

分类号 TP242.6

学号 07030061

U D C

密级 公 开

## 工学硕士学位论文

# 足球机器人的设计与全向移动平台的控制

硕士生姓名 卢盛才

学 科 专 业 控制科学与工程

研 究 方 向 机器人控制

指 导 教 师 郑志强 教授

国防科学技术大学研究生院

二〇〇九年十一月

# 论文书脊

(此页只是书脊样式，学位论文不需要印刷本页。)

足球机器人的设计与全向移动平台的控制

国防科学技术大学研究生院

# **The design of the MSL Soccer Robot and the control of the Omni-directional Transfer Platform**

**Candidate: Lu Shengcai**

**Advisor: Zheng Zhiqiang**

**A dissertation**

**Submitted in partial fulfillment of the requirements**

**for the degree of Master of Engineering**

**in Control Science and Engineering**

**Graduate School of National University of Defense Technology**

**Changsha, Hunan, P.R.China**

**(November, 2009)**

# 独 创 性 声 明

本人声明所呈交的学位论文是我本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表和撰写过的研究成果，也不包含为获得国防科学技术大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文题目： 足球机器人的设计与全向移动平台的控制

学位论文作者签名： 卢睿才 日期： 2009 年 11 月 25 日

## 学位论文版权使用授权书

本人完全了解国防科学技术大学有关保留、使用学位论文的规定。本人授权国防科学技术大学可以保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅；可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密学位论文在解密后适用本授权书。）

学位论文题目： 足球机器人的设计与全向移动平台的控制

学位论文作者签名： 卢睿才 日期： 2009 年 11 月 25 日

作者指导教师签名： 郑志山 日期： 2009 年 11 月 25 日

## 目 录

摘 要 .....	i
ABSTRACT .....	ii
第一章 绪论 .....	1
1.1 引言 .....	1
1.1.1 课题研究背景和意义 .....	1
1.1.2 课题研究现状 .....	2
1.2 本文研究内容以及论文结构 .....	3
1.2.1 论文创新点 .....	3
1.2.2 论文组织结构 .....	4
第二章 中型组足球机器人全向移动平台设计 .....	5
2.1 新结构全向轮设计 .....	5
2.1.1 全向轮研究现状 .....	5
2.1.2 新结构全向轮的设计 .....	7
2.2 全向移动平台设计 .....	8
2.2.1 全向移动平台原理分析 .....	8
2.2.2 全向移动平台结构设计 .....	11
2.3 小结 .....	13
第三章 中型组足球机器人主动控球系统设计 .....	14
3.1 主动控球机构控球原理分析 .....	14
3.1.1 机构构型和几何约束 .....	14
3.1.2 机构受力分析 .....	15
3.1.3 主动控球机构运动学分析 .....	20
3.2 主动控球机构的结构设计 .....	23
3.2.1 设计目标和参数选择 .....	23
3.2.2 机构工作原理和实际结构 .....	23
3.3 主动控球机构的控制 .....	24
3.4 小结 .....	27
第四章 全向移动平台模型的建立及控制问题的提出 .....	28
4.1 全向移动平台模型的建立 .....	28
4.1.1 全向移动平台的运动学模型 .....	28

4.1.2 全向移动平台的动力学模型 .....	30
4.1.3 全向移动平台的控制模型 .....	33
4.2 应用于足球机器人的全向移动平台典型运动控制问题的提出 .....	37
4.2.1 机器人移动站位 .....	37
4.2.2 机器人追球 .....	38
4.2.3 机器人带球运动到目标射门点 .....	39
4.2.4 机器人截球或者阻截对方机器人 .....	39
4.2.5 机器人和队友远距离传接球配合 .....	40
4.3 小结 .....	41
第五章 全向移动平台基于约束的优化控制 .....	43
5.1 全向移动平台时间最优控制问题的提出 .....	43
5.2 全向移动平台控制模型 .....	44
5.3 约束条件下的最优控制算法 .....	44
5.3.1 最优控制中的梯度方法和 $\min H$ 方法 .....	45
5.3.2 时间最优控制问题的等价转换 .....	47
5.4 时间最优控制问题的等效求解算法 .....	49
5.4.1 算法流程 .....	49
5.4.2 算法示例 .....	50
5.4.3 算法分析 .....	52
5.4.5 算法改进 .....	53
5.4.6 实验结果 .....	54
5.5 足球机器人比赛背景下全向移动平台实际控制问题 .....	58
5.6 小结 .....	59
第六章 结论与展望 .....	60
6.1 结论 .....	60
6.2 展望 .....	61
结 束 语 .....	62
致 谢 .....	63
参考文献表 .....	64
作者在学期间取得的学术成果 .....	66
附录 A 附录 A 题目 .....	67
附录 B 附录 B 题目 .....	68



## 表 目 录

表 2.1 典型全向轮特点对比 .....	6
-----------------------	---



## 图 目 录

图 2.1	典型全向轮外观结构图 .....	6
图 2.2	Hibikinomusashi 队和 Cops 队的全向轮 .....	7
图 2.3	NuBot 队新结构全向轮 .....	8
图 2.4	三, 四轮全向移动平台构型示意图 .....	9
图 2.5	三, 四轮布局全向移动平台速度可达域对比图 .....	9
图 2.6	三, 四轮布局全向移动平台加速度可达域对比图 .....	10
图 2.7	移动平台抗翻倒性能示意图 .....	10
图 2.8	复合式电机输出轴连接方式 .....	12
图 2.9	全向移动平台轴系装配图 .....	12
图 2.10	全向移动平台整体装配底面视图 .....	13
图 3.1	摩擦轮布局三种基本构型 .....	15
图 3.2	主动轮的合成效果 .....	15
图 3.3	(I)(II)(III) 为球基本受力图, 等效到圆心的受力图, 主动轮受力图 .....	16
图 3.4	$f(\mu_3, \theta_2)$ 变化曲线 .....	17
图 3.5	$g(\mu_3, \theta_2)$ 变化曲线 .....	18
图 3.6	球在平面纯滚动时运动关系图 .....	21
图 3.7	球运动约束 .....	22
图 3.8	球运动速度可达空间和全向轮配置角度的关系 .....	23
图 3.9	主动控球机构模型图 .....	23
图 3.10	主动控球机构实物图 .....	24
图 3.11	主动轮电机转矩控制方框图 .....	25
图 3.12	主动轮电机动态响应曲线 .....	25
图 3.13	主动控球机构控制流程图 .....	26
图 3.14	机器人控球前进过程球速变化曲线图 .....	26
图 3.15	机器人控球后退过程球速变化曲线图 .....	27
图 4.1	全向移动平台坐标系定义 .....	28
图 4.2	全向移动平台轮系构型图 .....	29
图 4.3	控制输入域解耦图示 <sup>[21]</sup> .....	35
图 4.4	控制输入简化解耦过程对输入域的影响图示 .....	36
图 4.5	机器人移动站位过程图示 .....	37
图 4.6	机器人追球过程图示 .....	38

图 4.7	机器人带球运动到目标射门点过程图示 .....	39
图 4.8	机器人截球或者阻截对方机器人过程图示 .....	40
图 4.9	机器人和队友远距离传球配合过程图示 .....	41
图 5.1	二维相平面内轨迹变化示意性说明 .....	48
图 5.2	等效求解时间最优控制算法流程图 .....	50
图 5.3	$T$ 和 $J$ 变化关系图 .....	51
图 5.4	$X-t$ , $u-t$ 变化关系图 .....	52
图 5.5	改进后的算法流程图 .....	54
图 5.6	$X-t$ , $u-t$ 变化关系图 .....	55
图 5.7	$J-t$ 变化关系图 .....	55
图 5.8	$X-t$ , $u-t$ 变化关系图 .....	56
图 5.9	$J-t$ 变化关系图 .....	56
图 5.10	$X-t$ , $u-t$ 变化关系图 .....	56
图 5.11	$J-t$ 变化关系图 .....	57
图 5.12	系统输入解耦后 $X-t$ , $u-t$ 变化关系图 .....	57

## 摘 要

本文以 RoboCup 中型组机器人足球赛为应用背景，在 NuBot 第三代中型组足球机器人的技术基础之上，根据机器人足球赛对机器人系统提出的更高要求，重新设计了新一代的足球机器人，并在机器人足球比赛的背景下研究了全向移动平台的运动控制问题。

在足球机器人设计方面，本文做了如下工作：一，设计了一种新的全向轮，其运动平稳性和摩擦力特性优于现有全向轮；二，设计了一种新的轴系结构，能有效减少轮系空程；三，以新全向轮为基础搭建了新的全向移动平台；四，分析并设计了有效的主动控球系统。包括对控球机构的原理分析，指出使主动控球机构有效工作的关键是同时控制主动轮的转速和转矩；五，对主动控球机构提出了一种有效的开环控制方法。

在全向移动平台运动控制方面，本文推导了全向移动平台的模型，包括运动学模型，动力学模型，及基于动力学模型的控制模型。根据实际需要对控制模型进行输入域解耦和通道解耦，将模型进行合理简化。本文还归纳了基于足球机器人比赛背景的几种典型的全向移动平台控制问题，然后将这几种控制问题归纳为输入约束下的时间最优控制问题。由于具有输入约束的时间最优控制难以求出解析解，本问中将问题进行转化，提出了一种可等效求解输入约束下时间最优控制问题的数值算法。

实验结果表明，本文设计的新一代中型组足球机器人各方面性能均满足比赛要求，提出的控制问题符合实际，采用的控制方法有效。

主题词：RoboCup 中型组足球机器人 全向移动平台 全向轮 主动控球系统  
开环控制 时间最优控制

## ABSTRACT

In the thesis, a new soccer robot was designed. The robot was based on the works of the 3rd edition of NuBot soccer robot, and was designed for the application in the middle-size league of RoboCup. The thesis also studies the motion control problem of the omni-directional transfer platform.

On the design of robot, the main works of the thesis were as follows: first, a new style of omni-directional wheel was designed. Compared with the other omni-directional wheels, the new wheel is much smoother and has bigger friction during the movement of the platform. Second, a new structure for connecting the motor axis and wheels was designed, which was able to reduce the space between the wheel and the motor. Third, a new omni-directional transfer platform with the new omni-directional wheel was build. Forth, a valid active ball handing mechanism was designed, the analyze of the principle of the mechanism was also given. It identify that the key point to make the mechanism work is controlling the speed and the torque of the active wheels at a same time. Fifth, an open-loop control method for the active ball handing mechanism was developed.

On the control of omni-directional transfer platform, the thesis give the model of the omni-directional transfer platform, including the model of kinematics and dynamics and the control model which was based on the model of dynamics.

The input of the model was simplified. And the thesis also concluded several typical motion control situation of the omni-directional transfer platform, and was turned to be the time option control problem with input restriction. Because the time option control problem with input restriction could hardly find the algebraic solution, the problem was switch to another form, and could be solved equivalently with another method to find the arithmetical solution of the answer.

It was proved by the experiment that the newly build soccer robot satisfy the need of the competition, and the problem was concluded correctly according to the fact. And the control method was proved works very well.

Key Words: RoboCup Middle-size League Soccer Robot   Omni-directional transfer Platform   Omni-directional Wheel   Active Ball Handing Mechanism   Open-loop Control   Time Optimal Control

## 第一章 绪论

### 1.1 引言

#### 1.1.1 课题研究背景和意义

机器人足球比赛为人工智能，机器视觉，运动控制和规划，通信，多机器人协作等诸多研究提供了一个很好的研究背景。机器人足球赛由加拿大大不列颠哥伦比亚大学教授 Alan Mackworth 在 1992 年的一次国际人工智能会议上提出，为人工智能和智能机器人相关问题的研究提供了一个具有标志性和挑战性的课题<sup>[26]</sup>。从 1997 年起机器人足球世界杯足球赛（Robot World Cup 简称 RoboCup）开始举行，其目标是在 2050 年建立一支机器人足球队，战胜当时的人类世界冠军队。到 2009 年，RoboCup 已成功举行十三届。随着比赛的不断发展，足球机器人系统日趋复杂，机器人智能程度不断提高，参加足球比赛项目的队伍技术水平不断提高，在各方面的研究不断深入。

在机器人足球比赛中，足球机器人需要在动态的环境中完成和人类足球比赛一样的各种技术动作，如运球，射门，避障，传球等。在所有技术动作中，机器人运动，带球，射门是三项最为基础的动作。与之相对应，足球机器人有移动平台系统，控球系统，射门系统予以支撑。

移动平台系统是移动机器人的基础部分，移动平台系统主体为移动平台。移动平台从构型上看，有轮式，履带式，足式，复合式。其中典型轮式移动平台包括双轮差动移动平台，后轮驱动前轮转向式移动平台，以及全向移动平台<sup>[26]</sup>。全向移动平台是指采用了全向轮，能在平面内进行无约束自由运动的平台。在某些应用场合下，如运动空间狭小，需要频繁调整姿态等，全向移动平台和其它形式的移动平台相比有着更为优越的运动性能，因而获得了广泛的研究和运用。

在高度激烈的机器人足球比赛中，机器人在足球场上大部分时间都处在运动状态，为有效完成各种技术动作，机器人需要具备机动灵活移动平台。而全向移动平台特有的全向运动能力很好地满足了这一要求。因此，全向移动平台在足球机器人的研究中获得了广泛的应用，到目前为止，绝大多数 RoboCup 中型组足球机器人采用的都是全向移动平台。

一个性能优异的机器人全向移动平台，一方面，能充分满足足球机器人比赛对平台运动性能的需要。另一方面，全向移动平台作为一种典型的移动平台，可以作为检验，实践各种控制方法的标准对象，因此，对全向移动平台的研究具有理论和工程上两方面的意义。

射门系统指足球机器人上用于完成射门功能的硬件和软件的总和，控球系统则是机器人上用于完成控球功能的硬件和软件的总和。为了完成足球机器人的比赛，机器人除了移动功能外，还要能够射门和控球。性能优异，稳定可靠的射门系统和控球系统也是完成比赛而不可或缺的。现有的射门系统和控球系统的性能与期望的性能还有很大差距。因此，深入研究机器人射门和控球的技术原理，不断研究新的射门机构，控球机构，设计出更为强大的射门系统和控球系统，提升足球机器人比赛的水平，也具有很大意义。

综上所述，对足球机器人各个系统进行深入研究，并不断改进，有很大的研究意义。一方面，能提升机器人足球竞赛水平，以促进 RoboCup 的最终目标的实现。另一方面，设计实现性能优异的基础平台更利于后续开展更加广泛深入的研究，课题具有很大意义。

### 1.1.2 课题研究现状

作为足球机器人系统的重要组成部分之一的全向移动平台，其相关研究在国内外已经开展多年。工业领域的应用主要为全向的工业品传输系统和工厂全向自动引导车。实验室或者将全向移动平台作为一个标准研究对象来进行各种控制算法的研究，或者以其为平台基础，搭建移动机器人系统。RoboCup 的足球比赛，特别是小型组足球机器人比赛和中型组足球机器人比赛。是全向移动平台一个重要的应用领域，目前全向移动平台很多研究成果均来自于这两个组比赛的参赛队伍。

对全向移动平台的研究，集中在以下两个方面：一是平台原理分析和结构设计，二是运动控制方法的研究。两方面的研究均在进行。在平台分析和结构设计方面：对全向移动平台的构成方式已研究的比较清楚。作为全向移动平台主要部件的全向轮，也不断有新结构出现，其性能也不断提升。在奥地利举行的 RoboCup2009 的比赛中，德国的 Cops 队和荷兰的 Tu/e 队均采用新的结构的全向轮，中国的 NuBot 队也设计出了新的全向轮。就运动控制方面的研究而言，目前的研究成果主要集中在以下几个方面：第一：Tamás, Kalmár-Nagy 等人建立了基于 bangbang 控制的近优轨迹规划方法<sup>[7]</sup>，使平台运动性能得到很大的发挥。第二：郭旭，熊蓉等人建立了基于运动学模型的全向移动平台广义预测控制方法<sup>[17] [18]</sup>，在使系统获得较小的稳态误差的同时也较好地解决了时滞性的问题。许巍丽等人研究了全向移动平台的鲁棒控制，提出了基于 LMI 通过局部反馈  $H_\infty$  控制实现整个系统对不确定扰动具有鲁棒性的算法<sup>[19]</sup>。另外，浙江大学的张翮<sup>[20]</sup>，中国科技大学的徐勇明<sup>[21]</sup>，皮骄阳<sup>[23]</sup>等，国防科学技术大学的季秀才<sup>[24]</sup>，海丹<sup>[26]</sup>等人也在全向移动平台的设计和控制方面进行过较为深入的研究。

作为足球机器人系统另外两个重要组成部分的射门系统和控球系统，其研究也在不断继续中，研究成果主要来自于 RoboCup 中型组和小型组，徐勇明<sup>[21]</sup>在应用于小型组的带球和射门机构方面做过较为深入的原理分析。葡萄牙的 Combada，荷兰的 Tech-United<sup>[10][11]</sup>，中国的 Nubot<sup>[12]</sup>等队伍在主动控球机构的方面研究比较领先，均设计并运用了主动控球系统。同时荷兰的 Tech-United 队在 09 年采用了新结构的设计机构，使机构同时兼具推射和挑射的功能。

## 1.2 本文研究内容以及论文结构

在本论文的研究工作中，在 NuBot 第三代 RoboCup 中型组足球机器人的技术积累之上，结合了新的比赛需求，研发了第四代中型组足球机器人。新的足球机器人和上一代机器人相比，有如下特点：全向移动平台的运动性能进一步提升，机器人整体控球功能进一步加强，电路稳定性进一步加强，自身安全性也有所提高且外观简洁美观。

论文同时对全向移动平台基于足球机器人比赛背景下的运动控制问题进行系统的研究：建立了全向移动平台的模型，同时还分析了在中型组足球机器人比赛的背景下，全向移动平台完成典型技术动作时需要满足的各种控制要求，并根据实际情况，将各种控制问题归结成约束条件下的时间最优控制问题，针对约束条件下时间最优控制难以进行解析和数值求解的现状，提出了一种可以近似求解时间最优控制问题的数值计算方法。

### 1.2.1 论文创新点

设计了新的足球机器人本体机械系统：

- 设计了一种新结构的全向轮，使采用此全向轮的运动平台兼具运动平稳的性和摩擦力大的特性。
- 分析了应用于中型组足球机器人的主动控球机构的控球原理，依据该原理设计了实际的主动控球机构。

设计了主动控球机构的开环的控制方法：

- 针对控球机构在不同方向上对转速，转矩有不同要求的问题，创新设计了主动控球机构的开环控制方法，并在实物上获得了良好的使用效果。

进一步研究了全向移动平台控制问题：

- 重新研究了全向移动平台的模型，得到了较为精确的模型形式，并根据实际控制需要进行了合理简化。
- 将足球机器人比赛中机器人运动控制的任务进行比较研究，得到了几类典型问题。

- 将通常难以解决的末端固定的时间最优控制问题进行了合理转化。用固定时间，末端自由的最优控制问题的时间迭代方法来寻找最优时间控制中的最优时间解，方法有效。

### 1.2.2 论文组织结构

第一章，绪论。简要介绍了中型组全向移动平台运动控制问题的研究背景，讨论了多约束条件下全向移动平台的研究价值，概述了国内外的研究概况，叙述了本文的研究内容、创新点和组织结构。

第二章，中型组足球机器人全向移动平台设计。在对全向移动平台原理分析的基础上，设计了新结构的全向轮和全向移动平台。

第三章，中型组足球机器人主动控球系统设计。分析了主动控球机构控球的原理，设计了实际的控球机构，并对主动控球机构的控制方法进行了研究。

第四章，全向移动平台模型的建立及控制问题的提出。结合前人对全向移动平台模型的研究成果，给出了平台的运动学模型，动力学模型，和基于动力学模型的控制模型，同时对控制模型进行一系列必要的化简。并结合 RoboCup 中型组足球机器人比赛的应用背景，提炼出典型动作运动控制的一系列问题。

第五章，全向移动平台基于约束的最优控制。基于第四章的模型和问题，经过分析，将其纳入最优控制问题的框架下，并提出以固定时间，末端自由的最优控制问题的时间迭代方法，来寻找最优时间控制中的最优时间解的数值算法。

第六章，结论与展望。总结全文，指出不足，给出下一步研究的内容。



## 第二章 中型组足球机器人全向移动平台设计

全向移动平台系统是足球机器人的基础组成部分。全向移动平台主要由全向轮和轮系结构组成，主要研究内容为平台设计和平台运动控制。

在平台设计方面，目前主要研究两个方面。第一是对全向轮的研究。第二是对平台轮系构成方式的研究。由于全向轮结构本身的特性，和地面为线接触，摩擦力小，并且有些类型的全向轮外形并非圆形，滚动过程中会造成平台的振动，因此，如何设计出和地面之间摩擦力大且运动平稳的全向轮是一个值得研究的问题。同时，在全向移动平台中，全向轮的配置结构有多种形式，常见的如三轮，四轮式等，其布局有对称，非对称布局等，形式多样。不同配置结构形式的全向移动平台特性不同，如何根据需要选择合适的轮系配置结构，也是值得研究的问题。

本章根据足球机器人比赛对足球机器人移动平台的技术要求，旨在设计出满足比赛需要的全向轮和相应的全向平台结构。首先总结了全向轮的研究现状，继而提出一种改进的全向轮结构。其次对全向移动平台的轮系构成方式与全向移动平台性能的关系进行研究。最后根据以上分析，设计出满足比赛要求的全向移动平台。

