

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по Лабораторной работе №1 по курсу «Анализ Алгоритмов»

на тему: «Редакционное расстояние»

Студент группы ИУ7-51Б		Савинова М. Г.	
	(Подпись, дата)	(Фамилия И.О.)	
Преподаватель		Волкова Л. Л.	
	(Подпись, дата)	(Фамилия И.О.)	
Преподаватель		Строганов Ю. В	
	(Подпись, дата)	(Фамилия И.О.)	

Содержание

Bı	Введение				
1	Ана	алитическая часть	4		
	1.1	Расстояние Левенштейна	4		
	1.2	Расстояние Дамерау — Левенштейна	5		
2	Конструкторская часть				
	2.1	Требования к программному обеспечению	6		
	2.2	Разработка алгоритмов	6		
	2.3	Описание используемых типов данных	12		
3	Tex	нологическая часть	13		
	3.1	Средства реализации	13		
	3.2	Сведения о модулях программы	13		
	3.3	Реализация алгоритмов	14		
	3.4	Функциональные тесты	20		
4	Исс	следовательская часть	21		
	4.1	Технические характеристики	21		
	4.2	Демонстрация работы программы	21		
	4.3	Временные характеристики	23		
	4.4	Характеристики по памяти	25		
	4.5	Вывод	27		
За	клю	рчение	28		
Cı	писо	к использованных источников	29		

Введение

Расстояние Левенштейна — это метрика, используемая для измерения разницы между двумя строками. Она вычисляет минимальное количество односимвольных изменений (вставок, удалений или замен), необходимых для преобразования одной строки в другую.

Расстояние Левенштейна используется в различных областях [1]:

- 1) проверка орфографии: выявление и исправление ошибок для слов на основе их расстояния Левенштейна.
- 2) **анализ последовательности ДНК:** измерение сходства между последовательностями ДНК позволяет исследователям сравнивать и анализировать генетические данные.
- 3) обработка естественного языка: используется в таких задачах, как классификация текстов, поиск информации и машинный перевод, для определения сходства между текстами.

Расстояние Дамерау — Левенштейна — это мера разницы двух строк, которая определяется наименьшим количеством необходимых действий (вставок, удалений, замен или перестановок соседних символов) для преобразования одной строки в другую.

Целью данной лабораторной работы является изучение, реализация и исследование алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна.

Необходимо выполнить следующие задачи:

- описать алгоритмы поиска расстояний Левенштейна и Дамерау Левенштейна для нахождения редакционного расстояния между строками;
- 2) реализовать данные алгоритмы;
- 3) выполненить сравнительный анализ алгоритмов по затрачиваемым ресурсам (времени, памяти);
- 4) описать и обосновать полученные результаты в отчете.

Аналитическая часть

Расстояние Левенштейна

Расстояние Левенштейна [2] — это минимальное количество редакторских операций вставки, замены и удаления, которые необходимо выполнить для преобразования одной строки в другую.

Каждая операция имеет свою цену(w). Редакционное предписание это последовательность операций с сумарной минимальной стоимостью, которую необходимо выполнить для получения из первой строки вторую. Эта цена и есть искомое расстояние Левенштейна.

Введем следующие обозначения:

- 1) I (от англ. insert) вставка ($w(\lambda, b) = 1$);
- 2) **R** (от англ. replace) замена $(w(a, b) = 1, a \neq b)$;
- 3) **D** (от англ. delete) удаление ($w(a, \lambda) = 1$).

Также рассмотрим функцию D(i,j): ее значением является редакционное расстояние между строками $S_1[1...i]$ и $S_2[1...j]$.

