

波动率衍生品：方差掉期互换合约

主要观点

- **反复查掉期互换。** 方差掉期互换是一种以波动率水平为标的的场外金融衍生合约。方差互换提供给投资者一个直接持有金融资产（如股票指数）未来波动率头寸的方式。
- **波动率本金和方差本金。** 和普通的互换合约不同，方差掉期互换合约的本金有两种表示形式：波动率本金和方差本金，使用波动率本金能更好的估算方差掉期呼唤合约的损益情况。
- **方差互换合约的凹性。** 交易方差互换合约的多空双方的损益情况并不是线性的。一般的来说，方差掉期互换合约的多头在交易中受到更多的保护。
- **方差的可加性。** 在计算方差掉期互换合约的损益时，标的指数的波动率采用的是品均平方根波动率，这种波动率计算的好处是得到的方差具有可加性。
- **方差互换合约的估值。** 得益于平均平方根法方差的可加性，我们可以很容易的对一个未到期的方差互换合约进行估值，这样就为投资者提前平仓未到期的方差掉期互换合约的损益计算提供了理论基础。

报告日期 2014-09-30

研究所

刘硕
金融工程分析师
从业资格号: F0288346
010-59113601
Liushuo2@essence.com.cn

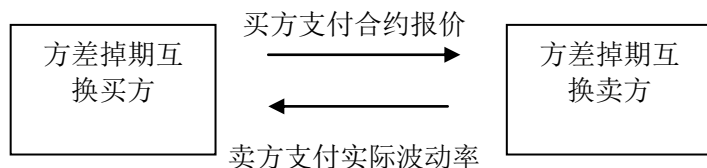
目 录

一、方差掉期互换 (Variance Swap)	3
二、波动率本金和方差本金	4
三、方差掉期互换合约的凹性 (convexity)	4
四、方差的相加性	6
五、方差互换合约的市值估算	7

用户674419994于2024-04-10日下载，仅供本人内部使用，不可传播与转载

一、方差掉期互换（Variance Swap）

方差掉期互换提供给投资者一个直接持有金融资产（如股票指数）未来波动率头寸的方式。方差掉期互换本质上是一个场外互换协议，交易双方通过协商，约定对未来某一特时间内的某指定资产的波动率水平进行交易。



通常的，方差掉期互换合约的报价是以相对应的波动率来报价，具体报价形式是波动率乘以100。例如，某方差掉期互换报价为20则表示其对应的波动率价格是20%。交易双方在交易时需要确定互换合约的名义本金量，交易的波动率价格以及互换合约到期时间。虽然方差掉期互换合约是以波动率来报价，但是互换合约交易日的现金流却是以方差水平（波动率的平方）来结算。当方差掉期合约到期后，若合约规定期间标的指数的方差水平比合约中约定的方差水平高，则方差掉期的买入方赢利，方差掉期的卖出方亏损，方差掉期卖出方将要付给方差掉期买入方合约本金乘以方差水平差额的现金。方差掉期合约的损益计算如下：

方差掉期互换的买方的损益值为：

$$Pnl = N \times (K^2 - \sigma^2)$$

其中，N是合约中规定的本金，K是合约中约定的波动率水平，sigma是约定时期内标的资产的实际波动率。在这里，标的资产的波动率计算采用平均平方根法（详情请参见 金融资产的碰见度量：波动率）。

例如，假设两金融机构交易了一份方差掉期互换合约，他们约定针对3个月后的标准普尔500指数的波动率，协定波动率水平为18，合约名义本金为10000。假设合约到期时，3个月标准普尔500指数的实际波动率为20，则合约买入方将获利，合约卖出方应当付给合约买入方 $10000 \times (20^2 - 18^2) = 760000$ 。