### 2.1 新结构全向轮设计

#### 2.1.1 全向轮研究现状

全向轮是全向移动平台的主要部件。全向轮在设计时有几个主要的技术指标：摩擦力大，运动平稳，负载大，质量轻，体积小。

全向轮根据结构可分为单全向轮，组合全向轮。单全向轮通过一个球形轮就具备了全向移动的能力<sup>[14]</sup>。其机械结构，控制方法均很复杂，应用范围有限。组合全向轮结构形式多样，目前应用较为广泛。较为典型的组合式全向轮有麦克纳姆轮，瑞士轮<sup>[1][2]</sup>，海丹轮（注：从结构上讲，海丹轮和单排瑞士轮相同，同属一类。但其结构具有典型性，文中为描述方便，以其设计者海丹命名，特此注释），正交全方位轮<sup>[3][4]</sup>，组合式全向轮。组合式全向轮构型有一个共同点：均由整体轮毂和沿圆周分布的小全向轮组成。原理也基本一致：全向轮在轮子的一个方向上提供扭矩，一般是在沿轮毂圆周方向上。同时在另一个方向上可以自由滚动，一般是沿电机轴线方向。图 2.1 是较为典型的全向轮结构图：

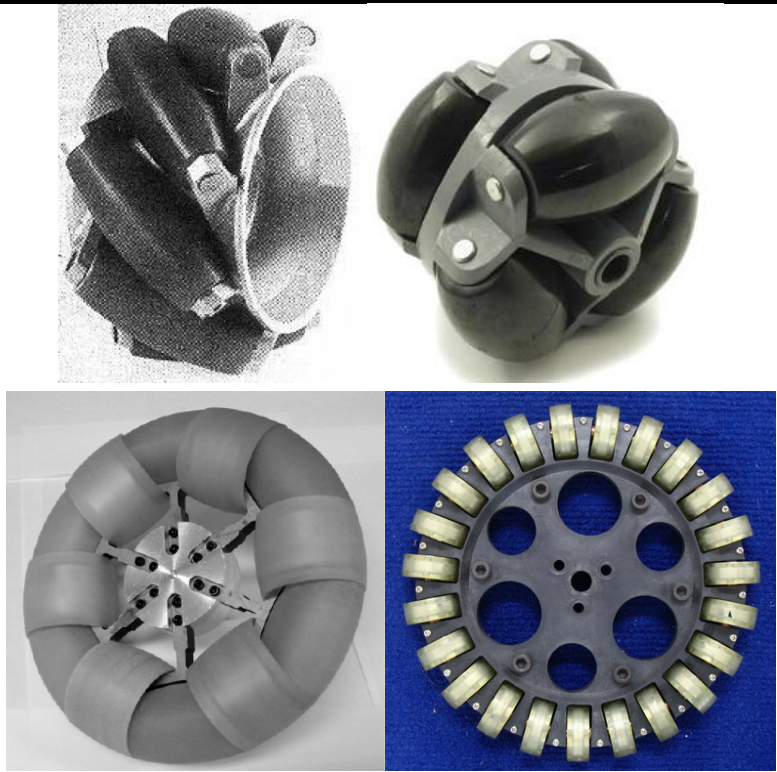


图 2.1 典型全向轮外观结构图

不同全向轮特点不同，其主要特点见下表。

表 2.1 典型全向轮特点对比

全向轮名称	主要优点	主要缺点
单全向轮	灵活，可实现平滑的全向运动	机械结构，控制较为复杂，而且应用范围有限，仅适用于地面平整的环境
麦克纳姆轮	全向轮外包络线为圆，可实现平滑的全向运动	运动效率低，承载能力比较弱，对地面起伏的适应能力差，小辊子和地面之间易出现相对滑动
双排瑞士轮	与地面接触线为连续的圆弧，同时体积紧凑	对加工，装配要求高。小从动轮和地面之间的接触点会在两个圆之间轮换，导致车体整体速度波动
单排瑞士轮	可实现平滑的全向运动，	对加工，装配要求高，对地摩擦力有限
海丹轮	加工制作相对简单，轮子和地面的摩擦力大	全向轮外包络线是多边形，在车体运动过程中会造成车体颠簸。同时，由于结构限制，全向轮半径较大，整体惯量偏大，

根据以上对比，不考虑加工因素，瑞士轮和海丹轮使用性能较其他全向轮要好。在实际的应用中，广为使用的全向轮均是类似双排瑞士轮和海丹轮的结构。

实践中发现，在中型组足球机器人比赛的应用场合下，双排瑞士轮由于小从动轮和地面始终为点接触，轮子和地面摩擦力有限，易打滑，限制了车体的加速性能。海丹轮和地面的摩擦力较大，但在快速运动时，全向轮多边形效应凸显，全向平台运动平滑性降低，车体抖动严重，给机器人其他系统带来很大负面影响。各参加中型组足球比赛的队伍不断进行全向轮的改进，日本的 Hibikinomusashi 队和德国 Cops 队在 2009 年均设计了新的全向轮，如图 2.2 所示：



图 2.2 Hibikinomusashi 队和 Cops 队的全向轮

由图知，Hibikinomusashi 队的新全向轮仍采用海丹轮的单排结构，但将小轮子数目增多，使外包络线的多边形效应降低，因此运动平滑，并且摩擦力也不错，但由于小轮子排布很密，小从动轮处支撑很薄，整体负载特性差，因此暂时还未得到广泛应用。

Cops 队的全向轮综合了双排构型瑞士轮和海丹轮两者的优点：将小从动轮由原先的纺锤形变成起伏形状，增大了小从动轮和地面之间的摩擦力。同时，全向轮外轮廓包络线虽然由圆变成多边形，但由于多边形边长很短，多边形效应很小，速度平稳性仍得以保持。这种新全向轮和前几种全向轮相比，突破了将小全向轮的外形设计的纺锤形的思维定势，通过适当改变小轮子的外形，在增加小轮和地面之间的摩擦力的同时，又能维持全向轮整体结构不变，性能优异。

### 2.1.2 新结构全向轮的设计

通过仔细分析，Cops 队伍设计的全向轮的仍存在可改进之处。

由于全向轮的小从动轮表面具有起伏，运动过程中，轮子和地面为点接触，触地点在小从动轮中也呈不连续变化，这使得全向轮在场地较滑时易出现打滑。

为了使全向轮在不同场地上均有较强的摩擦力，须重新分析全向轮和地面之间摩擦力的影响因素。

全向轮和地面的摩擦力与车轮和地面之间的接触形式，接触压力，接触面积，小从动轮表面和地面之间的摩擦系数等多种因素相关。在环境不确定的情况下，全向轮在设计时能控制的因素是和地面的接触形式，接触面积，以及摩擦系数。

接触形式和接触面积和从动轮表面形状相关，摩擦系数则由表面材料决定。

由前述分析知，齿形面接触方式与圆弧面接触方式相比，摩擦作用方式不同，齿形面接触方式和地面的摩擦力更大一些。借鉴坦克的履带的形状，可将小全向轮设计成凸齿状。通过控制齿形和齿间距，可以将全向轮外轮廓的多边形效应控制在很小的范围内，保证运动的平稳性。

由工程材料的特性：橡胶材料和大多数材料摩擦时，均有很大的摩擦系数。因此用橡胶材料来制作从动轮。

最终设计出新结构的全向轮，如图 2.3 所示：

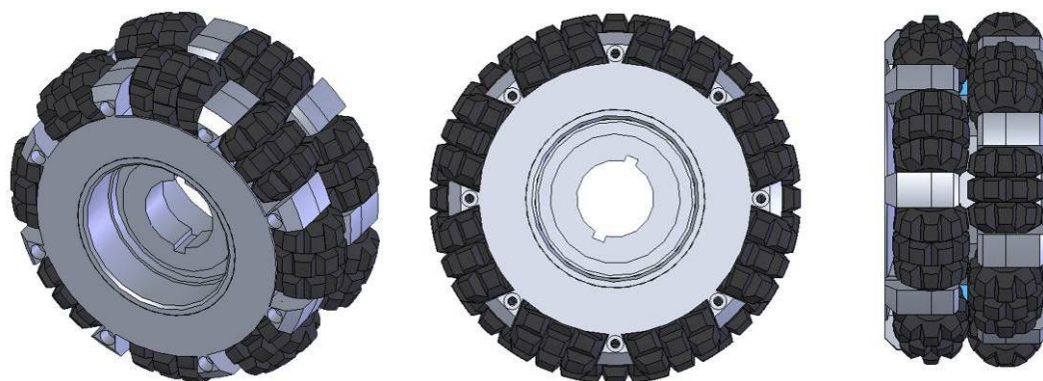


图 2.3 NuBot 队新结构全向轮

NuBot 新全向轮有如下特点：

- 1：采用双排轮结构，每排对称分布八个小从动轮，具有双排轮子的运动平稳性。
- 2：轮毂采用铝质材料，重量轻，强度高。
- 3：小从动轮表面由橡胶制成，呈凸齿形状，和地面作用，摩擦力大。

实验证明，全向轮整体结构紧凑，重量轻，小全向轮和地面的摩擦力大，运动平稳，充分达到了全向轮的设计性能要求。

## 2.2 全向移动平台设计

全向移动平台设计时需要尽量满足如下性能要求：

- 1：平台运动灵活，质量和惯量小。
- 2：加速性能良好，运动平稳，抗翻倒性强。
- 3：平台成本低，结构简单。
- 3：平台结构便于建模，进行运动控制。

为达到以上设计目标，需要首先分析全向移动平台的结构原理，然后进行具体的结构设计。

### 2.2.1 全向移动平台原理分析

根据海丹的研究,全向轮在构成全向移动平台时,可以由不同数目的全向轮以不同的方式进行组合<sup>[26]</sup>。在实际的应用中,综合考虑成本,结构复杂性,控制难度多种因素,以沿圆周均布的三轮和四轮两种构成形式较为常见。以下为结构形式简图:

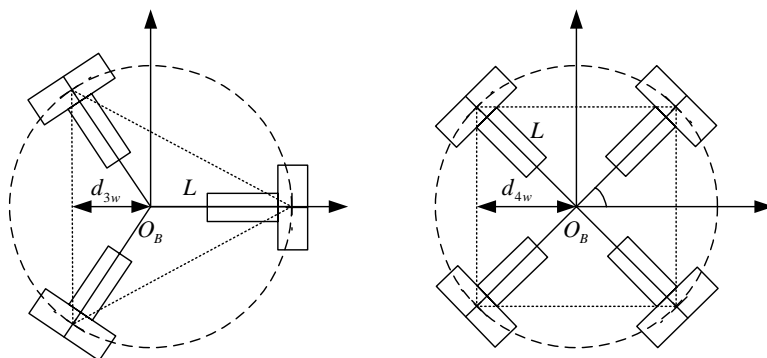


图 2.4 三, 四轮全向移动平台构型示意图

三轮和四轮配置的全向移动平台, 在性能上有所差异, 以下是主要方面的比较:

#### 1: 电机功率分配

当移动平台运动速度相同时, 车体总功率相同, 平台采用三个轮子时的单电机功率是采用四个电机时单电机功率的  $\frac{4}{3}$  倍。

#### 2: 速度可达域

当电机具有相同的额定转速时, 采用如图 2.4 的布局形式, 平台作平动, 速度可达域如图 2.5:

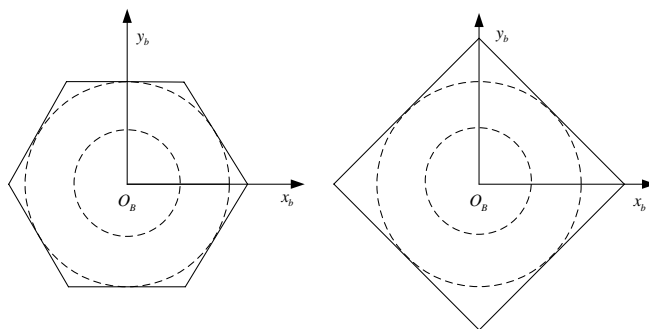


图 2.5 三, 四轮布局全向移动平台速度可达域对比图

可见, 三轮布局的平台其速度可达域为正六边形, 四轮布局的平台速度可达域为正四边形, 速度可达域最大内切圆半径相等<sup>[5][6]</sup>。在各向均匀性方面, 三轮较四轮均匀。在单方向上加速度方面, 如沿车体  $x_b$  方向, 四轮布局可达速度是三轮的  $\frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1.224$  倍, 四轮布局略强。

### 3: 加速度可达域

当单电机输出扭矩相同时，平台作平动，其加速度可达域如图 2.6:

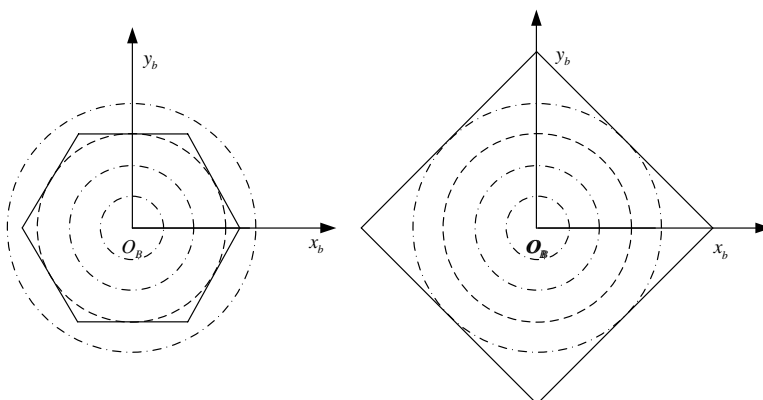


图 2.6 三，四轮布局全向移动平台加速度可达域对比图

由图可见，在加速度可达域上，可达域内切圆四轮和三轮的半径比为  $\frac{4}{3} \approx 1.333$ ，四轮平台明显优于三轮平台。在  $x_b$  方向上的可达加速度，四轮为三轮的  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \approx 1.633$  倍，这主要是因为四轮平台比三轮平台多一个电机。

### 4: 实际加速性能

实际应用中，假定采用同样全向轮，车体质量相同，且全向轮和地面运动无打滑，假定当车体沿  $x_b$  方向具有相同单位加速度时，四轮布局单个轮子加速度为  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ，三轮布局单个轮子加速度为  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，四轮是三轮的  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \approx 0.816$  倍。即当车体的加速度相同时，四轮平台单个驱动轮和地面的实际摩擦力小于三轮平台驱动轮子和地面的摩擦力，如果因场地变化导致轮子和地面间的摩擦系数大幅度减小，首先会影响到三轮平台。

### 5: 翻倒性分析

抗翻倒性能由下图说明:

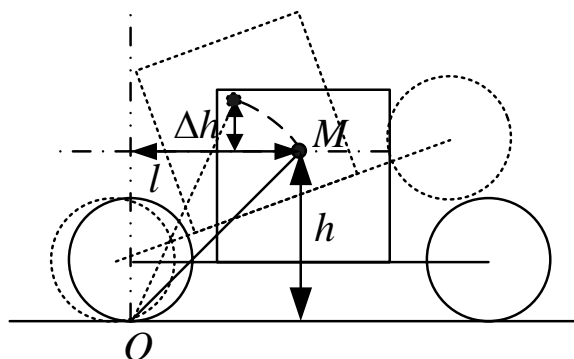


图 2.7 移动平台抗翻倒性能示意图



将车体简化成如图形式，车体质量为  $M$ ，质心距地面高为  $h$ ，距小轮和地面切点  $O$  的垂线的水平距离为  $l$ ，假定车体急停时，和地面的切点基本不变，根据能量转化关系，车体在急停时，轮子触地点水平速度降为 0，车体动能全部转化为势能，有：

$$\frac{1}{2}M(V-0)^2 = Mg\Delta h$$

由于质心距轮子触地点  $O$  距离为  $\sqrt{l^2+h^2}$ ，质心位置超过最高点垂直改变的距离为  $\sqrt{l^2+h^2}-h$ ，当  $\sqrt{l^2+h^2}-h < \Delta h$  时，在急停时，车体重心位置超过垂直支撑点，会向前翻倒。在  $h$  和  $M$  一定时， $l$  越大，则  $\sqrt{l^2+h^2}-h$  越大，抗翻性越好。

假定全向移动平台质心位于几何中心，全向轮均分布在半径为 1 的圆上，三轮质心距边线距离为  $\frac{1}{2}$ ，四轮为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，很显然，四轮平台抗翻性能要优于三轮平台。

#### 6: 成本和整体结构复杂度

采用三轮结构，仅需三个电机，较四轮少一个电机，因此成本和相应结构复杂度要小。

以上是常见的三四轮全向移动平台主要特性的对比，可以作为设计设计平台的依据。

在中型组的实际应用中，一般取两种可行的方案组合：方案一，由三个 150W 电机构成三轮全向移动平台。方案二，由四个 90W 电机构成四轮全向移动平台。

在可达速度均满足要求的前提下，进一步对比两种方案，重点考虑能耗，加速性能，NuBot 足球机器人全向移动平台以方案二最终为方案。

### 2.2.2 全向移动平台结构设计

在确定了平台基本结构之后，将进行具体结构的设计，需要注意几个关键点，以达到设计要求。

第一点：电机输出轴和全向轮轴套连接方式的设计。电机连轴方式一般有 1：轴套 D 型孔和电机 D 型轴直接配合连接，2：夹紧连接，3：紧定螺钉定紧连接等三种方式。为了使全向移动平台具有较高的控制精度，需要尽量减少电机轴和轴套的间隙，即减小轮系空程，但以上几种轴系连接方式在减少轮系空程方面均存在不足。

电机 D 型轴和轴套 D 型孔直接配合时为面面接触，传递扭矩最大。但由于加工装配等原因，轴和孔之间难免存在间隙，当轮系工作一段时间后，电机输出轴和轴套 D 型孔之间的空程会不断扩大，给平台运动的控制精度带来很大影响。

夹紧连接方式通过电机轴和轴套表面之间摩擦力传递扭矩，这种方式能较好

保护电机轴。螺钉紧定方式采用几何限位传递扭矩，结构简单，但会对电机轴产生损害。两者一般用于小扭矩的传递，在中型组足球机器人全向移动平台的应用中，平台运动速度改变非常快，存在很大的冲击扭矩，因此，以上两种方式均不适合。

因此，如何设计出一种既能传递较大扭矩，并且长时间使用后空程不扩大，同时尽量保护电机输出轴不被损坏的转矩传动方式，是一个亟待解决的问题。

本设计中设计了一种新的连轴方式，如图 2.8:



图 2.8 复合式电机输出轴连接方式

如图知，将 D 型传动和夹紧传动同时使用，既保留了 D 型传动的面接触传递扭矩方式，传递扭矩大。同时，通过预加外载荷的夹紧方式来使轴系空程基本消除。复合式连轴方式集中了上两种连轴方式的优点，同时也未增加其加工难度，此结构实际使用效果良好。

第二点：轴系整体结构的设计。在传动系统中，为保护电机输出轴不受损坏，电机轴一般不作直接输出，需要通过挠性联轴器或者柔性传动（如同步带）输出，但加入联轴器或者柔性传动后会使机械结构变得体积庞大，给平台的安装带来困难。这里设计了一种新轴系布局，妥善解决了这个问题。即利用全向轮内部的空间安装联轴器，既有效控制了轴系外尺寸，又使电机输出轴得到有效保护。以上设计在合理传动的前提下可使单个轮系整体尺寸达到最小，如图 2.9 所示：

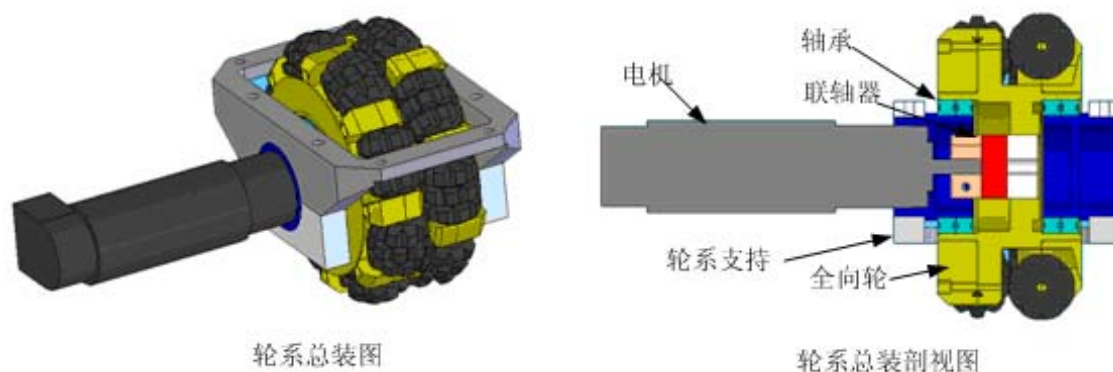


图 2.9 全向移动平台轴系装配图

最终设计的全向移动平台如图 2.10:



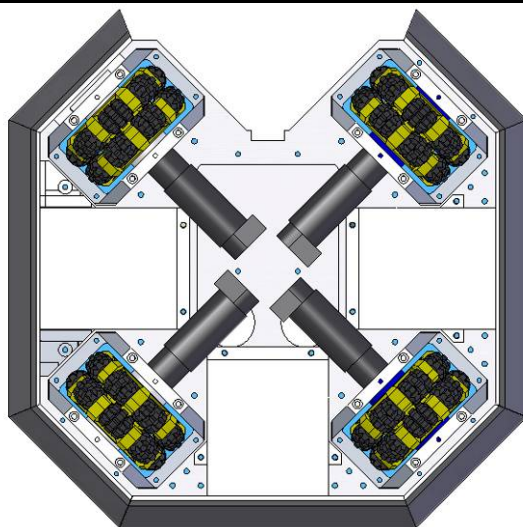


图 2.10 全向移动平台整体装配底面视图

通过实际使用证明，此结构的全向移动平台运动平稳，轮系和地面摩擦力大，基本不出现打滑现象，同时轮系空程小，有较高的运动控制精度，满足设计要求。

## 2.3 小结

本章针对中型组足球机器人全向移动平台的设计，做了以下工作：首先分析对比现有全向轮的优缺点。针对现有全向轮存在的缺点，设计了一种改进的新结构的全向轮。实践证明，新结构全向轮有效避免了现有全向轮的缺点，并能将其优点综合，具有摩擦力大，运动平稳的特点，达到设计要求。同时，还对移动平台的原理进行分析，根据实际情况，确定了四个全向轮对称分布的 NuBot 全向移动平台构型。之后，为了有效减少轮系空程，设计了新的连轴结构。同时还设计了结构紧凑的全向轮轮系。通过实践检验，移动平台原理分析正确，实际使用效果良好，达到设计要求。

