2 | 0.2113 | 0.88 | 0.849 | 0.031 |
| 20-25 | 0.08 | 0.0895 | 0.96 | 0.9385 | 0.0215 |
| 25-30 | 0.04 | 0.0221 | 1 | 0.9606 | 0.0394 |

Критерий согласованности Колмогорова для равномерного распределения по методу Пирсона:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0-5 | 0.16 |  | 0.16 | 0.19812922 | 0.03812922 |
| 5-10 | 0.26 |  | 0.42 | 0.41071422 | 0.00928578 |
| 10-15 | 0.26 |  | 0.68 | 0.62329922 | 0.05670078 |
| 15-20 | 0.2 |  | 0.88 | 0.83588422 | 0.04411578 |
| 20-30 | 0.12 |  | 1 | 0.99999984 | 0.00000016 |

**Вывод**

Опираясь на проделанные ранее вычисления, мы можем сделать следующие выводы.

Среднее количество подиумов у команды Ferrari за 50 лет в период с 1972 по 2021 год = 12.

По полученной гистограмме можно предположить, что выборка принадлежит к генеральной совокупности с нормальным распределением. Однако, после проведенных расчетов, подтверждается гипотеза о принадлежности нашей выборки к генеральной совокупности с равномерным распределением. Это видно из критерия согласованности Колмогорова и статистики , минимальное значение которой получается при выравнивании частот по равномерному закону по методу Пирсона.