因此，方差掉期互换合约的损益值相对于波动率的变化来说是非线性的（事实上他是凹性的），合约的损益值相对于方差的变化才是线性的。

二、波动率本金和方差本金

方差掉期互换合约的本金有两种表示方式：波动率本金(vega notional)和方差本金(variance notional)。在交易双方签订合同的时候，本金的数额是以方差本金来记录的，因为严格意义上来讲，方差本金才是用来计算最后互换合约到期时交易双方应该交换现金流的本金额。但是，我们上面也提到过，方差掉期互换协议通常以波动率的形式来报价，投资者也更习惯于观测波动率而不是方差。因此，为了更直观的估计方差掉期互换合约的损益值，人们又引入了波动率本金的概念。波动率本金表示的是当波动率变化1%（1个点）的时候方差互换掉期合约的损益值。在实际交易中，波动率本金等于方差本金乘以两倍的方差互换合约的执行价格。

假设现在有一个以沪深300指数为标的，合约期限为一年，报价为20，波动率本金为100000的方差掉期互换合约。

若1年后沪深300的实际波动率为25，那么，合约的多头方（空头方）将获得（支付）：

$$100000 * (25 * 25 - 20 * 20) / (2 * 20) = 562500。$$

若1年后沪深300的实际波动率为15，那么，合约的多头方（空头方）将支付（获得）：

$$100000 * (20 * 20 - 15 * 15) / (2 * 20) = 437500。$$

在实际交易中，人们通常用vega来表示方差掉期互换的损益情况。在上面的例子中，如果沪深300的实际波动率收于25，我们则说互换合约的多头方赚取了5.625vega的收益（5.625乘以波动率本金）。如果沪深300的实际波动率收于15，我们则说互换合约的空头方赚取了4.375vega的收益（4.375乘以波动率本金）。

三、方差掉期互换合约的凹性（convexity）

从上面的例子中，我们可以看出一个很明显的现象：实际波动率收于25与15时，虽然同样的，波动率相对于方差掉期互换合约的报价变动了5个点，可合约的收益却不尽相同。也就是说，方差掉期互换合约的损益基于波动率的变化并不是线性的（合约的损益值基于方差的变化才是线性的），事实上，方差掉期合约的长头寸相较于方差掉期合约的短头寸，在同样波动率变化的水平下，总能获得更多的利润，这一现象就是方差掉期互换合约的凹性。

一般的，方差掉期互换合约的报价都会高于市场即时实际波动率水平，合约的凹性可以很好的解释这一差价。由于方差掉期互换合约的损益值相对于波动率的变化成凹性变化，方差掉期互换合约的收益总是比一个损益值相交于波动率线性变化的产品要高。当波动率的变化比较小时，方差掉期互换合约的损益值相比波动率线性产品的损益值差别不大。但当波动率变化比较大的时候，方差掉期互换合约的损益值与波动率线性产品的损益值差别就变的比较明显了。所以，方差掉期互换合约的报价还与波动率本身的变化率有关(波动率的波动率)：由于方差掉期互换合约的凹性，当波动率变化较大的时期，合约的报价通常比即时波动率水平高很多，而当波动率变化较小的时期，方差掉期互换合约的报价则相对的比较接近即时波动率水平。

方差掉期互换合约和期权有一些有趣的相似之处，合约的多头持有者的理论最大损失都是有限的，而合约的空头持有者的理论最大损失是无限的。在期权合约的情况中，期权的多头方的最大损失是购买期权时所付出的权益金，类似的，方差掉期互换合约的多头持有者的最大理论损失是当合约期限期间实现波动率为零的情况。但是，在这种极端情况下，由于方差掉期互换合约的凹性，**合约多头的最大损失通常仅仅为合约报价一半的vega损失**。而方差掉期互换的空头持有者的理论损失值则是无穷大。为了避免这种不平衡的情况，通常的都会给方差掉期互换合约的报价限定一个波动率上限(cap)。这个限定水平通常是合约报价波动率水平的2.5。于是，在这种情况下，方差掉期互换空头的最大损失为2.625倍的vega本金。