### 第三章 中型组足球机器人主动控球系统设计

控球也是足球机器人完成比赛的基本动作要求之一。作为机械子系统关键机构之一的控球机构（Ball Handling Mechanism），其作用是使机器人在比赛中能稳定控制足球随机器人一起运动。稳定控球是机器人完成带球，传接球，射门等动作的基础，在比赛中起关键作用。

RoboCup 中型组比赛对控球提出的技术要求有三点：机器人靠近球时能快速准确地控制住球；带球过程中稳定控球；对抗过程中利于抢球。以控球机构是否有驱动力将控球机构分为被动控球结构和主动控球机构。

被动控球结构通过将弹性材料制作成一定的形状，通过结构和球之间的摩擦力来控制球。较典型有德国的 Tribot<sup>[8]</sup>，日本的 Hibikinomusashi<sup>[9]</sup>，中国的上海大学等队伍采用的被动控球结构。主动控球机构由驱动元件对球主动施加作用力进行控球。目前，有葡萄牙的 Combada<sup>[11]</sup>，荷兰的 Tech-United<sup>[10]</sup>，中国的 Nubot<sup>[12]</sup>等队伍在比赛中采用了主动控球机构。

中型组足球机器人技术发展至今，对稳定控球的需求较以往有很大提高。从近几年国际国内的比赛来看，被动控球结构机械结构简单，无需控制；但调节麻烦；控球效率低；为维持控球状态只允许机器人加速前进，不允许减速和后退；比赛对抗过程中容易失球。而主动控球机构控球效率高，带球过程中控球稳定；允许机器人减速并后退；对抗抢球中也有优势，但机械结构、控制较为复杂。虽然主动带球有诸多优点，到目前为止，参加 RoboCup 中型组比赛的大多数队伍仍采用被动控球结构，原因是：对用于中型组足球机器人的主动控球的研究应用处于起步阶段，特别是控球原理缺乏分析，使结构设计和机构控制缺乏理论指导，单纯通过实验设计的主动控球机构使用效果反不及被动控球结构。但主动控球技术由于其性能优势必将被参加 RoboCup 中型组比赛的队伍广泛采用。

本章分析了几种典型主动控球机构的构型，对其中一种构型进行原理分析，包括控球过程受力分析和运动学分析。分析结果可推广到被动控球机构。并设计了一套主动控球机构和控制方法，在 NuBot 中型组足球机器人上成功实现。

#### 3.1 主动控球机构控球原理分析

##### 3.1.1 机构构型和几何约束

主动控球机构目前主要采用电机带动摩擦轮，通过摩擦轮和球接触挤压产生的摩擦力来控球，常见摩擦轮布局形式如图 3.1：

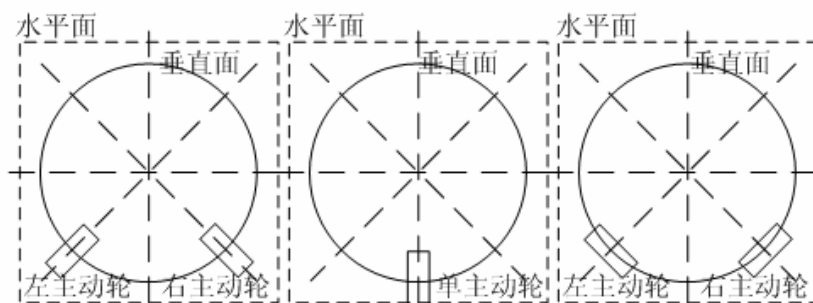


图 3.1 摩擦轮布局三种基本构型

由左往右分别称构型 I, II, III。构型 I 采用两个主动轮, 两个主动轮转速不同时, 可以控制球沿平面内各方向滚动, 但不能使球绕垂直轴转动; 构型 II 只能控制球沿单方向滚动; 构型 III 除了可控制球沿各个方向滚动, 还可使球绕垂直轴心旋转, 但主动轮和球接触面积小, 控球过程不稳定。

比赛规则要求在运动带球时, 机构整体覆盖球的部分在地面的投影不超过球直径的三分之一<sup>[13]</sup>, 采用单个主动轮时, 约束形式为:

$$(R+r)\cos\theta_2 + R \geq \frac{4R}{3} + r \quad (3-1)$$

其中  $R, r$  为球, 主动轮的半径;  $\theta_2$  为主动轮圆心和球心连线与水平面的夹角, 如图 3.2 所示。

采用对称结构的两个主动轮时, 约束形式类似, 只是  $\theta_2$  减小。

### 3.1.2 机构受力分析

主动带球是车体, 主动轮, 球, 地面之间力共同作用的过程, 球在机构作用下的运动由其受力决定, 三种构型分析方法一样, 本文以构型 I 为研究对象。

短时间内, 球的运动可近似为一维直线运动。由运动的合成原理, 球受两个主动轮的驱动效果可以等效为一个主动轮的驱动效果, 二维运动降为一维, 简化分析。假定球沿垂直面运动, 则等效主动轮位于垂直面内, 如图 3.2:

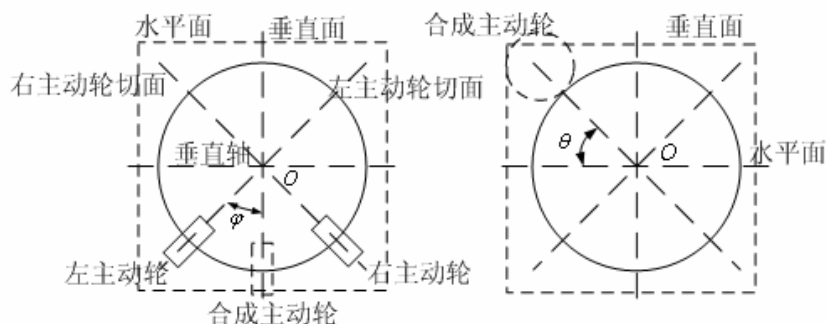


图 3.2 主动轮的合成效果

一维直线运动时, 以后向运动 (约定: 球运动方向以和机器人本体朝向一致

为前向，反之为后向，下同）为例，受力情况如图 3.3:

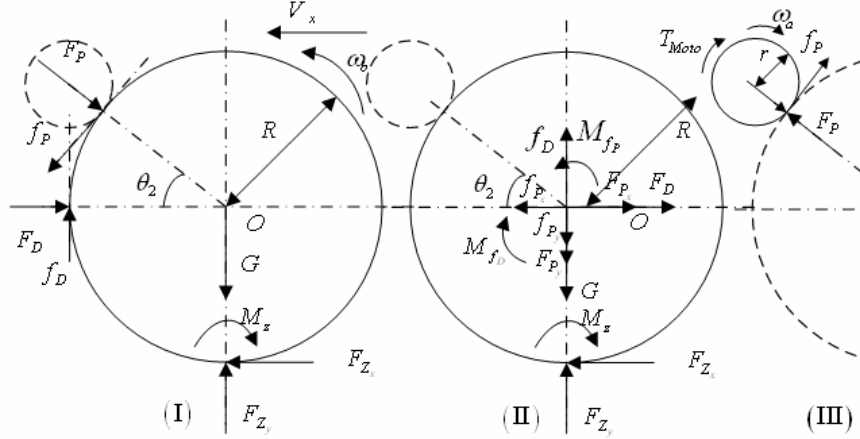


图 3.3 (I)(II)(III)为球基本受力图，等效到圆心的受力图，主动轮受力图

其中  $F_P$ ,  $f_P$  为主动轮和球之间的正压力和静摩擦力； $F_D$ ,  $f_D$  为车体正面和球之间的正压力和滑动摩擦力； $F_{z_x}$ ,  $F_{z_y}$ ,  $M_z$  为球受到的地面的静摩擦力，支持力及滚动阻力矩； $T_{Moto}$ ,  $\omega_a$ ,  $\varepsilon_a$  为主动轮所受电机转矩，转动角速度，角加速度； $\omega_b$ ,  $\varepsilon_b$  为球的转动角速度，角加速度； $I_a$ ,  $I_b$  为主动轮和球的转动惯量。

$$f_{P_{MAX}} = F_P \mu_1 \quad (3-2)$$

$\mu_1$  为主动轮和球接触面之间的静摩擦系数。

在球和车体正面相对运动速度不大的情况下，忽略速度影响<sup>[15]</sup>，认为：

$$f_D \approx F_D \mu_2 \quad (3-3)$$

$\mu_2$  为车体和球接触面之间的静摩擦系数。

$$F_{z_{x-MAX}} = F_{z_y} \mu_3 \quad (3-4)$$

$\mu_3$  为地面和球接触面之间的静摩擦系数。

以球为研究对象，整体受力有：

$$\sum F_x = F_D + F_{P_x} - f_{P_x} - F_{z_x} = m_b a_x \quad (3-5)$$

$$\sum F_y = G + F_{P_y} + f_{P_y} - f_D - F_{z_y} = 0 \quad (3-6)$$

$$\sum M_o = M_{f_P} - F_{z_x} R - M_{f_D} - M_z = I_b \varepsilon_b \quad (3-7)$$

由于  $f_D$ ,  $F_{z_x}$ ,  $M_z$  的方向在不同运动状态下不同，需分别分析。运动状态分为平衡态和一般运动状态。首先分析平衡态，包括静平衡态和匀速滚动两种情况。

### 3.1.2.1 平衡状态

静平衡时，图 3.3 中  $F_D$ ,  $f_D$ ,  $M_z$ ,  $\omega_b$ ,  $\varepsilon_b$  均为 0，受力简化，方程形式不变，将(3-5) (3-6) (3-7)简化得：

$$\sum F_x = F_p \cos \theta_2 - f_p \sin \theta_2 - F_{Z_x} = 0 \quad (3-8)$$

$$\sum F_y = G + F_p \sin \theta_2 + f_p \cos \theta_2 - F_{Z_y} = 0 \quad (3-9)$$

$$\sum M_O = f_p R - F_{Z_x} R = (f_p - F_{Z_x}) R = 0 \quad (3-10)$$

式(3-8)成立，有：

$$F_p \cos \theta_2 - f_p \sin \theta_2 \leq F_{Z_{xMAX}} \quad (3-11)$$

此处忽略球质量，不影响分析结论，得：

$$F_p (\cos \theta_2 - \mu_3 \sin \theta_2) \leq f_p (\mu_3 \cos \theta_2 + \sin \theta_2) \quad (3-12)$$

$$\frac{f_p}{F_p} \leq \mu_1 \quad (3-13)$$

将(3-12)(3-13)整理得：

$$\frac{(\cos \theta_2 - \mu_3 \sin \theta_2)}{(\mu_3 \cos \theta_2 + \sin \theta_2)} \leq \mu_1 \quad (3-14)$$

为球静平衡需要满足的条件。令：

$$f(\mu_3, \theta_2) = \frac{(\cos \theta_2 - \mu_3 \sin \theta_2)}{(\mu_3 \cos \theta_2 + \sin \theta_2)}$$

对  $\mu_3$ ,  $\theta_2$  求偏导，有：

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = \frac{-(1 + \mu_3^2)}{(\mu_3 \cos \theta_2 + \sin \theta_2)^2} \quad (3-15)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu_3} = -\frac{1}{(\mu_3 \cos \theta_2 + \sin \theta_2)^2} \quad (3-16)$$

给定半径,使  $\theta_2 \in (30^\circ, 70^\circ)$ ,  $\mu_3 \in (0, 1)$  时,  $\frac{\partial f}{\partial \theta_2} < 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \mu_3} < 0$ ,  $f(\mu_3, \theta_2)$  有单调变

化关系，如图 3.4：

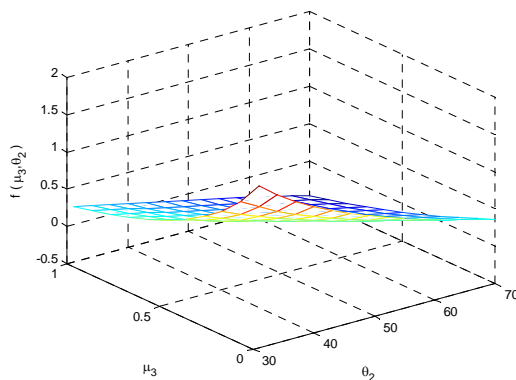


图 3.4  $f(\mu_3, \theta_2)$  变化曲线

可知,  $f(\mu_3, \theta_2)$  随  $\mu_3$ ,  $\theta_2$  增大而增大, 实际中,  $\mu_3$  为环境固有参数, 不可调节。为使系统有较大稳定裕度, 应使  $\mu_1 - f(\mu_3, \theta_2)$  尽量大,  $\mu_1$ ,  $\theta_2$  取大值。

当(3-10)式成立时, 有  $F_{Z_x} = f_p$ , 若  $F_p$  恒定, 则  $f_{p_{MAX}}$  为定值。在  $f_p \leq f_{p_{MAX}}$ ,  $F_{Z_x} \leq F_{Z_{xMAX}}$  时,  $F_{Z_x}$  随  $f_p$  的变化而变化, 能保持球受力平衡。随  $f_p$  的增加, 若地面和球面先打滑有  $f_{p_{MAX}} \geq F_{Z_{xMAX}}$ , 若主动轮和球面先打滑有  $f_{p_{MAX}} \leq F_{Z_{xMAX}}$ , 根据无打滑的假设, 临界状态为  $f_p$ ,  $F_{Z_x}$  同时达到最大值, 有:

$$F_p \mu_1 = \mu_3 (G + F_p \sin \theta_2 + F_p \mu_1 \cos \theta_2) \quad (3-17)$$

忽略球质量影响:

$$\mu_1 \approx \mu_3 (\sin \theta_2 + \mu_1 \cos \theta_2) \quad (3-18)$$

即两者同时打滑时,  $\mu_1, \mu_3, \theta_2$  满足以上关系。

$$\text{根据式(3-18), 令: } g(\mu_3, \theta_2) = \frac{\mu_3 \sin \theta_2}{1 - \mu_3 \cos \theta_2}$$

对  $\mu_3$ ,  $\theta_2$  求偏导, 有:

$$\frac{\partial g}{\partial \mu_3} = \frac{\mu_3 (\cos \theta_2 - \mu_3)}{(1 - \mu_3 \cos \theta_2)^2} \quad (3-19)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \mu_3} = \frac{\sin \theta_2}{(1 - \mu_3 \cos \theta_2)^2} \quad (3-20)$$

当  $\theta_2 \in (30^\circ, 70^\circ)$ ,  $\mu_3 \in (0, 1)$  时,  $\frac{\partial g}{\partial \mu_3} > 0$ ,  $\mu_1 = g(\mu_3, \theta_2)$  单增,  $\frac{\partial g}{\partial \mu_3}$  不定, 变化关

系如图 3.5:

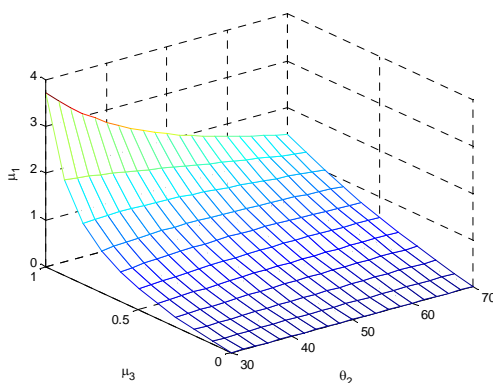


图 3.5  $g(\mu_3, \theta_2)$  变化曲线

可知当  $\mu_3$  较小,  $g(\mu_3, \theta_2) < 1$ ,  $\mu_1 > g(\mu_3, \theta_2)$  时, 若打滑必然是球和地面之间。随着  $\mu_3$  增大, 当  $g(\mu_3, \theta_2) > 1$  时, 若打滑则一定是在主动轮和球面之间。实际中可以根据此对机构做出判断和调整。

运动平衡态分为前向运动平衡和后向运动平衡，前向运动平衡时，相较于后向运动受力情况，有  $f_D$  方向向下， $V_x$  方向向右。

由于  $M_z \approx 0$  可忽略，相比于静止平衡态，令：

$$F'_{P_x} = F_{P_x} + F_D \quad (3-21)$$

$$\tan \theta'_2 = \frac{F_{P_y}}{F_{P_x} + F_D} \quad (3-22)$$

又  $\tan \theta_2 = \frac{F_{P_y}}{F_{P_x}}$ ，则  $\theta'_2 \leq \theta_2$ ，即  $F_D$  的存在等效于减小了  $\theta_2$ ；同样， $f_D$  的存在可

等效为：

$$f'_{P_{MAX}} = F_P \mu_1 + f_D = F_P \mu'_1 \quad (3-23)$$

又  $f_{P_{MAX}} = F_P \mu_1$ ，应此， $\mu'_1 \geq \mu_1$ ，即  $f_D$  的存在等效增加了摩擦系数  $\mu_1$ 。

后向运动时  $f_D$  反向，结论类似： $F_D$  的存在等效于减小  $\theta_2$ ， $f_D$  的存在等效于减小摩擦系数  $\mu_1$ 。对于摩擦系数  $\mu_2$ ，由于  $f_D$  在不同运动方向上作用不同，要根据实际需要给定。

较之平衡态，前向运动时水平方向上多了  $F_D$ ，

$$\sum F_x = F_D + F_{P_x} - f_{P_x} - F_{Z_x} = 0 \quad (3-24)$$

根据对静平衡态的分析，在不超出最大摩擦力时， $F_{Z_x}$  可适应  $f_P$  的变化始终维持球的受力平衡。前向运动时， $F_D$  也能在  $F_{P_x}$   $f_{P_x}$  变化时动态调整，使系统始终处于平衡态，此结论将在用在后续控制中。

将式(3-24)移项： $F_D = f_{P_x} + F_{Z_x} - F_{P_x}$ ，由于  $f_{P_x}, F_{Z_x}, F_{P_x} < F_P$ ， $F_P$  恒定时均有上界，要维持等式成立，则  $F_D$  的值必须有上界。据此，必须消除运动过程中车体和球之间瞬间可能产生的很大的力，车体正面采用软材料。

### 3.1.2.2 一般运动状态

后向一般运动状态，除了满足公式(3-5)(3-6)(3-7)外，根据球和地面无相对滑动的初始假设，有：

$$a_x = R\varepsilon \quad (3-25)$$

将(3-25)(3-5)(3-6)代入(3-7)式化简，仍忽略  $M_z$ ， $f_D$ ，得：

$$F_D + F_P \cos \theta_2 \approx \frac{F_{Z_x}}{2} + \frac{3f_P}{2} \quad (3-26)$$

由于等式右端  $F_{Z_x}, f_P < F_P$ ，当机构确定， $F_P$  上限值确定，则  $F_{Z_x}$ ， $f_P$  上限值也确定，为满足上述条件，要控制等式左端的  $F_D$  大小。由式(3-7)知：

$$\frac{M_{f_p} - F_{Z_x} R - M_{f_D} - M_Z}{I_b} = \varepsilon_b \quad (3-27)$$

对于球的加速仅  $M_{f_p}$  一项起正作用。当  $F_p$  上限值确定，要提高反向运动加速度，应尽量增大  $f_{p-MAX}$ 。设计机构时，使  $F_p$ ， $\mu_1$  尽量大。

前向一般运动时，受力情况和后向运动一样，仅  $f_D$  反向：类似可得到：

$$F_D + F_p \cos \theta_2 + \frac{3f_p}{2} = \frac{F_{Z_x}}{2} \quad (3-28)$$

同理， $F_{Z_x} < F_p$ ，保持等式成立，须控制  $F_D$ ， $F_p$  和  $f_p$  大小。又有：

$$\frac{F_D + F_p - f_{p_x} - F_{Z_x}}{m_b} = a_x \quad (3-29)$$

为使前向运动有较大加速能力，要尽量减小  $f_{p_x}$ ，但  $f_{p_x}$  方向不能变（若  $f_{p_x}$  方向变化，则  $F_{Z_x}$  方向也会变化，系统受力无法平衡）对比后向运动式(3-28)，可知，两种运动情况需要的  $f_p$  大小不同。

在主动轮和球无滑动的假定下，一般运动时，主动轮也需满足如下几个关系：

$$\text{转速关系：} \omega_b R = -\omega_a r \quad (3-30)$$

$$\text{加速度关系：} \varepsilon_b R = -\varepsilon_a r \quad (3-31)$$

对主动轮驱动电机，还有转矩关系：

$$T_{Moto} - f_p r = I_a \varepsilon_a \quad (3-32)$$

即电机在需要同时满足主动轮转速和输出转矩。对于匀速运动状态，转速关系仍然满足，变为： $T_{Moto} - f_p r = 0$  (3-33)

### 3.1.2.3 打滑状态

前述分析假设主动轮，球，地面之间无滑动，实际则存在两种打滑状态。主动轮和球之间打滑时，无滑动前提下推导的主动轮和球转速关系不再满足，转矩关系仍然满足。此时  $f_p = f_{p-MAX}$ 。同理，球和地面之间打滑时，主动轮和球转速转矩关系满足，但此时  $F_{Z_x} = F_{Z_x-MAX}$ 。

需要说明的是：无论是否打滑，只要能使球的运动速度和机器人车体运动速度一致，机构就能稳定持球。

### 3.1.2.4 小结

综合以上受力分析知：满足了静平衡条件，各种运动情况下要稳定控球主要控制力  $f_p$ 。以上分析方法和结论在被动控球结构中亦适用。

## 3.1.3 主动控球机构运动学分析



控制机构运动学分析主要分析球的运动和主动轮运动之间的关系，已知主动轮的运动求解球的运动的过程为正运动学求解过程，反之，为逆运动学过程。

### 3.1.3.1 正运动学分析

在电机驱动下，主动轮以不同的转速带动球沿平面内各个方向运动。假定球为纯滚动，在球沿平面运动时，两个电机的运动和球的运动关系如图 3.6:

