

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
КАФЕДРА «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

**Отчёт**  
**по лабораторной работе №1**  
**по дисциплине**  
**«Интервальный анализ»**

Выполнил:  
Анищенко Михаил Денисович  
группа:  
5030102/00201

Проверил:  
к.ф.-м.н., доцент  
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2023 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Теория</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Реализация</b>	<b>2</b>
3.1	Описание алгоритма . . . . .	2
<b>4</b>	<b>Результат</b>	<b>2</b>

## 1 Постановка задачи

Пусть дана вещественная матрица (1.1)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

и неотрицательное число

$$\Delta \in [0, \min\{a_{ij}, i, j = \overline{1, 2}\}] \quad (1.2)$$

Построим интервальную матрицу следующего вида

$$A = \begin{pmatrix} [a_{11} - \Delta, a_{11} + \Delta] & [a_{12} - \Delta, a_{12} + \Delta] \\ [a_{21} - \Delta, a_{21} + \Delta] & [a_{22} - \Delta, a_{22} + \Delta] \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Необходимо найти  $\min\{\Delta | 0 \in \det A\}$ .

В целях конкретизации и возможности проверки решения будем использовать следующую матрицу

$$A = \begin{pmatrix} [1.05 - \Delta, 1.05 + \Delta] & [1 - \Delta, 1 + \Delta] \\ [1 - \Delta, 1 + \Delta] & [0.95 - \Delta, 0.95 + \Delta] \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

## 2 Теория

Укажем основные арифметические операции для интервалов:

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] \quad (2.1)$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c] \quad (2.2)$$

$$[a, b] \cdot [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \quad (2.3)$$

$$\frac{[a, b]}{[c, d]} = \left[ \min\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right), \max\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right) \right] \quad (2.4)$$

$$\text{mid}[a, b] = \frac{1}{2}(a + b) \quad (2.5)$$

$$\text{wid}[a, b] = (b - a) \quad (2.6)$$

$$\text{rad}[a, b] = \frac{1}{2}(b - a) \quad (2.7)$$

## 3 Реализация

Для решения данной задачи была написана программа на языке Python. Дополнительно был реализован класс Interval, описывающий интервальную арифметику для удобства написания кода.

### 3.1 Описание алгоритма

1. Проверим вхождение нуля в интервал  $\det A$  при максимально допустимом значении.
2. Если  $0 \notin \det A$ , то данная задача не имеет решения. Иначе переходим к шагу 3.
3. Если  $\det A$  является симметричным интервалом, то минимальное значение  $\Delta$  равно 0, так как  $0 = \text{mid}[a, b]$ .
4. Рассмотрим весь допустимый интервал возможных значений  $\Delta$ . Методом половинного деления будем сужать его до тех пор, пока не достигнем точности  $\varepsilon = 10^{-14}$ .

## 4 Результат

Действуя согласно описанному алгоритму, мы получаем  $\min \Delta \approx 0.00062499$ . В таком случае мы получаем  $\det A = [-0.005, 0.0]$ .