例如，我们假设一个合约期限一年，定价为20，波动率上限为2.5倍报价，vega本金为100000元的方差掉期互换。

对于持有此合约的多头方，其理论最大损失情况是，在这一年内股指没有丝毫的波动，实际波动率为0，那么，合约多头方在合约到期时的损失应该为：

$$100000 * (0 - 20 * 20) / (2 * 20) = 1000000 = 10 * 100000$$

大约是10个vega的损失，也约等于合约报价的一半（合约报价为20）。

对于持有此合约的空头方，其理论最大损失情况是，在一年末股票指数的波动率大幅拉升，假设一年后波动率水平提升至60，由于合约中规定了波动率变化的上限为2.5倍合约的报价，也就是 $2.5 * 20 = 50$ 。因此，合约空头方在合约到期时的损失应为：

$$100000 * (50 * 50 - 20 * 20) / (2 * 20) = 262500 = 2.625 * 100000$$

四、方差的相加性

方差掉期互换中的方差计算是基于的平均平方根法,在这种计算方法中,方差掉期互换合约的标的资产的日平均收益率被认为是零。真是由于这个重要的性质,方差掉期互换合约的每日损益计算将非常的容易,下面我们通过一个简单的例子才理解方差掉期互换合约每日的损益是如何构成的。

假设有一个以沪深300指数为标的的,为期一个月,报价为15的方差掉期互换合约。合约的期限为2014年8月1日至2014年9月1日。合约的vega本金为100000元。合约的有效期限为22个交易日。

下面是此合约的空头持有者在这22个交易日合约的具体损益情况。

日期	股指水平	股指日收益	每日波动率	每日损益值	累积波动率	累积损益值
2014-07-31	2350.251					
2014-08-01	2329.402	-0.9%	14.1	3,775.36	14.1	3,775.36
2014-08-04	2375.620	2.0%	31.2	-113,290.78	24.2	-109,515.42
2014-08-05	2369.353	-0.3%	4.2	31,426.70	19.9	-78,088.72
2014-08-06	2363.221	-0.3%	4.1	31,526.86	17.4	-46,561.86
2014-08-07	2327.457	-1.5%	24.2	-54,697.11	18.9	-101,258.97
2014-08-08	2331.134	0.2%	2.5	33,139.44	17.3	-68,119.53
2014-08-11	2365.349	1.5%	23.1	-46,971.51	18.3	-115,091.04
2014-08-12	2357.052	-0.4%	5.6	29,376.43	17.2	-85,714.61
2014-08-13	2358.901	0.1%	1.2	33,856.13	16.2	-51,858.48
2014-08-14	2335.945	-1.0%	15.5	-2,424.25	16.2	-54,282.73
2014-08-15	2360.635	1.1%	16.7	-8,117.92	16.2	-62,400.66
2014-08-18	2374.562	0.6%	9.3	20,879.23	15.7	-41,521.43
2014-08-19	2374.768	0.0%	0.1	34,088.04	15.1	-7,433.39
2014-08-20	2366.140	-0.4%	5.8	29,032.49	14.7	21,599.10
2014-08-21	2354.244	-0.5%	8.0	24,391.04	14.3	45,990.14
2014-08-22	2365.364	0.5%	7.5	25,612.47	14.0	71,602.61
2014-08-25	2342.863	-1.0%	15.2	-791.95	14.1	70,810.66
2014-08-26	2324.092	-0.8%	12.8	9,383.41	14.0	80,194.07
2014-08-27	2327.595	0.2%	2.4	33,224.79	13.6	113,418.86
2014-08-28	2311.278	-0.7%	11.2	15,194.65	13.5	128,613.51
2014-08-29	2338.287	1.2%	18.4	-17,446.04	13.8	111,167.47
2014-09-01	2355.317	0.7%	11.5	13,984.39	13.7	125,151.86
						125,151.86

从上面的表格我们可以注意到,大多数时候,股票指数的波动率水平低于合约的报价,一旦日波动高于合约报价,由于方差掉期互换合约的凹性,合约空头的损失就非常明显。

五、方差互换合约的市值估算

通过上面的例子我们了解到一个方差互换合约每天损益值的变化情况。如果方差互换掉期合约的持有者打算在合约到期之前就将其在市场上提前平仓，那么，此时合约将如何经行市场估值（mark to market）呢？由于方差互换掉期合约的价格在交易者打算平仓之前已经确定，那合约原本的初始有效时间到投资者打算将其平仓这一段时间的市场波动率是如何影响此时合约的报价呢。