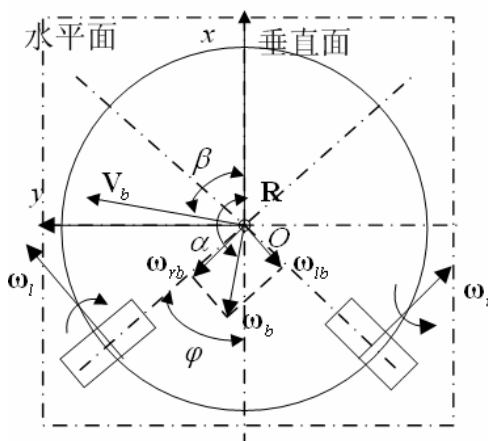


图 3.6 球在平面纯滚动时运动关系图

球心指向球正上方的矢径  $\mathbf{R}$ ，主动轮的转动角速度  $\omega_l$ ， $\omega_r$ ，电机转动方向逆时针为正，球的滚动角速度  $\omega_b$ ，球边缘线速度  $\mathbf{V}_b$ ，有如下关系：

$$\begin{aligned} \omega_l &= \omega_l \begin{pmatrix} \cos(\pi - \varphi) \\ \sin(\pi - \varphi) \end{pmatrix} & \omega_r &= \omega_r \begin{pmatrix} \cos(\pi + \varphi) \\ \sin(\pi + \varphi) \end{pmatrix} \\ \omega_{lb} &= -\frac{r}{R} \omega_l & \omega_{rb} &= -\frac{r}{R} \omega_r \\ \omega_b &= \omega_{lb} + \omega_{rb} = -\frac{r}{R} \begin{pmatrix} \omega_l \cos(\pi - \varphi) + \omega_r \cos(\pi + \varphi) \\ \omega_l \sin(\pi - \varphi) + \omega_r \sin(\pi + \varphi) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3-34)$$

$$\mathbf{V}_b = \omega_b \times \mathbf{R} \quad (3-35)$$

$\omega_b$  和水平面  $x$  轴的角度:

$$\alpha = \arctan \frac{\omega_l \cos(\pi - \varphi) + \omega_r \cos(\pi + \varphi)}{\omega_l \sin(\pi - \varphi) + \omega_r \sin(\pi + \varphi)} \quad (3-36)$$

象限根据  $\omega_b$  判断。

$$|\mathbf{V}_b| = |\omega_b \times \mathbf{R}| = r \sqrt{(\omega_l^2 + \omega_r^2 + 2\omega_l \omega_r \cos 2\varphi)} \quad (3-37)$$

$\mathbf{V}_b$  在  $xOy$  坐标系上的投影与  $x$  轴正向的角度:

$$\beta = \frac{3\pi}{2} + \alpha \quad (3-38)$$

由于球滚动线速度和质心平动速度大小相等，方向和  $\mathbf{V}_b$  方向一致，可以用  $\mathbf{V}_b$  来等效表示球线速度。

### 3.1.3.2 逆运动学分析

$$\mathbf{V}_b = \begin{pmatrix} V_{bx} \\ V_{by} \end{pmatrix} \quad (3-39)$$

$$\beta = \arctan \frac{V_{by}}{V_{bx}}, \beta \text{ 象限由 } \mathbf{V}_b \text{ 判断} \quad (3-40)$$

$$\alpha = \beta + \frac{\pi}{2} \quad (3-41)$$

$\omega_l, \omega_r$  以逆时针为正，解得：

$$\begin{cases} \omega_l = K_l \frac{\omega_b \sin \chi_1}{\sin 2\varphi} \\ \omega_r = K_r \frac{\omega_b \sin \chi_2}{\sin 2\varphi} \end{cases} \quad (3-42)$$

在  $\alpha \in (-\varphi, \varphi], (\varphi, \pi - \varphi], (\pi - \varphi, \pi + \varphi], (\pi + \varphi, 2\pi - \varphi]$  四个区间中， $\chi_1$  分别为： $\varphi + \alpha, \alpha - \varphi, \alpha - \pi + \varphi, 2\pi - \varphi - \alpha$ ， $\chi_2$  为： $\varphi - \alpha, \pi - \varphi - \alpha, \pi + \varphi - \alpha, \alpha - \pi - \varphi$ ， $K_l$  为： $-1, 1, 1, -1$ ， $K_r$  为： $-1, -1, 1, 1$ 。

### 3.1.3.3 运动约束

由于驱动主动轮的电机有最大转速限制  $\omega_{l,r} \leq \omega_{l,r-MAX}$ ，球实际运动能力沿平面各方向不相同，如图 3.7：

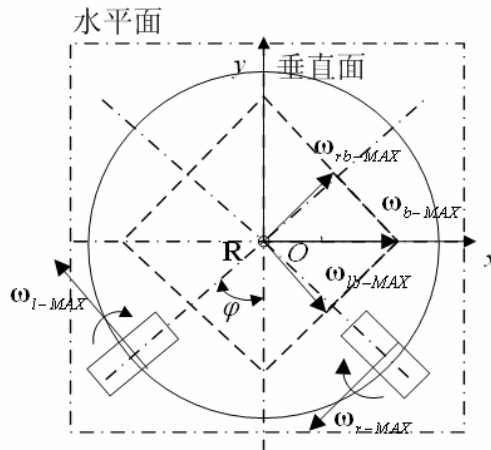


图 3.7 球运动约束

球实际运动角速度矢只能在虚线框所示区域内，图 3.8 为  $\varphi = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  时可达速度空间的包络线，图中已将  $\omega_{b-MAX}$  归一化为单位 1。

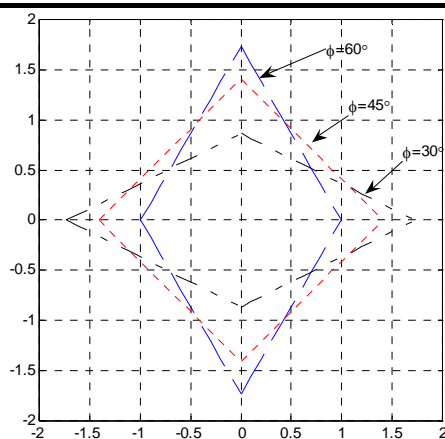


图 3.8 球运动速度可达空间和全向轮配置角度的关系

## 3.2 主动控球机构的结构设计

### 3.2.1 设计目标和参数选择

主动控球机构设计时希望在车体沿各个方向运动，特别是前向和后向运动时，控球机构都能稳定控球。参数选择依据见前述分析中。

### 3.2.2 机构工作原理和实际结构

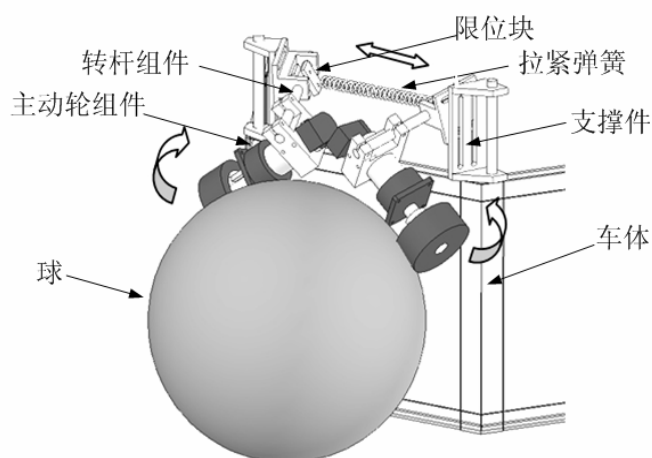


图 3.9 主动控球机构模型图

如图 3.9，机构主要由支撑件，拉紧弹簧，转杆组件，主动轮组件组成。

处于无球状态时，两个主动轮组件由于限位块作用，保持一定初始角度。处于控球状态时，球处于车体正前方，在拉紧弹簧作用下主动轮和球面压紧；主动轮由电机驱动旋转，两个主动轮的作用使球始终和车体处于紧贴状态，沿不同方向运动。实际结构如图 3.10。

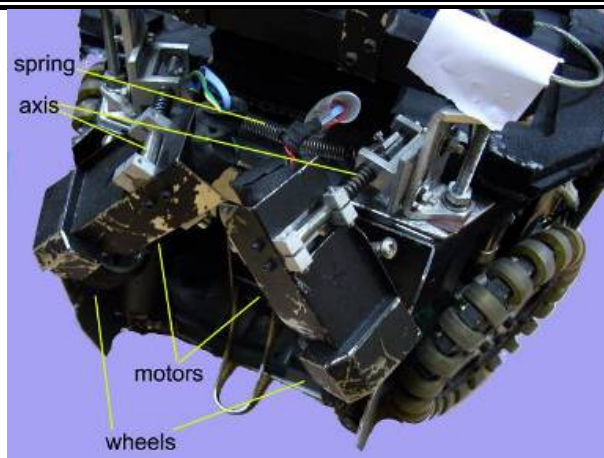


图 3.10 主动控球机构实物图

### 3.3 主动控球机构的控制

#### 3.3.1 主动控球机构控制目标

为达到控球机构在各种状态下都能稳定控球的目标，对主动控球机构的驱动电机需要同时进行转速和输出转矩的控制。

#### 3.3.2 主动控球机构控制结构

主动控球机构的电机控制采用 PC 机和 DSP 的双层控制结构，PC 机根据车体运动状态决定电机控制方式，DSP 通过驱动电路控制主动轮的 DC 电机的输出转速和转矩。

#### 3.3.3 主动控球机构控制方法

由前述分析知，不同的运动情况下，维持稳定带球，电机需要有不同的输出转速和转矩。以前向和后向两种典型运动状态为例。机构带球后向运动过程对主动轮电机采用速度闭环控制，方法如下：

根据车体运动期望达到的车体后退运动速度，通过逆运动学模型求解主动轮转速。由于主动轮的转速大于球速，因此是主动轮运动带动球运动。 $f_p$  使球向后加速运动，加速阶段主动轮和球处于打滑状态，有  $f_p = f_{p-MAX}$ ，若忽略过程中  $f_D$  影响，可认为后退过程加速度基本不变，加速到稳态速度后主动轮和球转速基本一致。

但机构带球前向运动时，采用闭环速度控制，会持球（持球指带球过程中球无滚动或转动方向和球无驱动力自然滚动方向不一致的情况<sup>[6]</sup>）。原因在于：前向运动时，为维持  $f_p$  方向不变，主动轮和球表面运动趋势需要相反，但对电机速度闭环控制时， $f_p$  很大，处于打滑状态时  $f_p$  达到  $f_{p-MAX}$ ，而根据受力分析知，维持前向运动需要的  $f_p$  很小，因此，不满足球自然滚动的条件，持球。

为解决前向运动时持球问题，对主动轮电机采用转矩控制。以电枢电压  $u(t)$ ，电机转速  $\omega(t)$  为输入，电磁转矩  $T(t)$  为输出，根据电机模型<sup>[16]</sup>，有：

$$\frac{T(s)}{\Omega(s)} = -\frac{K_e K_t}{L_a s + R_a} \quad (3-43)$$

其中  $K_e$  为反电动势常数， $K_t$  为转矩常数， $L_a$  电机电感， $R_a$  为电机内阻，系统方框图如图 3.11：

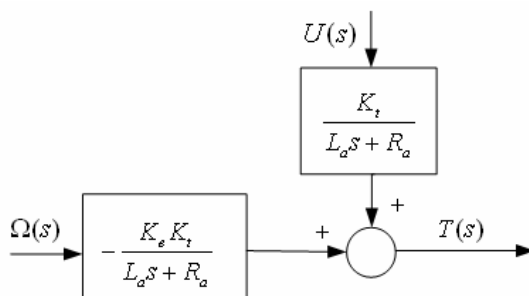


图 3.11 主动轮电机转矩控制方框图

实际电机参数为： $K_e = 17.6 \text{ mNm/A}$ ， $K_t = 541 \text{ rpm/V}$ ， $L_a = 0.33 \text{ mH}$ ， $R_a = 3.17 \Omega$

当分别以  $U(s) = 0$ ，和  $U(s) = \frac{2}{s}$ ，及  $\Omega(s) = -\frac{1}{5s^2}$  为输入时，动态响应如图 3.12：

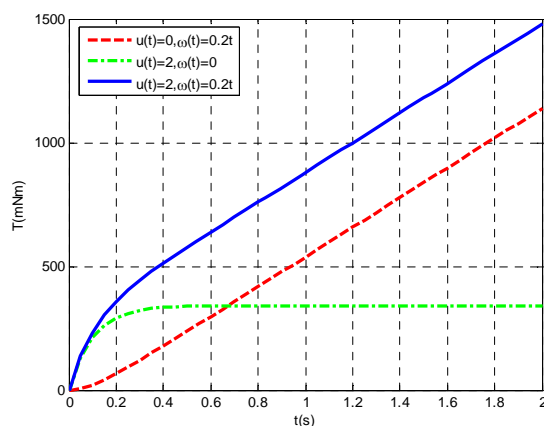


图 3.12 主动轮电机动态响应曲线

系统动态过程时间  $t \approx 0.3 \text{ s}$ ，可认为当给定正向电压，电机受迫反转时，电磁转矩和电机反转速度成正比。输入电压则控制电枢初始转矩。采用转矩控制，方法如下：

首先控制主动轮电机电枢电压  $U$ ，使堵转转矩满足球静止时平衡条件，此时电机转矩  $T_{Moto}$  使主动轮空载转向为顺时针， $f_p$  方向如图 3.3。球前向运动球顺始钟旋转，加速段时，有  $T_{Moto} < f_p r$ ，主动轮受迫随球表面逆时钟旋转。 $T_{Moto}$  随球转速增大而增大，在最大摩擦力范围内， $f_p$  动态调整。匀速运动时，有  $T_{Moto} = f_p r$ ，系

统始终稳定，全过程主动轮转速自适应球速。

以 30ms 为一个控制周期，控制流程如图 3.13:

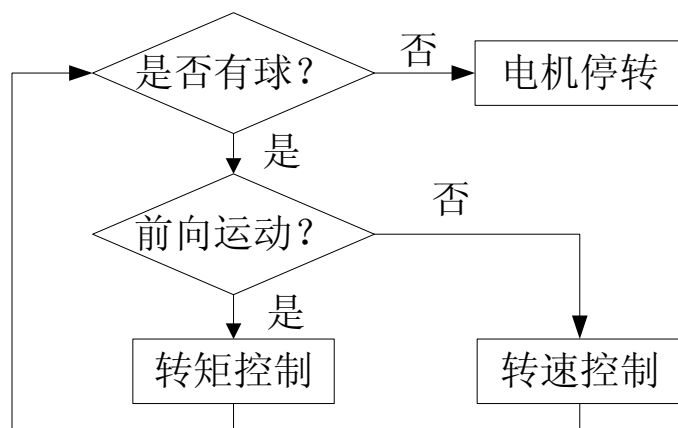


图 3.13 主动控球机构控制流程图

### 3.4.4 主动控球机构的实验结果

实际场地条件下，进行如下两组实验：

机器人控球沿直线加速至恒速运动，如图 3.14:

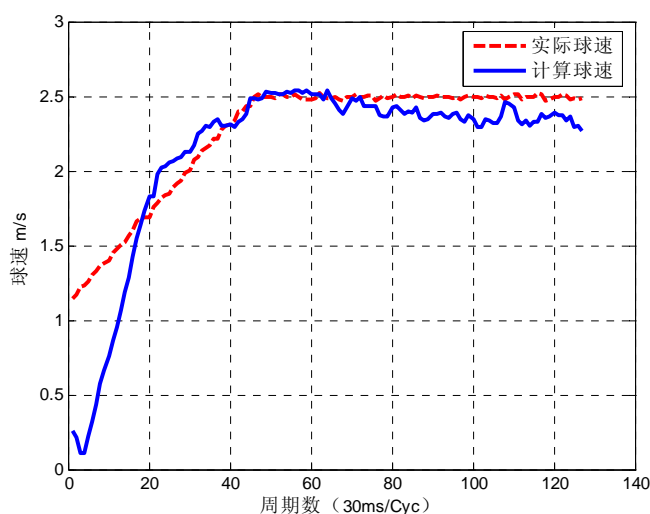


图 3.14 机器人控球前进过程球速变化曲线图

（实际球速等于车速，计算球速为实际主动轮转速根据运动学模型以及主动轮和球无滑动假定计算出的球速，下图同）

可见前向运动过程初始加速阶段，球带动主动轮旋转，主动轮转速滞后于球速，主动轮和球之间出现打滑状态，很快两者速度达到一致，基本成无滑动运动状态。说明前向运动转矩控制方法有效。

当机器人加速至恒速倒退，如图 3.15:

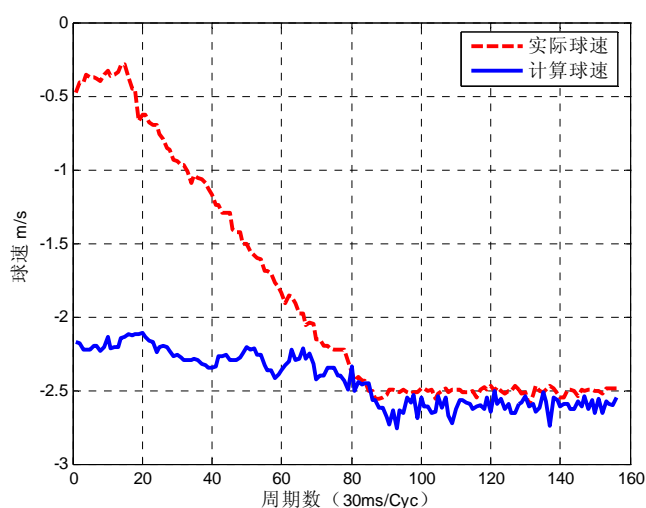


图 3.15 机器人控球后退过程球速变化曲线图

### 3.4 小结

本章分析了基于目前结构形式的 RoboCup 中型组足球机器人的主动控球机构的原理，对机构进行了受力分析，运动学分析。分析方法和结果对被动控球机构同样适用；并根据以上原理设计了主动带球的实物。同时针对不同运动情况提出了对电机进行转速和转矩分时控制的方法，实验和实际比赛情况表明，理论分析正确，控制方法有效，解决了 RoboCup 中型组足球机器人的一个技术难题。

## 第四章 全向移动平台模型的建立及控制问题的提出

要研究控制问题，首先需要对研究对象进行模型描述，然后根据实际状况，提出控制目标，控制约束等。本章以第二章中设计的四轮结构的全向移动平台为研究对象，研究其控制问题。控制问题均源于中型组足球机器人比赛。

### 4.1 全向移动平台模型的建立

全向移动平台的模型包括运动学模型，动力学模型，以及以基于两者的控制模型，以下将逐一分析。

#### 4.1.1 全向移动平台的运动学模型

##### 4.1.1.1 坐标系定义

全局坐标系  $xOy$ （惯性系）：以球场中心  $O$  为原点，指向对方球门方向为  $x$  轴正方向，逆时针转 90 度方向为  $y$  轴正方向。

机器人坐标系  $x_B O_B y_B$ ：以机器人质心  $O_B$  为原点， $x_B$  轴方向为车体正前方向，逆时针转 90 度方向为  $y_B$  轴正方向。

机器人视线坐标系  $x_T O_T y_T$ ：以机器人质心  $O_B$  为原点， $x_T$  轴与机器人-目标视线重合，指向目标点为正向，逆时针转 90 度方向为  $y_T$  轴正方向，视线基准线方向为全局坐标系  $x$  轴正方向。

角度定义：机器人姿态角为机器人坐标系  $x_B O_B y_B$  和全局坐标系  $xOy$  中  $x$  轴之间的角度  $\theta$ 。视线角为视线坐标系  $x_T O_T y_T$  和全局坐标系  $xOy$  中  $x$  轴之间的角度  $\gamma$ 。

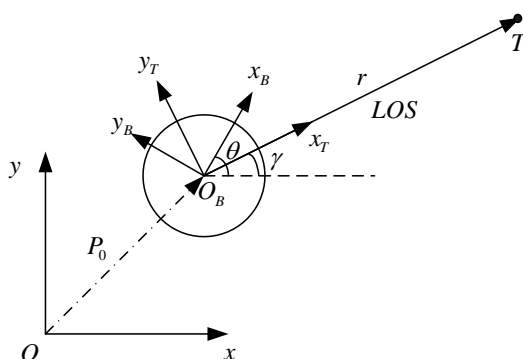


图 4.1 全向移动平台坐标系定义

##### 4.1.1.2 全向移动平台运动学模型的建立

运动学模型主要建立机器人在全局坐标系下的速度和机器人在体坐标系下四



个轮子速度之间的关系。

全向移动平台的轮系构型如下：

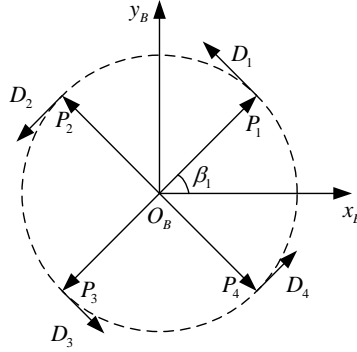


图 4.2 全向移动平台轮系构型图

体坐标下，车体中各轮系质心位置为  $\mathbf{P}_i (i=1,2,3,4)$ ，其距离  $O_B$  长度为  $L_i$ ， $\mathbf{D}_i (i=1,2,3,4)$  为各轮系单位速度方向， $\beta_i (i=1,2,3,4)$  为  $\mathbf{P}_i$  与  $x_B$  方向夹角，实际中  $\mathbf{P}_i$ ， $\mathbf{D}_i$ ， $\beta_i$  由实际机械结构几何尺寸确定，可任意给定，此处为分析方便，取对称正交分布构型，即轮系  $\mathbf{P}_i$  为正交分布，且轮系关于  $x_B$  轴对称分布，因此有  $L_i = L$ ， $\beta_1 = \frac{\pi}{4}$ ， $\beta_2 = \frac{3\pi}{4}$ ， $\beta_3 = \frac{5\pi}{4}$ ， $\beta_4 = \frac{7\pi}{4}$ 。