Расстояние Левенштейна между двумя строками S_1 и S_2 (длиной M и N соответственно) рассчитывается по следующей рекуррентной формуле:

$$D(i,j) = egin{cases} 0, & ext{i} = 0, ext{j} = 0 \ i, & ext{j} = 0, ext{i} > 0 \ i = 0, ext{j} > 0 \end{cases}$$
 $i = 0, ext{j} > 0$ i

где сравнение символов строк S_1 и S_2 рассчитывается таким образом:

$$m(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{если a} = b, \\ 1 & \text{иначе.} \end{cases}$$
 (1.2)

1.2 Расстояние Дамерау — Левенштейна

Расстояние Дамерау — Левенштейна [1] — это мера разницы двух строк, определяемая как минимальное количество операций вставки, удаления, замены и транспозиции (перестановки двух соседних символов), необходимых для перевода одной строки в другую. Является расширением расстояния Левенштейна, поскольку помимо трех базовых операций содержит еще операцию транспозиции T (от англ. transposition).

Расстояние Дамерау — Левенштейна определятся следующей рекуррентной формуле:

$$D(m,n) = \begin{cases} 0, & \text{i} = 0, \text{j} = 0 \\ i, & \text{j} = 0, \text{i} > 0 \\ j, & \text{i} = 0, \text{j} > 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} D(i,j-1)+1, & \text{если } i,j > 1, \\ D(i-1,j)+1, & S_1[i] = S_2[j-1], \\ D(i-1,j-1), & S_1[i-1] = S_2[j], \end{cases}$$

$$D(i-1,j)+1, & \text{иначе.}$$

$$D(i,j-1)+1, & \text{иначе.}$$

Вывод

В данном разделе были рассмотрены алгоритмы нахождения расстояния Левенштейна и Дамерау — Левенштейна. Формулы для вычисления этих расстояний задаются **рекуррентно**, поэтому алгоритмы для нахождения их расстояний можно реализовать как *итеративно*, так и *рекурсивно*.

2 Конструкторская часть

В данном разделе будут реализованы схемы алгоритмов нахождения расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна, приведено описание используемых типов данных, а также описана структура программного обеспечения.

2.1 Требования к программному обеспечению

К программе предъявлен ряд требований:

- наличие интерфейса для выбора действий;
- возможность ввода строк;
- возможность обработки строк, включающих буквы как на латинице,
 так и на кириллице;
- возможность произвести замеры процессорного времени работы реализаций алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау Левенштейна.

К вводу предъявлен ряд требований:

- 1) на вход подаются две строки;
- 2) буква нижнего и верхнего регистра считаются разными символами;
- 3) строки могут включать как символы латиницы, так и кириллицы.

2.2 Разработка алгоритмов

На вход алгоритмов подаются строки S_1 и S_2 .

На рисунке 2.1 представлена схема алгоритма поиска расстояния Левенштейна.

На рисунках 2.2—2.5 представлены схемы алгоритмов поиска Дамерау — Левенштейна.