解决这一切问题的关键点在于：方差的相加性。在任意一长时间段期间，总体的方差水平等于各个小时时间段方差水平的加权平均数。因此，假设方差掉期互换合约原来的报价是准确有效的，那么，我们只需要计算合约初期到合约平仓期间的标的指数的波动率水平，就能反向的推导出从合约平仓时知道合约到期时隐含方差的合理水平。

假设某一投资者购买了一个一年期沪深300指数方差互换掉期合约在2013年1月1日报价为20，vega本金为100000元（2500元的方差本金）。3个月后，沪深300指数在这3个月的实现波动率为15%，此时，市场上为期为9个月的方差掉期互换合约的报价为25。那么，此时若此投资者欲将手中的方差掉期互换合约卖出，合约该如何定价呢。

根据当时的市场情况以及方差的相加性，我们可以算出合约到期时的损益值：

合约到期时的股指隐含方差为： $1/4 \times 15 \times 15 + 3/4 \times 25 \times 25 = 525$ （近似波动率为22.9）

则根据当时市场的情况，此合约在到期之时，因产生 $2500 \times (22.9 \times 22.9 - 20 \times 20) = 312500$ 元的收益。

假设当时的9个月的无风险利率为4%，那么，此合约的现值为：

$$31250 \times (1 / (1 + 3/4 \times 0.04)) = 303400 \text{ 元}$$

因此，若投资者选择在3个月后就提前平仓，将获得303400元的收益。

更一般的，我们可以归纳出方差掉期互换合约的市场估值计算方法：

假设 $K_{s,t}$ 表示期限为t的方差掉期互换合约在s时刻的报价，

假设 $\sigma_{s,t}$ 表示股票指数在s和t时间点指点的波动率，

那么，到期期限为T的方差互换掉期合约在时刻t的市场估值为：

$$\text{合约的损益值} = \left[\frac{t}{T} (\sigma_{0,t}^2 - K_{0,T}^2) + \frac{T-t}{T} (K_{t,T}^2 - K_{0,T}^2) \right] \times \text{方差本金}$$

我们重新看上面的例子，套用此公式，便能很快的计算出合约的损益

$$\text{PnL} = \left[\frac{3}{12} (15^2 - 20^2) + \frac{12-3}{12} (25^2 - 20^2) \right] \times 2500 = 312500$$

通过上面的介绍，我们对方差互换掉期合约有了大体的了解。在以后的专题报告中会深度的介绍此类方差互换合约的使用，套利包括用期权对此类合约的动态复制。

用户674419994于2024-04-10日下载，仅供本人内部使用，不可传播与转售

分析师简介

刘硕，安信期货研究所金融工程分析师，清华大学工学硕士，浙江大学工学学士，主要负责金融商品期货期权、量化策略研究，在商品和金融期权、波动率相关衍生品方面有较为丰富的经验。

安信期货研究所简介

随着中国期货业务创新与金融工具创新的快速推进，产业客户与机构投资者面临着前所未有的发展机遇。变是唯一不变的真理，安信期货研究所倡导高效、朴实的研究风格，充分借助安信证券的研究优势，致力打造一支以博士、硕士为主体的高水平研究团队，分析师大都毕业于国内外一流著名学府，拥有丰富的投资、研究经验，力争第一时间为机构客户、产业客户提供研究分析、交易咨询、风险管理顾问服务。

免责声明

本研究报告由安信期货有限责任公司撰写，研究报告中所提供的信息仅供参考。报告根据国际和行业通行的准则，以合法渠道获得这些信息，尽可能保证可靠、准确和完整，但并不保证报告所述信息的准确性和完整性。本报告不能作为投资研究决策的依据，不能作为道义的、责任的和法律的依据或者凭证，无论是否已经明示或者暗示。安信期货有限责任公司将随时补充、更正和修订有关信息，但不保证及时发布。对于本报告所提供信息所导致的任何直接的或者间接的投资盈亏后果不承担任何责任。

本报告版权仅为安信期货有限责任公司所有，未经书面许可，任何机构和个人不得以任何形式翻版、复制和发布。如引用发布，需注明出处为安信期货有限责任公司，且不得对本报告进行有悖原意的引用、删节和修改。安信期货有限责任公司对于本免责声明条款具有修改权和最终解释权。