根据体坐标系在全局坐标系下的姿态，定义旋转矩阵：

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

根据以上定义，可得以下几何关系：

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1 &= L \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{L}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \mathbf{P}_2 = L \begin{pmatrix} \cos \frac{3\pi}{4} \\ \sin \frac{3\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{L}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \mathbf{P}_3 = L \begin{pmatrix} \cos \frac{5\pi}{4} \\ \sin \frac{5\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{L}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{P}_4 &= L \begin{pmatrix} \cos \frac{7\pi}{4} \\ \sin \frac{7\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{L}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\mathbf{D}_i = \frac{1}{L} \mathbf{R} \left( \frac{\pi}{2} \right) \mathbf{P}_i, \text{ 有:}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1 &= \begin{pmatrix} \cos \frac{3\pi}{4} \\ \sin \frac{3\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} \cos \frac{5\pi}{4} \\ \sin \frac{5\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \mathbf{D}_3 = \begin{pmatrix} \cos \frac{7\pi}{4} \\ \sin \frac{7\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{D}_4 &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4-3)$$

每个轮子质心在全局坐标下位置:

$$\mathbf{P}_{wi} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{R}(\theta)\mathbf{P}_i, i=1,2,3,4 \quad (4-4)$$

于是每个轮子的速度在全局坐标下为:

$$\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{P}}_{wi} = \dot{\mathbf{P}}_0 + \dot{\mathbf{R}}(\theta)\mathbf{P}_i, i=1,2,3,4 \quad (4-5)$$

每个轮子的速率为:

$$v_i = \mathbf{v}_i^T \dot{\mathbf{R}}(\theta) \mathbf{D}_i \quad (4-6)$$

将(4-4) (4-5)代入(4-6), 有:

$$v_i = (\dot{\mathbf{P}}_0 + \dot{\mathbf{R}}(\theta)\mathbf{P}_i)^T \dot{\mathbf{R}}(\theta) \mathbf{D}_i$$

化简得:

$$v_i = \dot{\mathbf{P}}_0^T \dot{\mathbf{R}}(\theta) \mathbf{D}_i + \mathbf{P}_i^T \dot{\mathbf{R}}^T(\theta) \dot{\mathbf{R}}(\theta) \mathbf{D}_i, \quad (4-7)$$

其中, (4-7)等号右边第二项为  $\mathbf{P}_i^T \dot{\mathbf{R}}^T(\theta) \dot{\mathbf{R}}(\theta) \mathbf{D}_i = L\dot{\theta}$ , 为车体角速度。

将以上(4-4)-(4-7)各式代入整理可得车体运动学模型:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & L \\ \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & L \\ \cos\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & L \\ \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = J(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

#### 4.1.2 全向移动平台的动力学模型

##### 4.1.2.1 全向移动平台动力学模型的建立

全向移动平台动力学模型主要建立电机电压输入和机器人运动之间的关系。

将运动学模型(4-8)两边求导:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_4 \end{pmatrix} = \dot{J}(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + J(\theta) \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} \quad (4-9)$$

其中:

$$\dot{J}(\theta) = \dot{\theta} \begin{pmatrix} -\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & 0 \end{pmatrix}$$

如果将上述方程中的  $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}$  转换成体坐标系下表示  $\begin{pmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{\theta}_B \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{y}_B \\ \ddot{\theta}_B \end{pmatrix}$ , 则  $\theta = 0$ ,

$\dot{\theta} = 0$ , (4-9)式可化为:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_{1B} \\ \dot{v}_{2B} \\ \dot{v}_{3B} \\ \dot{v}_{4B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) & \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) & L \\ \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) & \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) & L \\ \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) & \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) & L \\ \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{y}_B \\ \ddot{\theta}_B \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

形式变得非常简单, 此处我们需要得出在全局坐标系下的关系, 须进一步推导。

考虑电机的动力特性:

$$f_i = k_1 U_i - k_2 v_i - \frac{m}{2} \dot{v}_i \quad (4-11)$$

$f_i$  单位  $[N]$ ,  $U_i$  单位  $[V]$ ,  $v_i$  单位  $[m/s]$ ,  $m$  为电机负载轮子的质量,  $k_1$ ,  $k_2$  为与电机特性相关的系数。

$$\sum_{i=1}^4 \left( k_1 U_i - k_2 v_i - \frac{m}{2} \dot{v}_i \right) R(\theta) \mathbf{D}_i = \mathbf{M} \mathbf{a} \quad (4-12)$$

$$\sum_{i=1}^4 L \left( k_1 U_i - k_2 v_i - \frac{m}{2} \dot{v}_i \right) = J \ddot{\theta} \quad (4-13)$$

将(4-12) (4-13)化简得到:

$$k_1 Q(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} - k_2 Q(\theta) \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix} - \frac{m}{2} Q(\theta) \begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M\ddot{x} \\ M\ddot{y} \\ J\ddot{\theta} \end{pmatrix} \quad (4-14)$$

其中:

$$Q(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right) & \cos\left(\theta + \frac{5\pi}{4}\right) & \cos\left(\theta + \frac{7\pi}{4}\right) & \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right) & \sin\left(\theta + \frac{5\pi}{4}\right) & \sin\left(\theta + \frac{7\pi}{4}\right) & \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \\ L & L & L & L \end{pmatrix} = J^T(\theta)$$

进一步整理为:

$$k_1 Q(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} - k_2 Q(\theta) J(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} - \frac{m}{2} Q(\theta) \left( \dot{J}(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + J(\theta) \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} M\ddot{x} \\ M\ddot{y} \\ J\ddot{\theta} \end{pmatrix} \quad (4-15)$$

$$\begin{pmatrix} M\ddot{x} \\ M\ddot{y} \\ J\ddot{\theta} \end{pmatrix} + \frac{m}{2} J^T(\theta) J(\theta) \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + k_2 J^T(\theta) J(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \frac{m}{2} J^T(\theta) \dot{J}(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = k_1 J^T(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}$$

又由于:

$$J^T(\theta) J(\theta) =$$

$$\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \\ \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \\ L & L & L & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & L \\ \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & L \\ \cos\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & L \\ \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & L \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4L^2 \end{pmatrix}$$

式(4-15)进一步写为:

$$\begin{pmatrix} (M+m)\ddot{x} \\ (M+m)\ddot{y} \\ (J+2mL^2)\ddot{\theta} \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 2\dot{x} \\ 2\dot{y} \\ 4L^2\dot{\theta} \end{pmatrix} + \frac{m}{2} J^T(\theta) \dot{J}(\theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = k_1 J^T(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

此方程为全向移动平台较为精确的动力学模型。

#### 4.1.3 全向移动平台的控制模型

由于全向移动平台具有运动学，动力学等不同的模型形式，如果选取不同模型，同时选取不同的控制量，控制问题的描述形式则会有所不同，这里有两种较为典型的研究思路。

##### 4.1.3.1 基于运动学模型的全向移动平台控制模型

第一种研究思路，将全向移动平台的运动学模型(4-8)作为控制模型，以各轮子速度为控制输入，控制目标为全向移动平台的平动和转动速度。

在此种情况之下，虽然各个轮子的速度不是直接控制量，但通过轮系电机的速度闭环控制，可以保证电机在很短的时间内达到期望的转速，（因为控制响应时间很短）。因此可以认为电机转速是直接控制量。

基于以上分析，控制问题实际转化为一个速度轨迹的规划问题：给定系统的初始状态（平台的位置，姿态，速度）和系统要达到的末状态，寻找两个状态之间转移的速度轨迹。在规划问题中，忽略车体实际的物理特性，将其视为基本的质点或者刚体。这和导弹末制导的制导律设计问题很相似。因此，可以借鉴制导律设计的方法来解决规划问题。

##### 4.1.3.2 基于动力学模型的全向移动平台控制模型

第二种研究思路，基于动力学模型(4-16)，以 $U_i$ 为控制输入，以全向移动平台的速度 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$ 为控制目标，可构成基于动力学模型的控制模型。由模型可知：

1：由于 $J(\theta)$ ， $J^T(\theta)$ 为与姿态 $\theta$ 相关的矩阵， $\theta$ 为一时变量，系统具有时变性，且和姿态耦合。

2: 由于  $\dot{J}(\theta) = \dot{\theta}$

$$\begin{pmatrix} -\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{7\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & 0 \end{pmatrix}, \text{ 可知系统具有角速度耦合}$$

项。

3: 系统有四个输入, 有三个输出, 系统属于冗余系统。

综上所述, 全向移动平台系统为控制冗余的时变的耦合系统, 以此模型来解决实际问题存在困难, 必须进行必要的简化。

#### 4.1.3.3 基于动力学模型的全向移动平台控制模型的简化

由于实际中, 全向移动机器人的质量  $M \approx 30\text{kg}$ , 全向轮质量  $m \approx 0.8\text{kg}$ ,  $\frac{m}{M} < 5\%$ , 根据式(4-11), 若忽略全向轮质量特性, 得  $f_i \approx k_1 U_i - k_2 v_i$ , 忽略等号右边第三项对系统性能影响不大, 但却可以简化控制模型中的耦合项:

$$\begin{pmatrix} (M+m)\ddot{x} \\ (M+m)\ddot{y} \\ (J+2mL^2)\ddot{\theta} \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 2\dot{x} \\ 2\dot{y} \\ 4L^2\dot{\theta} \end{pmatrix} = k_1 J^T(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} \quad (4-17)$$

或者写成:

$$\begin{pmatrix} M\ddot{x} \\ M\ddot{y} \\ J\ddot{\theta} \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 2\dot{x} \\ 2\dot{y} \\ 4L^2\dot{\theta} \end{pmatrix} = k_1 J^T(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} \quad (4-18)$$

两者差别不大。

为便于问题研究, 使其具有一般性, 采用式(4-18)为最终的控制方程, 下面进行控制方程的归一化:

$$\text{令 } T = \frac{M+m}{2k_1}, \quad \Gamma = \frac{k_2(M+m)U_{MAX}}{4k_1^2}, \quad \Theta = \frac{k_2(M+m)^2 LU_{MAX}}{4(J+2mL^2)k_1^2}, \text{ 并有:}$$

$$\bar{t} = \frac{t}{T}, \quad \bar{x} = \frac{x}{\Gamma}, \quad \bar{y} = \frac{y}{\Gamma}, \quad \bar{\theta} = \frac{\theta}{\Theta}, \quad \bar{U}_i = \frac{U_i}{U_{MAX}}$$

$$\text{则控制方程可简化为:} \quad (4-19)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \frac{2mL^2}{J}\dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3\pi}{4}+\theta\right) & \cos\left(\frac{5\pi}{4}+\theta\right) & \cos\left(\frac{7\pi}{4}+\theta\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right) \\ \sin\left(\frac{3\pi}{4}+\theta\right) & \sin\left(\frac{5\pi}{4}+\theta\right) & \sin\left(\frac{7\pi}{4}+\theta\right) & \sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right) \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}$$

$$= K(\theta) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}$$

#### 4.1.3.4 全向移动平台控制模型输入域简化

注意到(4-19)等号右边，系统有四路输入 $|U_i| < 1, i=1,2,3,4$ ，所以输入域可描述为四维超立方体： $U(t) = \{U(t) | |U_i| \leq 1\}$ 。

由于 $K(\theta)$ 为时变矩阵， $\theta$ 使系统输入与姿态耦合，为了消除耦合，进行以下简化：

$$K(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{3\pi}{4} & \cos\frac{5\pi}{4} & \cos\frac{7\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} \\ \sin\frac{3\pi}{4} & \sin\frac{5\pi}{4} & \sin\frac{7\pi}{4} & \sin\frac{\pi}{4} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = R(\theta)K(0) \quad (4-20)$$

$K(0)$ 将输入域 $U(t)$ 从四维空间线性映射到三维空间的封闭图形 $K(0)U(t)$ ，然后 $R(\theta)$ 使其绕轴旋转一周，形成的图形就是与 $\theta$ 无关的公共部分，下图为其控制输入域解耦过程<sup>[21]</sup>。

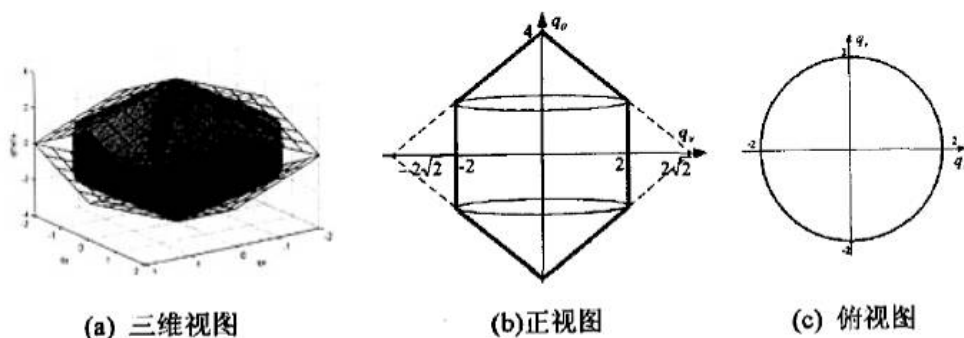


图 4.3 控制输入域解耦图示<sup>[21]</sup>

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \frac{2mL^2}{J}\dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_\theta \end{pmatrix} \quad (4-21)$$

$q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_\theta$  为原电压输入解耦后的等效输入。

其中输入约束为：

$$\begin{cases} q_x^2 + q_y^2 \leq 4 \\ |q_\theta| \leq 4 \\ \frac{q_x^2 + q_y^2}{1} - \frac{(q_\theta - 4)^2}{2} \leq 0 \\ \frac{q_x^2 + q_y^2}{1} - \frac{(q_\theta + 4)^2}{2} \leq 0 \end{cases} \quad (4-22)$$

为使问题进一步简化，根据张翥，徐勇明，皮骄阳等人的研究，对输入约束的处理采用更加简化的方式：在使平动输入域最大化的基础上，将平动和转动输入解耦，分开控制。这种处理方式可以使系统输入约束形式进一步简化，便于求解。但也带来一些问题：首先是输入域的缩小，降低了系统的性能，如图所示：

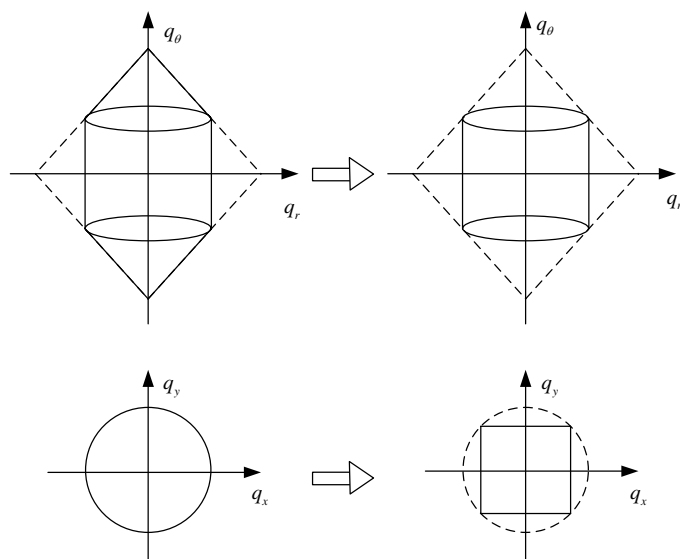


图 4.4 控制输入简化解耦过程对输入域的影响图示

图中，系统输入域由空间多边形包含经过一次简化得到的输入域（A），在经过平动转动解耦后被压缩成输入域（B），平动控制中，为了采用 bangbang 控制方法，平动输入域（C）被压缩成输入域（D）。

其次是将平动和转动的分开控制，认为是两个独立的控制过程，这忽略了平动转动两者在时间上的一致性，在需要同时考虑转动和平动的场合不适合。本文



中的推导将保留系统的输入域不变，这样有利于系统发挥其最大性能，同时将转动同时考虑，在处理带有状态约束的控制问题时较为方便，因此将(4-21) (4-22) 作为实际控制模型。

## 4.2 应用于足球机器人的全向移动平台典型运动控制问题的提出

以上章节建立了全向移动平台的控制方程，本节将给出在实际中型组比赛中全向移动平台的运动控制任务。

机器人在比赛过程一直处于运动状态，根据其动作类型，可以分为站位，带球，避障，配合传接球等多种动作，其中较为典型的是机器人移动站位，追球，带球运动，阻截防守，传接球配合等。不同动作有不同的控制要求，以下逐一介绍。

### 4.2.1 机器人移动站位

问题来源：足球机器人在比赛过程中，常常会有保持队形，开球配合预先站位，发角球站位等要求，以上要求都需要机器人由初始点移动到指定点，这是最简单最普遍的情况，表示如图：

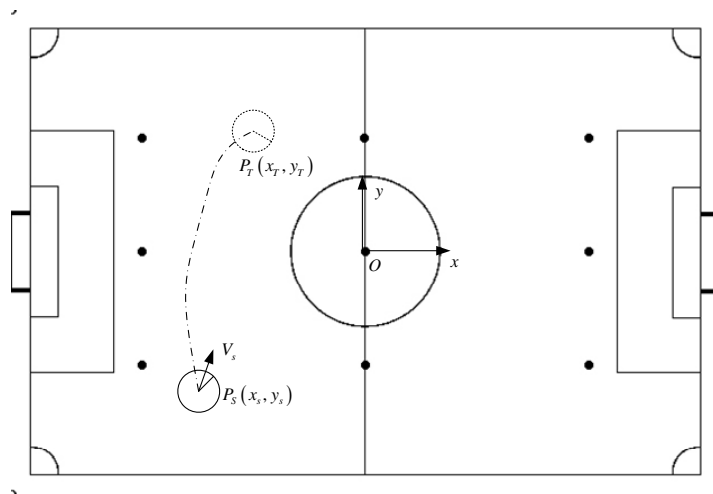


图 4.5 机器人移动站位过程图示

如图所示： $xOy$  为全局坐标系， $P_s(x_s, y_s)$  为机器人初始位置， $V_s$  为机器人初始速度， $P_t(x_t, y_t)$  为计划移动的目标点，其运动轨迹以点画线表示。

已知信息：全局信息（机器人，目标点）。此处需要说明的是，由于中型组足球机器人感知系统已建立起世界模型，已知自身的全部信息和目标的全部信息（位置，速度，加速度）。

全向移动平台初始状态：机器人在场上某一位置，具有一定姿态，一定速度。

全向移动平台运动控制目标：从初始位置  $P_s(x_s, y_s)$  运动到目标位置  $P_T(x_T, y_T)$ ，一般要求到达目标点即可，通常末速度  $V_T = 0$ ，无末姿态要求，对移动路径也无要求。

优化控制要求：在移动到目标位置  $P_T(x_T, y_T)$  的同时，运动过程时间  $t_T$  尽量短。

#### 4.2.2 机器人追球

问题来源：足球机器人比赛中，进攻方机器人要完成运球，带球，射门等动作。在完成以上基本任务之前，机器人首要完成的是能够追上球，并将其控制住。控制住球是控球机构所要完成的任务，全向移动平台需要完成的任务是达到机器人控球机构所能发挥作用的位置，姿态，速度，表示如下图：

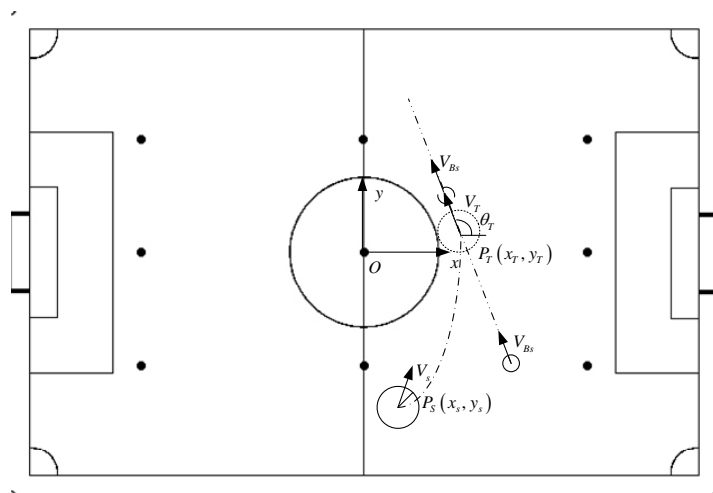


图 4.6 机器人追球过程图示

如图所示： $V_{Bs}$  为球的初始速度，根据球的运动模型，假定球运动轨迹为直线，以双点画线表示，很短时间内球速基本保持  $V_{Bs}$  不变， $P_T(x_T, y_T)$  仍为规划达到的目标点， $V_T$  为机器人拟达到的速度， $\theta_T$  为机器人拟达到的姿态，其余变量表示和站位问题中的一致。

已知信息：全局信息

全向移动平台初始状态：机器人在场上某一位置，具有一定姿态，一定速度。

全向移动平台运动控制目标：在规划指定时间  $t_T$  到达目标点  $P_T(x_T, y_T)$ ，在到达目标点的同时，有  $\eta_{V_{Bs}} = \eta_{V_T} = \theta_T$ ，即球运动方向和球车体运动方向和车体朝向一致，同时  $V_T > V_{Bs}$ 。

优化控制要求：机器人到达目标点的位置误差较小，同时各个姿态和速度都能满足要求，同时在不大于指定时间到达目标状态。

### 4.2.3 机器人带球运动到目标射门点

问题来源：如前所述，在机器人控制住球后，将进行射门可行性评估，由于射门需要满足以下条件：第一，射门距离大于离球门的距离。第二，机器人射门方向上无障碍物。第三，机器人姿态符合要求。实际中，机器人在首次控制住球的时刻往往不满足上述要求，不能立即射门，需进行位置姿态的调整。由于射门是完成比赛的关键动作，因此，机器人在场上带球由一点运动到另一指定点就是一个很典型的运动过程，如下图所示：

