補題 1. a (= ASCII 文字の数) は正定数とする．$\frac{n!}{((n/a)!)^a}$ は任意の多項式 $p(n)$ に支配されない.

Proof. n は a の倍数で $n \geq 2a$ とする．$\frac{n!}{((n/a)!)^a}$ は分母分子ともにかけている項は n 項あるので n/a ずつ分けると,

$$\frac{n!}{((n/a)!)^a} = \frac{n \cdot (n-1) \ldots (n - \frac{n}{a} + 1)}{(n/a)!} \cdot \frac{(n - \frac{n}{a}) \ldots (n - \frac{2n}{a} + 1)}{(n/a)!} \cdots \underbrace{\frac{\frac{2n}{a} \ldots (\frac{n}{a} + 1)}{(n/a)!}}_{=A} \cdot \frac{(n/a)!}{(n/a)!}$$

となり, 後から 2 番目の部分は,

$$A = \frac{\frac{2n}{a} \ldots (\frac{n}{a} + 1)}{(n/a)!} = \frac{2n/a}{n/a} \cdot \frac{2n/a - 1}{n/a - 1} \cdots \frac{n/a + 1}{1} > 2 \cdot 2 \ldots 2 = 2^{n/a}$$

と $2^{n/a}$ より大きくなる．最初の部分から, 後から 3 番目の部分までも同様．したがって,

$$\frac{n!}{((n/a)!)^a} > \underbrace{2^{n/a} \cdot 2^{n/a} \ldots 2^{n/a}}_{(a-1)\text{ 個}} \cdot 1 = 2^{\frac{n(a-1)}{a}}$$

となる．a は正定数なので, $2^{\frac{n(a-1)}{a}}$ は任意の多項式に支配されない. □