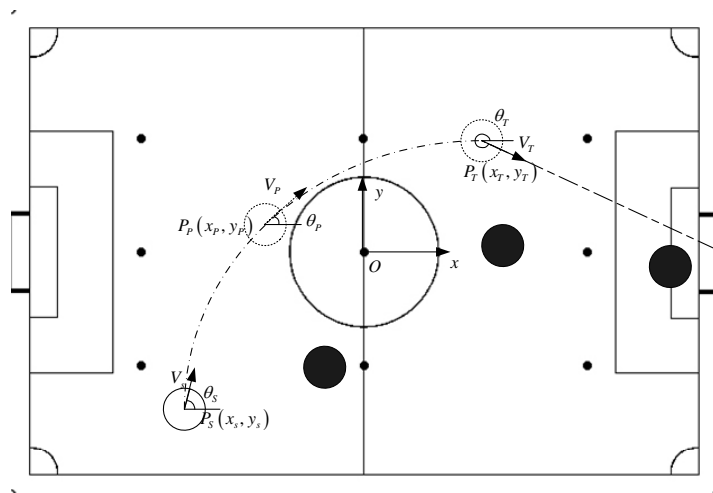


图 4.7 机器人带球运动到目标射门点过程图示

如图所示：场上黑色圆圈表示障碍物， $P_p(x_p, y_p)$  为机器人运动轨迹下的任意点， $V_p$ ， $\theta_p$  为机器人处于  $P_p(x_p, y_p)$  位置时的速度和姿态，其余变量表示和追球问题中的表示的一致。

已知信息：全局信息。

全向移动平台初始状态：机器人在场上某一位置，其速度方向角和姿态角基本相同  $\eta_{V_{Bs}} = \theta_T$ 。

全向移动平台运动控制目标：在达到目标点  $P_t(x_t, y_t)$  的过程中，保持  $V_p$  方向角  $\eta_{V_p}$  和姿态角  $\theta_p$  始终满足  $|\eta_{V_p} - \theta_p| \leq \theta_k$ ， $\theta_k$  为由机器人主动控球机构特性产生的约束，机器人以到达目标点的时候，满足位置，姿态，速度的要求，为保证射门精度，有时要求  $V_t = 0$ ，但较为一般的情况时， $V_t$  为任意速度。

优化控制要求：到达目标点的姿态误差较小，对位置并不十分严格要求，同时要求以尽快的时间到达目标点。

### 4.2.4 机器人截球或者阻截对方机器人

问题来源：足球比赛中，攻防的状态常常会转换，当我方机器人在进行追球，带球运动并射门的动作时，我方属于进攻状态。而在对方机器人控球后向我方半场进攻的时候则我方处于防守状态。由于此时球被在对方机器人控制，在无法将球抢下的情况下，我方机器人较为可行的防守办法就是阻挡对方机器人的前进方向，或者是通过冲撞拼抢的方式破坏对方的进攻。两种办法相比，阻挡只能延缓对方机器人的进攻，而冲撞拼抢则不但破坏对方机器人进攻，同时也有机会获得球的控制权。因此，防守过程中，我方机器人破坏对方机器人踢到我方防守区域中的球或者对对方带球进攻的机器人予以阻截就成为必要的动作。图示如下：

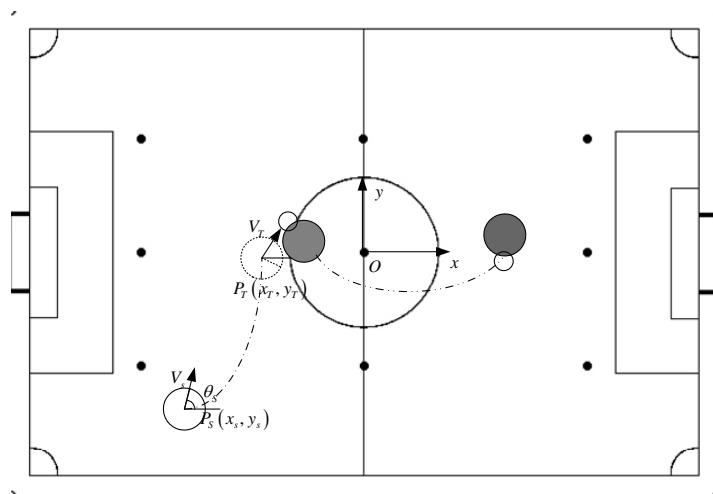


图 4.8 机器人截球或者阻截对方机器人过程图示

如图所示：灰色圆圈表示对方机器人，小圆圈表示球，单点画线表示我防守机器人运动轨迹，双点画线表述对方进攻机器人进攻运动轨迹，其余符号同前述。

已知信息：全局信息

全向移动平台初始状态：机器人在场上某一位置，具有一定姿态，一定速度。

全向移动平台运动控制目标：在规划的时间  $t_T$  内抵达规划的拦截点  $P_T(x_T, y_T)$  时，保持  $V_p$  有一定的速度，速度方向不要求。

优化控制要求：到达目标点的时间  $t_T$  一定，位置要求并不十分严格，末段有一定的速度。

#### 4.2.5 机器人和队友远距离传接球配合

问题来源：在上文中叙述的四种情况中，都是单机器人基本动作，传接球配合则属于多机器人协同动作。在足球机器人比赛发展初期，很多技术还不成熟的条件下，配合是一件很困难的事。随着足球机器人比赛技术水平的进步，多机器人通信，协同感知等关键技术的突破，传接球配合已经逐渐可以实现。为促进多机器人技术的研究，比赛规则也在这方面作出要求，如在发定位球，角球等配合

中，必须有传接球配合过程，否则算犯规。因此，传接球配合也是很典型的一种比赛状况。更进一步说，传接球配合这个基本动作不仅仅用于发球，在足球比赛的多种场合下都会用到传接球，如多机器人协同传球进攻等。因此，对传接球配合进行研究是必不可少的。传接球过程中，由两个机器人协同完成动作，（在此不考虑策略问题，仅考虑机器人的动作）传球机器人动作相对简单，将球沿一定方向将球以一定速度踢出，接球机器人动作则较为复杂，需要调整位置，姿态，速度沿球的运动方向去接球，对运动控制的要求较高，以典型的发角球过程为例予以说明，如下图所示：

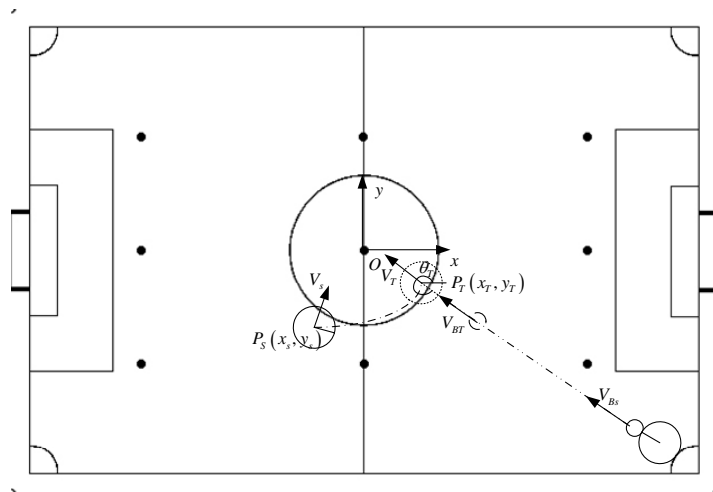


图 4.9 机器人和队友远距离传球配合过程图示

如图所示：位于场上角球区的我方传球机器人，将球以  $V_{B_S}$  的速度沿如图方向踢出，位于中场的我方接球机器人到达规划接球点， $P_T(x_T, y_T)$ ， $\theta_T$ ， $V_T$  均需满足要求。

已知信息：全局信息。

全向移动平台初始状态：接球机器人在场上某一位置，具有一定姿态，一定速度。

全向移动平台运动控制目标：接球机器人在指定时间  $t_T$  在达到目标点  $P_T(x_T, y_T)$ ，同时保持  $V_p$  方向角  $\eta_p$  和姿态角  $\theta_p$  满足  $\eta_p - \theta_p = \pi$ ，同时  $V_T < V_{B_S}$ 。

优化控制要求：必须指定时间到达，姿态必须符合要求。

### 4.3 小结

本章研究了全向移动平台的模型，包括运动学模型和动力学模型及相应的控制模型。分析结果表明，全向移动平台的控制模型具有非线性，时变，冗余的特点。为方便控制，对控制模型进行了合理简化，首先将输入域解耦，将四个输入等效成三个输入。之后通过合理假设，消除了系统中的耦合项，最终得到了一个

具有输入约束的线性模型。本章还详细分析了足球机器人在比赛过程中的典型运动状况，对全向移动平台在不同状况下的运动控制要求分别进行了描述，为问题下一步的解决打下了基础。

## 第五章 全向移动平台基于约束的优化控制

根据第四章 4.2 节的分析,全向移动平台在中型组足球机器人比赛的背景下具有几种典型的运动控制问题,由于问题类型较多,分情况解决较为不便,本章将对这几种问题进一步分析,寻找其共同点,将其总结成输入约束条件下的时间最优控制问题。针对时间最优控制问题在约束形式较为复杂时,难以求出解析解的状况,对时间最优问题进行了合理转化,提出了近似求解时间最优问题的算法。通过仿真实验验证了算法的有效性。

### 5.1 全向移动平台时间最优控制问题的提出

从控制的角度讲:机器人移动站位问题为自由时间,终端状态固定的控制问题。机器人在场上任意一点带球运动到目标射门点的问题为自由时间,有过程状态约束,终端固定的控制问题。机器人在场上追球,截球或者阻截机器人及和队友远距离传接球配合中接球过程均为固定时间,终端固定的控制问题。

可以看出,以上问题均为考虑控制时间,控制末状态,控制约束时的控制问题。对于时间,有固定时间,自由时间两种情况。对于终端状态,均为固定。且都具有控制约束。

对于固定时间,且终端固定的控制问题,存在一个给定控制时间的难点。由于系统控制输入有界,则系统由初始状态转移到目标状态存在一个状态转移必须时间。如果给定时间小于必须时间,则系统一定无法达到目标状态。如果给定时间大于必须时间,则系统在由初始状态转移到目标状态的过程又较慢,未能发挥出系统性能。我们期望的控制效果是,系统能以最快的速度到达目标状态。但要达到这一目标,必须能够给定系统转移的必须时间,而必须时间无法预知,因此对固定时间,终端固定的控制问题,难以求得最优转移过程。

对于以上问题,可以采用如下处理方法:即不考虑时间约束,令系统以其所能达到的最快速度转移到目标状态。结合实际问题,去掉时间固定的限制,仅要求系统以快的速度到达目标状态,这种控制要求也是合理的。因此,可以将上述问题中的时间约束条件都去掉。由此以来,待研究的问题就具有了共同点,即:存在输入约束,且终端固定情况下,令系统以最快速度到达目标状态,这个最快的要求,从控制的角度讲,就是一个时间最优控制问题。

由此,则待求的几类典型问题在进行合理简化之后,都可归纳为时间最优控制问题,这样,不同问题有了同样的描述形式,为问题的解决打下很好的基础。

## 5.2 全向移动平台控制模型

根据第五章的结果，系统控制模型为：

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \frac{2mL^2}{J}\dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_\theta \end{pmatrix} \quad (5-1)$$

输入约束为：

$$\begin{cases} q_x^2 + q_y^2 \leq 4 \\ |q_\theta| \leq 4 \\ \frac{q_x^2 + q_y^2}{1} - \frac{(q_\theta - 4)^2}{2} \leq 0 \\ \frac{q_x^2 + q_y^2}{1} - \frac{(q_\theta + 4)^2}{2} \leq 0 \end{cases} \quad (5-2)$$

取如下状态：

$$\begin{cases} \dot{x} = x_1 \\ \dot{y} = x_2 \\ \dot{\theta} = x_3 \end{cases} \quad (5-3)$$

则模型化为：

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2mL^2}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_\theta \end{pmatrix}$$

表示成状态方程：

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (5-4)$$

系统初始状态为  $X(t_0)$ ，目标状态为  $X(t_f)$ 。

系统控制优化指标为：

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (5-5)$$

目标是求性能指标  $J$  的最小值。

至此，建立起全向移动平台的基于约束的时间最优控制问题模型。

## 5.3 约束条件下的最优控制算法



最优控制相关理论发展到现在，已形成了一套完整的体系，可以解决多种类型的问题。时间最优控制是一种工程上常见的最优控制问题。但是一直以来，时间最优控制问题中的控制律及转移时间难以得到解析解<sup>[27] [28]</sup>，尤其是当控制变量具有不等式约束，或开关曲线较为复杂而不易求解时，需要采用数值方法。一般解优化问题的数值方法有梯度方法和 minH 方法，以下简要介绍。

### 5.3.1 最优控制中的梯度方法和 minH 方法

最优控制问题中目前已得到妥善解决的问题是确定时间，末端自由问题。其数值解法有梯度法，打靶法，拟线性化方法等，其中梯度法属于直接法，较为典型，这里进行简要介绍。

梯度算法是将静态最优化技术引入到动态优化的方法<sup>[27]</sup>，其特点是用迭代算法来改善对控制的时间函数  $U(t)$  的估计，使其满足最优性与边界条件。

梯度算法一般有一阶梯度和二阶梯度算法，较为基础的是一阶梯度算法，二阶梯度算法可以避免一阶梯度算法在接近最优值时收敛速度变慢的缺点。

梯度法求解问题的形式：

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(X, U, t) \\ X(t_0) = X_0 \end{cases} \quad (5-6)$$

求  $U^*(t)$ ，使

$$J(U) = \varphi(X(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} f(X(t), U(t), t) dt \quad (5-7)$$

取极小值。一般情况为  $t_f$  给定， $X(t_f)$  自由。

解的最优性的必要性和要求为：

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial X}, \lambda(t_f) = \frac{\partial \varphi}{\partial X(t_f)} \quad (5-8)$$

性能指标  $J$  梯度定义为：

$$\frac{\partial H}{\partial U} = \nabla J(U) = -h(U(t)) \quad (5-9)$$

已经证明  $J$  在沿梯度负方向在  $U(t)$  附近时下降的，从而梯度算法的迭代公式为：

$$U^{k+1}(t) = U(t) + \alpha_k^* h(U^k(t)), k = 0, 1, 2, \dots \quad (5-10)$$

其中  $\alpha_k^* > 0$ ，是使  $J(U^{k+1}(t))$  取极小值的一维搜索参数，即：

$$J(U(t) + \alpha_k^* h(U^k(t))) = \min_{\alpha > 0} J(U(t) + \alpha h(U^k(t))) \quad (5-11)$$

目的是提高收敛速度。

梯度法计算过程为：

选取或者迭代确定  $U^k(t)$ ，并以此求得  $X^k(t), \lambda^k(t)$ ，当梯度达到 0 时：

$$-\frac{\partial H}{\partial U^k(t)} = -h(U^k(t)) = 0$$

即找到了  $U^*(t) = U^k(t)$ ，否则利用式 (5-9) 改善修正  $U^k(t)$  为  $U^{k+1}(t)$ ，以找到使  $J(U^{k+1})$  取极小的必要条件：

$$\frac{\partial H}{\partial U^{k+1}(t)} = 0$$

梯度法求解有两个前提条件，一是求解时间必须固定，另一个是控制无约束。由于梯度法未考虑控制输入的约束，而这种约束在实际中是广泛存在的，为使梯度法能解决这这类具有控制输入约束，特别是具有不等式约束的问题，一般采用增广惩罚函数法，简要介绍如下。

若系统所满足的不等式约束为：

$$C(X, U, t) \leq 0$$

则将性能指标化成增广形式

$$\bar{J} = J + \mu \int_{t_0}^{t_f} [C(X, U, t)]^2 I(C) dt \quad (5-12)$$

式中，

$$I(C) = \begin{cases} 0 & C < 0 \\ 1 & C > 0 \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} > 0 & \text{要求 } J \text{ 取极小} \\ < 0 & \text{要求 } J \text{ 取最大} \end{cases}$$

如此一来，则可以用处理无约束问题的方法来求解有控制约束的问题。

但由于不等式约束的存在，使控制输入具有分段连续的形式，梯度法在控制边界上往往难以满足梯度求解的条件，为使算法具有普遍性，可利用极小值原理将梯度算法进行推广，改进的梯度法称  $\min H^{[30][31]}$  法。即由末端要求  $\frac{\partial H}{\partial U} = 0$ ，推广至最小值原理的  $U^*(t)$  使  $H$  函数最小。因此，算法中若： $\frac{\partial H}{\partial U^k(t)} \neq 0$ ，取使：

$$\min_{U^k} H(X^k(t), U^k(t), \lambda^k(t), t) = H(X^k(t), U^{k+1}(t), \lambda^k(t), t) \quad (5-13)$$

成立的  $U^{k+1}(t)$  进行下一轮迭代。

在求  $\min_{U^k} H(X^k(t), U^k(t), \lambda^k(t), t)$  时，需要借助非线性规划中的方法，由于非

线性规划只能求解每一对应时刻的最优值，因此，需要将  $U^k(t)$  转化成一个时刻序列  $t_1, t_2, t_3 \dots t_j \dots$ ，对每一个时刻  $t_j$  进行最优值的求解。

至此，对于确定时间，具有控制输入约束，末端自由的最优控制问题的求解方法已经比较清楚。

### 5.3.2 时间最优控制问题的等价转换

由于需要解决的问题为时间自由，终端固定的情况，难以求解。而实际中可以求解的问题是时间固定，终端自由的情况，两者恰好处于对立的状态，是否能够将时间最优问题转化成时间固定问题呢？这需要重新审视待求解的问题。

时间最优问题，又称最速问题，即以系统所能达到的最快的速度运动目标状态  $X_{target}$ ，所用时间是所有由初始状态运动到目标状态时间的可达下界，为最少必要时间，表示为  $T_{min}$ 。考虑如下状况：若一个系统以能达到时间最优要求向目标状态运动，时间为  $T_{min}$ ，若保持问题初始状态和末状态不变，将运动时间由自由时间改为指定时间  $T$ ，可知，若  $T \geq T_{min}$ ，则系统一定存在一种能到达目标状态的轨线。若  $T < T_{min}$ ，则系统无论如何，一定无法达到目标状态，终端状态和目标状态存在偏差。可知，如果给定评价指标  $J = g(X_T, X_{target}, T)$ 。则在  $T + t_0$  时刻的可达状态中，一定存在某一状态  $\bar{X}(T)$  时性能指标  $J$  为最小，如果给定恰当的性能指标  $J$  使：

$$J = g(X_T, X_{target}, T) = \begin{cases} = 0 & X_T = X_{target} \\ > 0 & X_T \neq X_{target} \end{cases} \quad (5-14)$$

因此，可知  $J = g(\bar{X}_T, X_{target}, T) > 0$ 。

进一步考虑，若仍有  $T < T_{min}$ ，给定一个时间增量  $\Delta T$ ，则总时间变为  $T + \Delta T$ ，若  $T + \Delta T < T_{min}$ ，则根据之前的分析，系统仍无法由初始状态  $X_0$  到达目标状态  $X_{target}$ ，同理也能得到泛函指标  $J = g(\bar{X}_{T+\Delta T}, X_{target}, T + \Delta T) > 0$ 。

此时，若评价指标  $J$  同时还具有如下特性：

$$g(\bar{X}_{T+\Delta T}, X_{target}, T + \Delta T) - g(\bar{X}_T, X_{target}, T) = \begin{cases} \geq 0 & \Delta T \geq 0 \\ < 0 & \Delta T < 0 \end{cases} \quad (5-15)$$

即当系统由初始态向目标状态运动的时间  $T$  越接近时间最优控制得到的时间  $T_{min}$ ，评价指标  $J = g(X_T, X_{target}, T)$  单调下降趋向于 0，最终有：

$$J = g(X_{T_{min}}, X_{target}, T_{min}) = 0 \quad (5-16)$$

可得到如下结论：对时间固定，终端无约束的问题，通过设立合适的评价指

标, 满足(5-14)和以下条件:

$$g(X_{t+\Delta T}, X_{target}, t+\Delta T) - g(X_t, X_{target}, t) = \begin{cases} < 0 & t + \Delta T < T_{\min}, \Delta T > 0 \\ > 0 & t > T_{\min}, \Delta T > 0 \end{cases} \quad (5-17)$$

条件(5-14)为评价指标有下界的条件, 条件(5-17)为评价指标分段单调条件。通过一定的搜索方法, 当达到  $J=0$  时, 所用的固定时间  $T$ , 即等于以时间最优控制得到的时间  $T_{\min}$ 。

这里需要说明的是: 当以固定时间  $T$  系统能由  $X_0$  运动到  $X_{target}$ , 且满足评价指标  $J=0$ , 则其运动时间可认为是时间最优控制的时间  $T_{\min}$ , 运动轨线认为是最优轨线  $X^*$ , 且对于一定的性能指标, 具备唯一性。

无法给出严格证明, 但可以通过简单证明得到:

证明: 假定系统由初始状态  $X_0$  向目标状态  $X_{target}$  运动的最小时间为  $T_{\min}$ , 运动轨线为  $X^*$ , 由时间最优的定义知, 时间  $T_{\min}$  为系统所能允许的由  $X_0$  向  $X_{target}$  运动的最小时间,  $X^*$  为最优转移轨线。此时若存在另一时间  $T$ , 系统达到了  $X_{target}$ , 转移轨线为  $X$ , 若  $T < T_{\min}$ , 则与  $T_{\min}$  系统为状态转移的最小时间为的前提矛盾。若  $T > T_{\min}$ , 系统虽然达到了  $X_{target}$ , 但性能指标  $J > 0$ ,  $X$  一定不是最优轨线。

以上结论可以通过二维相平面内的轨线图为例进行说明:

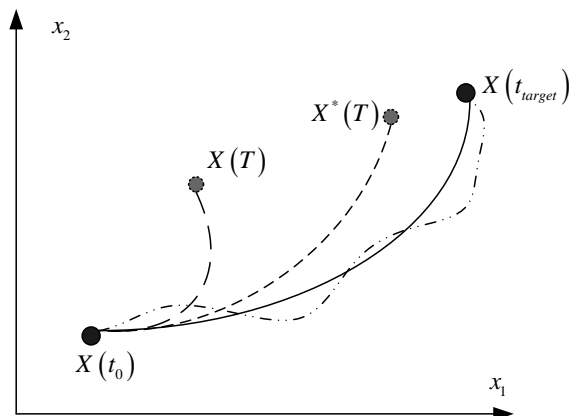


图 5.1 二维相平面内轨迹变化示意性说明

如图二维相平面,  $X(t_0)$ ,  $X(t_{target})$  为初, 末状态。灰色圆点表示  $T$  时间, 系统能达到的状态, 两点间虚线表示运动轨线,  $X^*(T)$  表示  $T$  时间, 系统达到的使评价指标  $J$  取最小的状态, 双点画划线表示由  $X(t_0)$  向  $X(t_{target})$  运动的非时间最优轨线, 实线表示时间最优轨线。令系统沿非时间最优轨线的运动的过程时间  $T(T > T_{\min})$  不断逼近  $T_{\min}$ , 其最终收敛于最优轨线。令  $X(T), J_{\min}(T)$  轨线运动时间

$T(T < T_{\min})$  不断逼近  $T_{\min}$ ，其最终也收敛到最优轨线。

## 5.4 时间最优控制问题的等效求解算法

根据以上分析知，可以在固定时间，终端自由，末态型指标的最优控制问题的基础上，用时间迭代的方法，来求解时间最优控制问题，以下是问题描述：

对于时间迭代过程，评价指标为：

$$J = \varphi(X(t_f)) = K |X(t_f) - X_{target}| \quad (5-18)$$

式中， $X(t_f)$  为  $t_f$  时刻系统状态值， $X_{target}$  为系统期望状态值。 $K$  为加权系数矩阵。

对于有控制约束的问题，性能指标化为如下增广形式：

$$\bar{J} = J + \mu \int_{t_0}^{t_f} [C(X, U, t)]^2 I(C) dt \quad (5-19)$$

哈密顿函数为：

$$H = \lambda^T f(x, u) + [C(X, U, t)]^2 I(C) \quad (5-20)$$

其中  $\lambda^T$  为拉格朗日乘子

$$\text{正则方程: } \dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad \dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (5-21)$$

$$\text{边界条件与横截条件: } x(t_0) = x_0, \quad \lambda(t_f) = \frac{\partial \varphi}{\partial x(t_f)} \quad (5-22)$$

$$\text{极小值条件: } H(x^*, u^*, \lambda, t) = \min_{u(t) \in \Omega} H(x^*, u, \lambda, t) \quad (5-23)$$

### 5.4.1 算法流程

采用数值方法进行计算，算法流程如下：

第一步：给出时间初值  $T^0$ ， $t_f = t_0 + T^0$ 。

第二步：将整个控制时段  $[t_0, t_f]$  分成相等的  $N$  段： $[t_0, t_1]$ ， $[t_1, t_2]$ ， $[t_{N-1}, t_f]$ ，在每一小段内所有  $x(t)$ ， $u(t)$ ， $\lambda(t)$  都认为保持不变，且等于其左端时刻的值， $N$  的大小取决于控制精度。

第三步：选择初始控制向量轨迹  $u^0(t)$ ， $t \in [t_0, t_f]$ ，也就是要选定  $u$  在  $N$  个分时段内的值  $u^0(t_0)$ ， $u^0(t_1)$ ， $u^0(t_{N-1})$ 。 $u^0(t)$  的初值可以随意，不超过控制边界即可。

第四步：按照选定的  $u^K(t_j)$ ,  $j=0,1,\dots,N-1$  和初值条件,  $x(t_0)=x_0$ , 求出状态变量的轨迹,  $x^K(t_0), x^K(t_1), \dots, x^K(t_{N-1}), x^K(t_f)$ ,  $K$  为迭代次数。求出状态变量  $x^K(t)$  后, 判别  $\bar{J}$  是否为极小, 若不是, 进行第五步, 如果是, 进行第七步。

第五步：通过  $x^K(t)$  由正则方程求得对应的  $\lambda^K(t)$ 。

第六步：由  $x^K(t)$ ,  $\lambda^K(t)$  根据最小值原理, 确定  $u^{K+1}(t)$ , 具体计算采用非线性规划的方法来解决。

第七步：根据  $x^K(t)$ , 计算性能指标  $\bar{J}$  是否为 0, 实际取一个很小的阈值, 如果是, 则算法结束, 如果不为 0, 根据  $\bar{J}$ , 确定时间增减的方向, 修改迭代时间  $T^1 = T^0 + \Delta T$ , 回到算法第四步。

以方框图表示成如下形式：

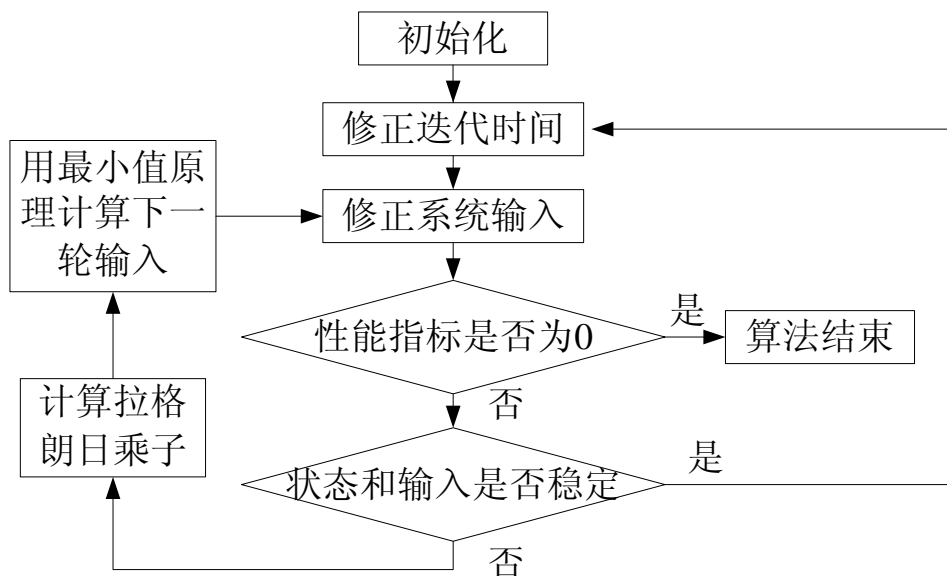


图 5.2 等效求解时间最优控制算法流程图

#### 5.4.2 算法示例

为了说明算法的有效性, 以待求问题(5-1) 为例, 适当简化后:

$$\text{系统状态方程: } \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{约束条件: } u_1^2 + u_2^2 \leq 1$$

$$\text{初始状态和目标状态: } x_1(t_0)=5, x_2(t_0)=9, \quad x_1(t_f)=1, x_2(t_f)=1$$

$$\text{优化指标: } J = \int_{t_0}^{t_f} dt$$

根据本文提出的算法转化成固定时间，末端自由的迭代问题：

将末态给定成目标状态： $X_{target} = X(t_f)$

优化指标变为：

$$J = \sum_{i=1}^2 \left( x_i(t_f) - x_{i-target} \right)^2 = [x_1(T) - 1]^2 + [x_2(T) - 1]^2,$$

求极小值。

由于系统存在输入约束，扩展最优指标：

$$\begin{aligned} \bar{J} &= J + \mu \int_{t_0}^{t_f} (u_1^2 + u_2^2 - 1)^2 I(C) dt \\ &= [x_1(T) - 1]^2 + [x_2(T) - 1]^2 + \mu \left[ (u_1^2 + u_2^2 - 1)^2 I(C) (t_f - t_0) \right] \end{aligned}$$

$$I(C) = \begin{cases} 0 & C < 0 \\ 1 & C > 0 \end{cases}, \text{ 同时令: } \mu = 1000$$

由于性能指标  $J \geq 0$ ，由性能指标可以看出，当控制输入达到控制边界，即  $u_1^2 + u_2^2 = 1$  时：

$$\mu \int_{t_0}^{t_f} (u_1^2 + u_2^2 - 1)^2 I(C) dt = 0$$

性能指标简化为： $\bar{J} = J$

这和时间最优的 bangbang 控制是控制量的选取方式是一致的。

哈密顿函数：

$$H = (u_1^2 + u_2^2 - 1)^2 I(C) + \lambda_1(-x_1 + u_1) + \lambda_2(-x_2 + u_2)$$

程序给定以下参数：

$N = 50$ ， $T = 2.5$ ，迭代时间步长  $\Delta T = 0.1$ ，算法结束条件  $J < 0.02$ 。

当  $T$  从 2.5 变化到 3.8， $T$  和  $J$  存在如下关系：

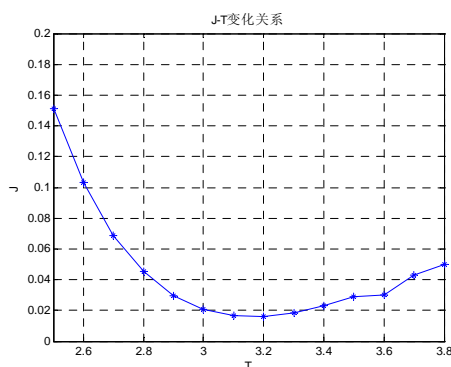
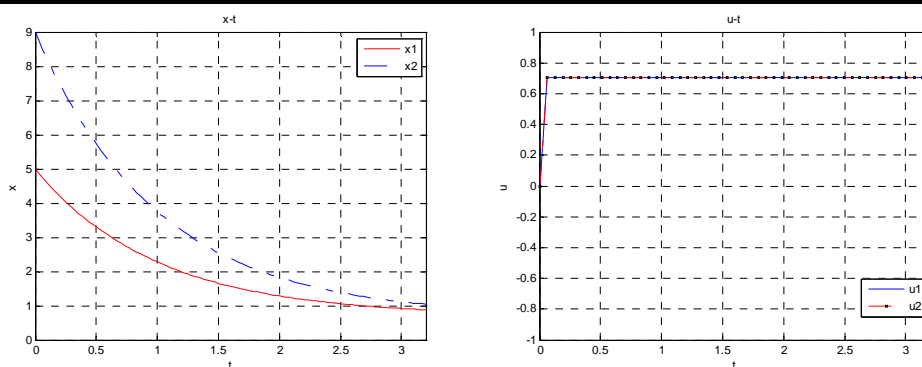


图 5.3  $T$  和  $J$  变化关系图

由图知  $T = 3.2s$  的时候， $J$  满足精度要求，且取到最小值，此时的系统输入和状态变化如下图：

图 5.4  $X-t$ ,  $u-t$  变化关系图

由结果知，在误差允许的范围内，可以认为系统 3.2s 由初始态转移到目标状态，其控制输入已达最大，3.2s 近似为系统能够最优控制转移到目标状态的最短时间。

### 5.4.3 算法分析

对以上算法，从以下几个方面予以评价：

空间复杂度：

以上算法在计算过程中，需要存储的量为：每一次迭代的系统输入  $u^K(t)$ ，状态量  $x^K(t)$ ，由于计算过程为循环迭代过程，每两次迭代过程只对同一变量进行刷新，不储存历史信息，因此，空间复杂度小，存储空间不随迭代次数增加而增加。

时间复杂度：

根据算法第六步，在每次由  $x^K(t)$ ， $\lambda^K(t)$ ，确定  $u^{K+1}(t)$  的时候，对于每一个  $u^{K+1}(t_j)$  的求解均采用一次非线性规划的方法，即完成一个周期的计算，需要进行  $N$  次非线性规划，由于非线性规划的搜索过程较慢，因此计算时间复杂大，致使算法不能应用于实时性强的环境。

算法收敛性：

由于算法过程循环过程中存在三个收敛过程，迭代时间  $T$  的收敛，性能指标  $J$  的收敛，和哈密顿函数  $H$  的收敛。由于  $J$  中仅包含系统的末态约束，没有包含状态约束，因此在确定状态序列时，搜索量太大，难以保证其收敛性，实际计算中也曾出现了不收敛的情况，这也限制了算法的应用。

初值选取：

算法中需要选取两个初值，初始迭代时间  $T$  和求哈密顿函数  $H$  时输入  $u^K(t)$  的初值。

对于初始迭代时间  $T$ ，如果时间给的过长，一定能达到算法终止，但算法本身



失去意义，如果给的过短，则时间迭代次数太多，（每增加一次时间迭代过程将增加  $N$  次非线性规划的计算量）计算耗时多。

解决的办法是：结合实际问题，根据经验知识，给定一个和实际最优时间距离较近的时间初值，使两者的时间差尽量小，以此来减少迭代时间迭代次数。

以本文所求问题为例：根据实际的物理意义，全向移动平台具有移动最大速度  $V_{MAX}$ ，移动平台初始位置和末位置之间的距离为  $D = \sqrt{(x_{2t_f} - x_{2t_0})^2 + (x_{4t_f} - x_{4t_0})^2}$ ，则令  $T = \frac{D}{V_{MAX}}$ ，则此初值的给定方法避免了从 0

开始搜索的过程，减少了算法时间。

对于哈密顿函数  $H$  的初值选取，由于非线性规划方法的求解和初值的选取有很大关系，初值选取不当会计算过程导致陷入局部最小甚至无解的情况，对这种情况只能通过实验的方法来选取初值。

综上所述，此方法虽然从原理上可以解决时间最优控制问题，但在算法实现过程中非线性规划方法本身存在局限性，及算法收敛性过程慢，限制了算法的应用，必须进行改进。

#### 5.4.5 算法改进

如上一节所述，用等效算法去解决最优时间控制问题，虽然原理可行，但存在一些问题，特别是收敛慢问题，本节将对算法过程作进一步的处理，以提高算法的收敛速度。

分析最优控制的指标：

$$J = \varphi(X(t_f)) = K |X(t_f) - X_{target}| \quad (5-24)$$

可知，由于优化指标中仅包含末态信息，并未对状态轨迹加以约束，系统从初始态到末态有无限多种运动轨线，因此，通过算法搜索，要得到使性能指标取得极值的运动轨线，其收敛过程较慢，因此需要改进。

进一步分析，时间最优控制的本质是系统以最大输入使系统由初始状态向末状态运动，系统状态以最快的变化率向目标状态变化。系统状态的变化率最快是其典型特征。对系统状态变化率也可以以多种方式来描述，一种可行的定义方式为：使系统每一时刻的状态均是这一时刻系统可达状态中离目标状态最近的状态。加入这一约束后，系统相当于加入了状态约束。此时系统以每一时刻系统的状态和目标状态的偏差均为极小值作为优化指标。如此一来，原先定义的性能指标为在新指标在  $t_f$  时刻的一个特例。通过这种处理方式，最优状态轨迹的收敛过程可以大大加快。

在改进算法中，性能指标变为：

$$J_i = \varphi(X(t_i)) = \|X(t_i) - X_{target}\| = \|X(t_{i-1} + \Delta T) - X_{target}\| \quad (5-25)$$

其中， $X(t_i)$  为  $t_i$  时刻系统的所有可达状态，其中  $t_{i-1}$  时刻系统状态为  $X(t_{i-1})$ ， $\Delta T$  为计算时间步长。问题中的其余条件均不变。

由此，改进的算法流程为：

原算法流程，第一二步不变。

第三步：由初始状态，在  $\Delta T$  的时间改变下，求满足控制约束的  $u(t_0)$ ，使系统状态由  $X(t_0)$  变化到  $X(t_1) = X(t_0 + \Delta T)$ ，并满足  $J_1 = \|X(t_0 + \Delta T) - X_{target}\|$  取极小值，计算过程仍由非线性规划的方法来完成。

第四步：以  $X(t_1)$  为初始状态，求  $X(t_2) = X(t_1 + \Delta T)$ ，仍满足  $J_1 = \|X(t_1 + \Delta T) - X_{target}\|$  为极小，依次递推，直到  $X(t_f)$ 。

原算法第五至七步不变。

可以看出，修改后的算法使最优轨线的产生大大加快，仅经过  $N$  次非线性规划即能完成，一轮计算完成后得到的  $x(t)$  可以认为是最优轨线， $J_N$  已达极小，进行算法第七步，或者，进行原算法流程的第五步，对满足  $J_i$  的  $x(t)$  轨线进行校验，看  $x(t)$  是否稳定。由于校验过程费时较多，可直接认为一轮迭代完成后的轨线即是最优轨线。

算法流程图变为：

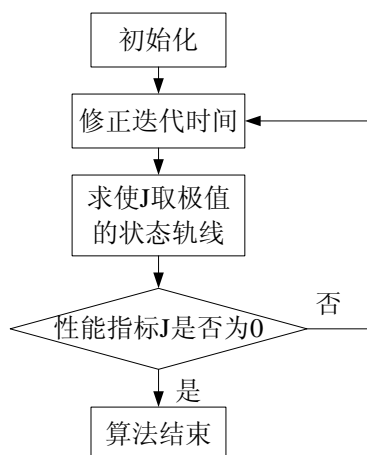
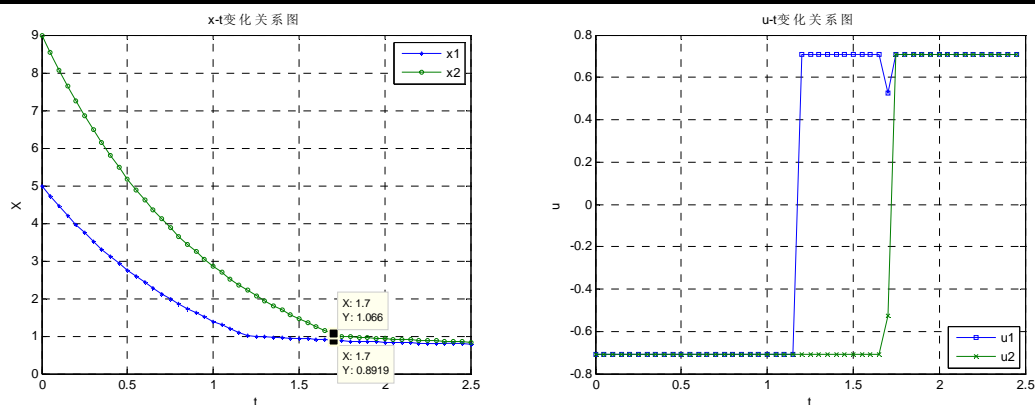
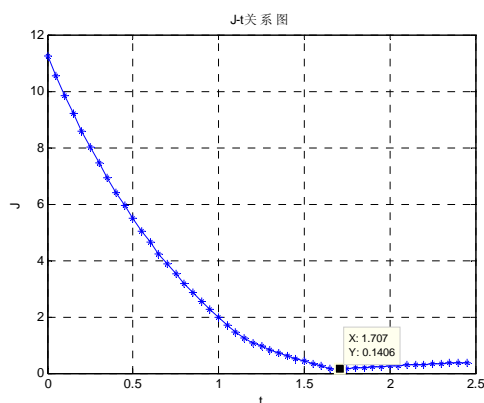


图 5.5 改进后的算法流程图

#### 5.4.6 实验结果

仍算法示例中的问题，初始条件不变，采用改进算法，仿真结果如下图：

图 5.6  $X-t$ ,  $u-t$  变化关系图图 5.7  $J-t$  变化关系图

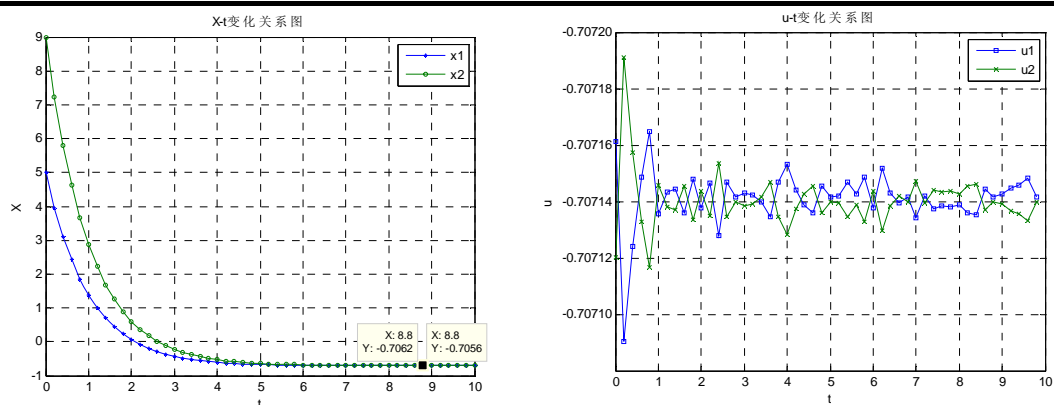
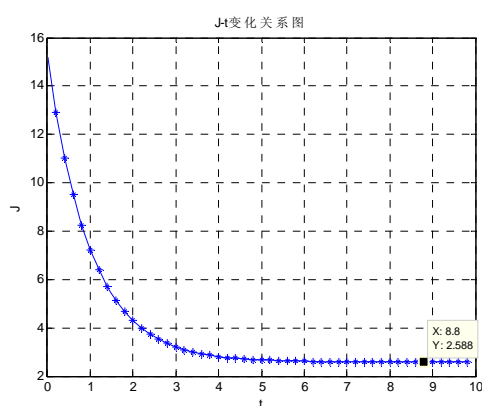
由仿真结果可知，优化指标  $J$  单调递减收敛到极值 0.1046，认为以收敛到 0。在达到极值后极值时间之后，性能指标处于稳态，在优化指标  $J$  达到稳态值之前，系统输入始终在控制允许边界上取，达到控制输入的最大化。和未优化之前的算法相比，达到极值的时间更短，说明算法更加有效。

对于目标状态已超出系统可达区域，控制无法收敛到目标状态的情况，算法仍然有效，如给定如下情况：

初始状态和目标状态： $x_1(t_0)=5, x_2(t_0)=9$ ,  $x_1(t_f)=-2, x_2(t_f)=-2$

此时仿真结果如图 5.8, 5.9:

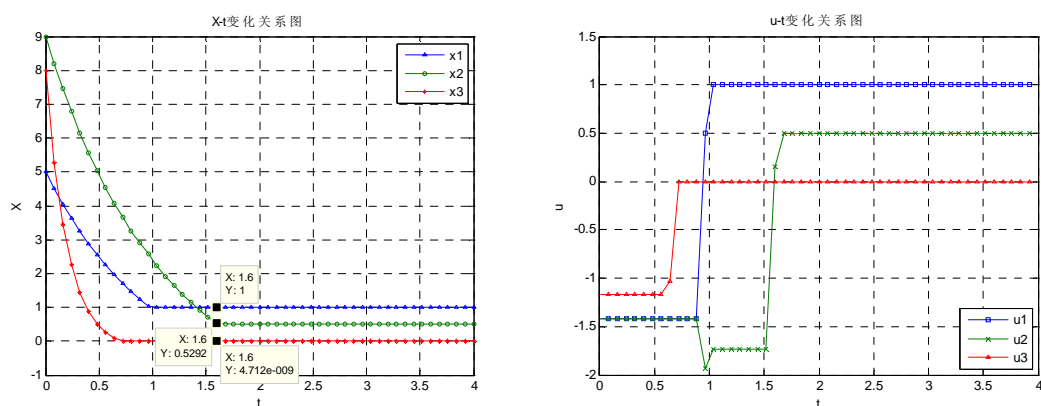
由仿真结果可知，由于系统末状态在控制输入受限的情况下无法达到，系统状态存在稳态误差，优化指标  $J$  此时始终无法收敛到 0，而是稳定在一个阈值范围内，这证明可以通过  $J$  的收敛程度来评价系统是否运动到指定状态。在优化指标  $J$  达到稳态值之前，控制输入仍然在控制边界上取，略有波动，达到控制的最大化。

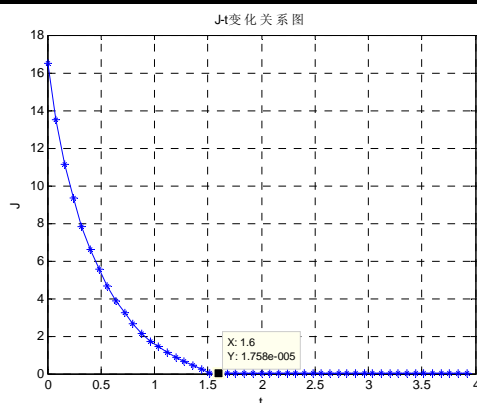
图 5.8  $X-t$ ,  $u-t$  变化关系图图 5.9  $J-t$  变化关系图

对于由公式(5-1)(5-2)描述的问题，算法过程同样有效。

取系统参数  $\frac{2mL^2}{J} = 5$ ，初始状态和目标状态为： $x_1(t_0) = 5, x_2(t_0) = 9, x_3(t_0) = 8$ ，

$x_1(t_f) = 1, x_2(t_f) = 0.5, x_3(t_f) = 0$ ，仿真结果如下：

图 5.10  $X-t$ ,  $u-t$  变化关系图

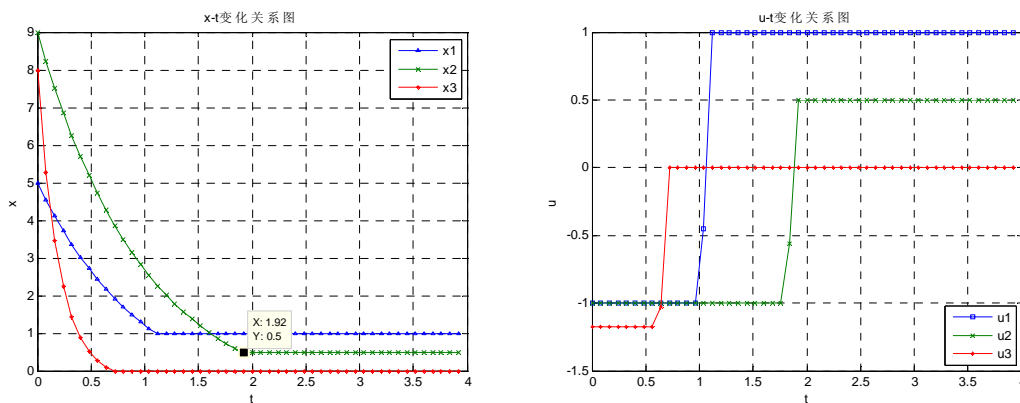
图 5.11  $J-t$  变化关系图

由仿真结果知，对三维问题，算法同样有效。优化指标  $J$  很快收敛到 0.00001，且收敛过程单调。优化指标达到极值时，系统状态也达到目标状态，在优化指标  $J$  达到稳态值之前，整个控制过程控制输入仍然在最大控制边界上取，达到最大化。

如果将系统输入约束解耦成如下形式：

$$\begin{cases} |q_x| \leq 1 \\ |q_y| \leq 1 \\ -4 + 2\sqrt{2} \leq q_\theta \leq 4 - 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (5-26)$$

则此时时间最优控制问题变成 bangbang 控制，问题模型不变，初始条件不变，结果如下：

图 5.12 系统输入解耦后  $X-t$ ,  $u-t$  变化关系图

由图可知，在进行解耦之后，所有状态全部收敛到目标状态的为 1.92 单位时间，与不解耦之前，相比，整体收敛速度长了 0.32 单位时间，这说明在了解耦的条件下，系统性能要优于解耦之后的系统性能。再对比其控制输入可以发现，改进算法和 bangbang 控制算法控制输入一样，所取值基本都处于控制约束的边界上，这说明改进算法能保证系统处于最大输入状态。

根据以上仿真实验结果，可以得出以下几个结论：

- 
- 1: 采用的性能指标:  $J_i = \varphi(X(t_i)) = \|X(t_i) - X_{target}\| = \|X(t_{i-1} + \Delta T) - X_{target}\|$ , 无论系统是否能达到目标状态,  $J$  达到在达到其极小值前均单调收敛, 如果系统能达到目标状态, 性能指标  $J$  可以收敛到 0, 这一性质满足算法分析中对  $J$  的要求。
  - 2: 在此算法过程中, 控制输入始终在控制边界上取得, 达到控制输入最大化, 可以认为是系统状态为最大变化过程, 其达到性能指标  $J$  的极小值的时间认为基本等于时间最优控制的时间。
  - 3: 在求解同一问题时, 系统在控制输入不解耦时与解耦时系统的性能相比, 有一定程度的优化, 这证明了本文提出的算法有效。同时, 对比两种条件下的控制输入, 可以看出, 本文提出的算法能保证系统输入始终处于控制允许的最大边界上, 这一特性和解耦后时间最优的 bangbang 控制类似, 可以用来求解时间最优控制的问题。

## 5.5 足球机器人比赛背景下全向移动平台实际控制问题

在上一节中, 为了提高系统性能, 提出了一种可以近似求解时间最优控制问题的算法, 本节将以中型组足球机器人的比赛为背景, 研究此控制方法在全向移动平台中的应用。

将本节提出的控制方法在实际平台上使用, 有三个需要解决的问题, 第一: 系统的控制输入为电压。由于目前的直流电机不具有电压反馈, 只具有转速反馈, 若对电机采用开环电压控制, 存在一定问题。第二: 采用本文的算法, 在计算最优轨线时, 需要进行多次非线性规划的计算, 耗时量大, 实时性差, 这和机器人比赛中对算法能再线计算的要求存在矛盾。第三: 最优控制中对模型参数的准确度要求高, 如果出现参数失配, 或者状态的观测噪声很大的情况, 实际的控制效果并不理想。

为了克服以上困难, 能将以上方法付诸实践, 根据 Tamás Kalmár-Nagy 等人的研究, 可以采用基于时间最优控制的轨迹规划方法来解决实际问题, 其方法简要介绍如下:

第一步: 由感知系统获得机器人的当前状态 (系统的平动速度, 转动速度), 由规划系统获得机器人的目标状态。

第二步: 将控制过程分为多个控制周期, 认为每个周期控制输入不变。根据本文提出的算法, 由系统当前状态和目标状态, 计算下一周期系统的最大可达状态。

第三步: 由全向移动平台底层运动控制系统跟踪下一时刻的状态。之后回到第一步。

---

采用以上方法，有几点好处：第一，回避了对电机电压的直接控制，而转为对电机转速的控制，控制更为方便。第二，每周期只需进行一次非线性规划，得到下一周期可达状态即可，计算量减少，适于在线计算。第三，速度的跟踪由底层运动控制系统完成，减少了算法本身对系统参数的依赖性，方法通用性增强。

按照以上方法，就可以将本文提出的方法应用于中型组足球机器人的比赛中。

## 5.6 小结

本章主要研究了以下问题：将第五章中提出的几个典型全向移动平台的控制问题合理划归为时间最优控制问题，由于约束条件下时间最优控制问题难以求得解析解，因此采用了数值解法。为满足数值解法中，求解时间必须为固定时间的要求，将时间最优控制中的时间自由，末态固定问题的转化成一个末态自由，时间固定的对立问题。在新问题中，通过设立合适的性能指标，使得可以通过末态自由，时间固定的问题进行时间迭代的方法，来逼近解决时间最优控制问题，求得最优时间的近似解。之后针对算法中最优轨线收敛速度较慢的不足，提出了改进算法。在改进算法中，优化指标迭代变化，收敛速度显著加快。通过仿真实验验证了算法的有效性。

## 第六章 结论与展望

### 6.1 结论

本文以中型组足球机器人为研究对象，以足球机器人比赛为研究背景，进行了以下的工作：

针对中型组足球机器人比赛对全向移动平台的技术要求，首先分析对比现有全向轮的优缺点。针对现有全向轮存在的缺点，设计了一种改进的新结构的全向轮。实践证明，新结构全向轮摩擦力大，运动平稳，达到设计要求。同时，还对移动平台的原理进行分析，根据实际情况，确定了四个全向轮对称分布的 NuBot 全向移动平台构型。之后，为了有效减少轮系空程，设计了新的连轴结构。同时还设计了结构紧凑的全向轮轮系。通过实践检验，移动平台原理分析正确，实际使用效果良好，符合设计要求。

针对目前在足球机器人控球方面研究还比较少的现状，分析了基于目前结构形式的 RoboCup 中型组足球机器人的主动控球机构的原理，对机构进行了受力分析，运动学分析。分析方法和结果对被动控球机构同样适用；并根据原理设计了主动带球机构实物。同时针对不同运动情况提出了对电机进行转速和转矩分时控制的方法，实验和实际比赛情况表明，理论分析正确，控制方法有效，解决了 RoboCup 中型组足球机器人的一个技术难题。

根据机器人足球比赛对全向移动平台运动控制研究的需要，研究了全向移动平台的模型，包括运动学模型和动力学模型及相应的控制模型。分析结果表明，全向移动平台的控制模型具有非线性，时变，冗余的特点。为方便控制，对控制模型进行了合理简化，首先将输入域解耦，将四个输入等效成三个输入。之后通过合理假设，消除了系统中的耦合项，最终得到了一个具有输入约束的线性模型。本章还详细分析了足球机器人在比赛过程中的典型运动状况，对全向移动平台在不同状况下的运动控制要求分别进行了描述，为问题下一步的解决打下了基础。

在控制模型提出之后，将中型组足球机器人比赛中典型的控制问题划归为时间最优控制问题，由于约束条件下时间最优控制问题难以求得解析解，因此采用了数值解法。为满足数值解法中，求解时间必须为固定时间的要求，将时间最优控制中的时间自由，末态固定问题的转化成一个末态自由，时间固定的对立问题。在新问题中，通过设立合适的性能指标，使得可以通过末态自由，时间固定的问题进行时间迭代的方法，来逼近解决时间最优控制问题，求得最优时间的近似解。之后针对算法中最优轨线收敛速度较慢的不足，提出了改进算法。在改进算法中，优化指标迭代变化，收敛速度显著加快。通过仿真实验验证了算法的有效性。



## 6.2 展望

中型组足球机器人比赛目前仍处在一个快速发展进步的阶段，应用这个背景展开的相关研究仍在不断深化中，在机械系统设计和运动控制方面仍有许多方面值得深入研究：

足球机器人本体设计目前在各方面还未达到稳定成熟的阶段，对某些组成部分的原理研究尚未完全清楚，需要进一步深入研究。

对全向移动平台运动控制方法的研究，目前真正获得实际运用的方法还较少，对实际可用的运动控制方法，有待于进一步深入研究。

时间最优控制问题，其本身虽然有很强的工程背景和很高的应用价值，本文提出的方法，可以近似求解时间最优问题，但由于其求解计算耗时，限制了其在实时环境下的应用，有待进一步改进。

## 结 束 语

## 致 谢

硕士阶段的学习生活即将结束，不久我将要结束学生生涯奔赴工作岗位。回忆过往，有些感慨和不舍。两年半的时间，说短不短，这里的人和事，我都历历在心，回忆起来格外温暖，在此真心感谢在这两年半里和我一起走过的人们。

首先衷心感谢我的导师郑志强教授！对于如何学习，如何做事，如何做研究，郑老师都给予我悉心的指导，我所作出的成绩都凝聚着导师的心血和汗水，郑老师以他高深的学术造诣、丰富的工程经验、敏锐的洞察力，引导我不断进步。求学期间，郑老师一丝不苟的科学态度，严谨执著的学术作风，求实创新的科研精神，平易近人的导师风范，为我树立了学习的榜样，使我永生难忘。恩师之情，难以言表，谨在此向郑老师表示诚挚的感谢和崇高的敬意！

感谢张辉老师和李迅老师，在实验室的工作和论文的写作过程中，张老师均给予我极大的关心和指导，使得我在完成实验室工作的同时得以顺利完成论文工作，张老师对工作求真，务实，对学生平易，负责，是我学习的好榜样。

感谢海丹师兄，卢惠民师兄，王祥科师兄一直以来对我各个方面的关心和帮助，使得我能够克服实验室工作中，论文写作过程中的遇到的各种困难，你们优秀的为人，顽强的拼搏精神，扎实的理论功底，超强的动手能力，勤勉的工作态度，都令人敬佩，从你们身上，我学到很多很多，十分感谢你们。

同样还要感谢孙未蒙师兄，李鹏师兄，张力师兄，范金华师兄，秦伟伟师兄，在我论文遇到困难的时候是你们给我关键的指导和帮助，感谢你们。

另外还要感谢实验室的兄弟们：孙方义，渠瀛，李勇，杨绍武，肖军浩，邬林波，朱登科，蔡向东，董鹏，唐帅，钱少科。忘不了大家通力合作，一起攻关，搞比赛的日子，和你们在一起的日子，日子过得很充实，青春的岁月，没有虚度。

还要感谢负责机械加工的王师傅和吴工程师及罗工程师，他们以丰富的经验、娴熟的技能为实验室解决了大量问题，承担了大量繁重的加工工作。

感谢我的女友梁琴，感谢你一直以来在精神上，生活和工作中给予我的关心，在我困难的时候也是你一直坚定地支持我，深深感谢你。

还有那些给予过我关心和帮助，但在此没有提到的朋友们，谢谢你们！

对于我的父母亲，感谢两个字已经不能表达我对你们的感激之情。养育之恩，无以回报，只希望你们能身体健康，天天快乐。

再次感谢曾经关心我、支持我和帮助过我的人们！谢谢你们！

## 参考文献表

- [1] Hikari Fujii, Yusuke Ohde, Masayuki Kato, Fumitaka Otsuka, Naoko Sema, eigen team description. Technical Report B-10-03, Eigen-Berlin. June 2003.
- [2] Raul Rojas: Omni-directional Control, FreieUniversityBerlin, Technical Report B-10-03, FU-Berlin, June 2003.
- [3] K Watanabe, Y Shiraishi, S G Tzafestas, J Tang, and T Fukuda: Feedback Control of an Omni-directional Autonomous Platform for Mobile Service Robots. Journ. Intelligent and Robotic Systems, 22 (1998) 314-33
- [4] F G Pin and S M Killough: A New Family of Omni-directional and Holonomic Wheeled Platforms for Mobile Robots, IEEE Transactions on Robotics and Automation 10(4), Aug (1994) 480-489
- [5] Ashmore M and Barnes N: Omni-drive robot motion on curved paths: The fastest path between two points is not a straight-line. In Proc Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, Dec. 2002, 225-236.
- [6] Jae-Bok Song, Kyung-Seok Byun, Design and Control of a Four-Wheeled Omni-directional Mobile Robot with Steerable Omni-directional Wheels, Journal of Robotic Systems, Wiley Periodicals, Vol. 21, No. 4, pp. 193-208, 2004.04
- [7] Tamás Kalmár-Nagy, Raffaello D'Andrea, Pritam Ganguly Near-Optimal Dynamic Trajectory Generation and Control of an Omni-directional Vehicle. [C] //Proceedings of the American Control Conference. Alaska, USA: IEEE2002, 1:285-291.
- [8] Roland Hafner, Sascha Lange, Martin Lauer, and Martin Riedmiller Brainstormers Tribots Team Description.RoboCup 2008 SuZhou, CD-ROM, SuZhou, China, July, 2008.
- [9] Yusuke Sato,Shuji Yamaguchi, et.al.Hibikino-Musashi. Team Description Paper. RoboCup 2008 SuZhou, CD-ROM, SuZhou, China, July, 2008.
- [10] J.L.Azevedo,N.Lau, G. Corrente et.al. CAMBADA'2008: Team Description. PaperRoboCup 2008 SuZhou, CD-ROM, SuZhou, China, July, 2008.
- [11] J.J.M. Lunenburg and G. v.d. Ven (Eds.) Tech-United Team Description. RoboCup 2008 SuZhou, CD-ROM, SuZhou, China, July, 2008.
- [12] Hui Zhang, Huimin Lu, Xiucui Ji, et.al. NuBot Team Description Paper 2008. RoboCup 2008 SuZhou, CD-ROM, SuZhou, China, July, 2008.
- [13] RoboCup, Middle size robot league rules and regulations for 2008 (2008).URL <http://www.RoboCup2008/RoboCup-mid/index.html>
- [14] Yoshihiko Nakamura, Tatsuro Endo: An Omni-directional Vehicle on a Basketball.

- 
- 
- [15] 李金镗. 大学物理[M].2 版.北京: 科学出版社, 2000.
  - [16] 丛爽,李泽湘. 实用运动控制技术[M].北京: 电子工业出版社, 2006.
  - [17] 谷东兵, 胡豁生.移动机器人的运动预测控制[J].仪器仪表学报.2000,21(2):155-158.
  - [18] 郭旭, 熊蓉, 胡协和.全方位移动机器人的运动预测控制[J].电机与控制学报.Vol.11 No.1 Jan.2007
  - [19] 许巍丽, 孙茂相.全方位移动机器人鲁棒控制[J].沈阳工业大学学报.Vol.29 No.3 Jun.2007
  - [20] 张翮.全方位移动机器人的运动建模与控制.学位论文.浙江: 浙江大学.20050201
  - [21] 徐勇明.四轮足球机器人的研制与控制方法研究.学位论文.安徽: 中国科学技术大学.20050401
  - [22] 周科. RoboCup 小型组(F-180)足球机器人的运动控制和路径规划.学位论文.浙江: 浙江大学.20040402
  - [23] 皮骄阳.足球机器人运动控制算法研究及控制系统设计.学位论文.合肥: 中国科学技术大学.20060501
  - [24] 季秀才.RoboCup 小型组机器人运动控制研究.学位论文.湖南: 国防科学技术大学.20031101
  - [25] 聂晓璐,全方位小型组足球机器人运动性能研究.学位论文.天津: 天津大学.20060201
  - [26] 海丹.全向移动平台的设计与控制,学位论文.湖南: 国防科学技术大学.20051101
  - [27] 高卓艳.时间最优控制的 Mayer 逼近算法.学位论文.广西: 贵州大学.20070501
  - [28] 程丽丽, 武玉强.有限时间收敛控制与时间最优控制性能指标指标分析[J].曲阜师范大学学报.Vol.33 No.3 July 2007.
  - [29] 刑及祥, 张春蕊, 徐洪泽. 最优控制应用基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 172-178
  - [30] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 第四版. 北京: 科学出版社, 2001. 516-537
  - [31] 程国采. 航天飞行器最优控制理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. 1-129
  - [32] 李人厚译. 自主移动机器人导论[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2006. 33-35

## 作者在学期间取得的学术成果

作者在攻读硕士学位期间发表的论文

- [1] 卢盛才, 海丹, 王祥科, 孙方义, 郑志强. RoboCup 中型组足球机器人主动控球机构设计与控制[J]. 机电工程 (已录用).
- [2] 郑志强, 卢惠民, 王祥科, 肖军浩, 卢盛才, 杨绍武. RoboCup 中型组足球机器人系统关键技术研究综述[C]. 2009 中国自动化大会, 杭州.

作者在攻读硕士学位期间获得的奖励

- [1] 2007 年 山东济南 中国机器人大赛暨第二届 RoboCup 中国公开赛, 获 RoboCup 中型组 2vs2 冠军
- [2] 2007 年 山东济南 中国机器人大赛暨第二届 RoboCup 中国公开赛, 获 RoboCup 中型组 4vs4 冠军
- [3] 2007 年 山东济南 中国机器人大赛暨第二届 RoboCup 中国公开赛, 获 RoboCup 救援组冠军
- [4] 2008 年 广东中山 中国机器人大赛暨第三届 RoboCup 中国公开赛, 获 RoboCup 中型组冠军
- [5] 2008 年 广东中山 中国机器人大赛暨第三届 RoboCup 中国公开赛, 获 RoboCup 救援组冠军
- [6] 2009 年 奥地利格拉兹 RoboCup2009 机器人足球世界杯, 中型组八强

## 附录 A 附录 A 题目

附录 A 内容

## 附录 B 附录 B 题目

附录 B 内容