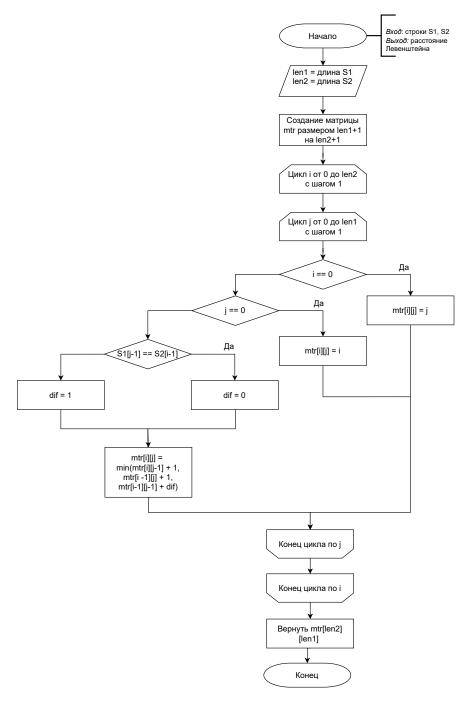


Рисунок 2.1 – Схема нерекурсивного алгоритма нахождения расстояния Левенштейна

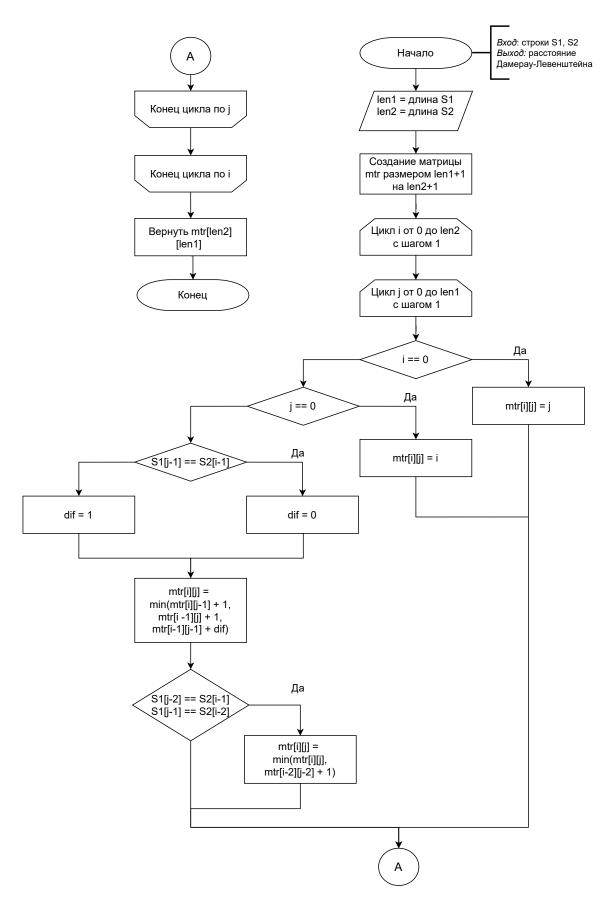


Рисунок 2.2 — Схема нерекурсивного алгоритма нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна

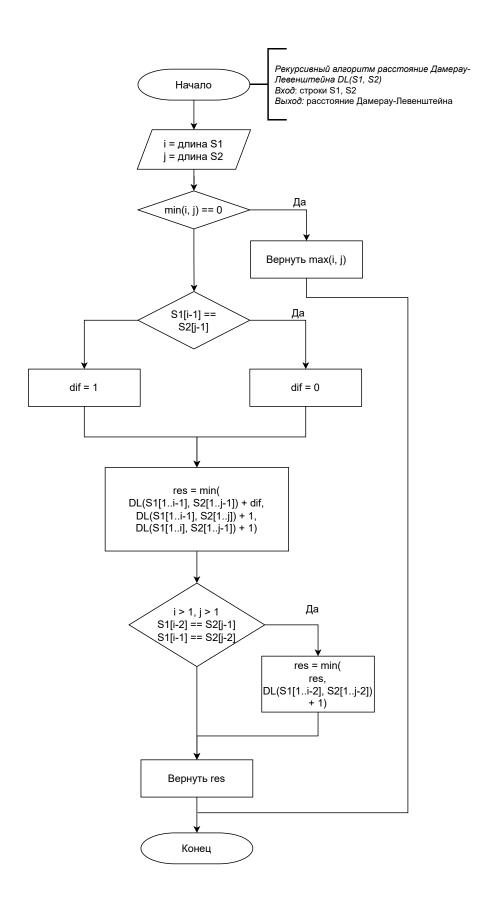


Рисунок 2.3 — Схема рекурсивного алгоритма нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна

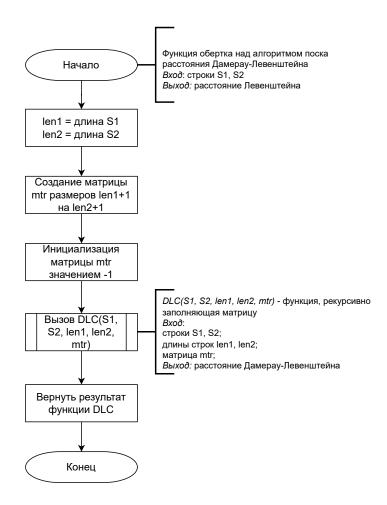


Рисунок 2.4 — Схема алгоритма вызова рекурсивного алгоритма нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна с кешированием

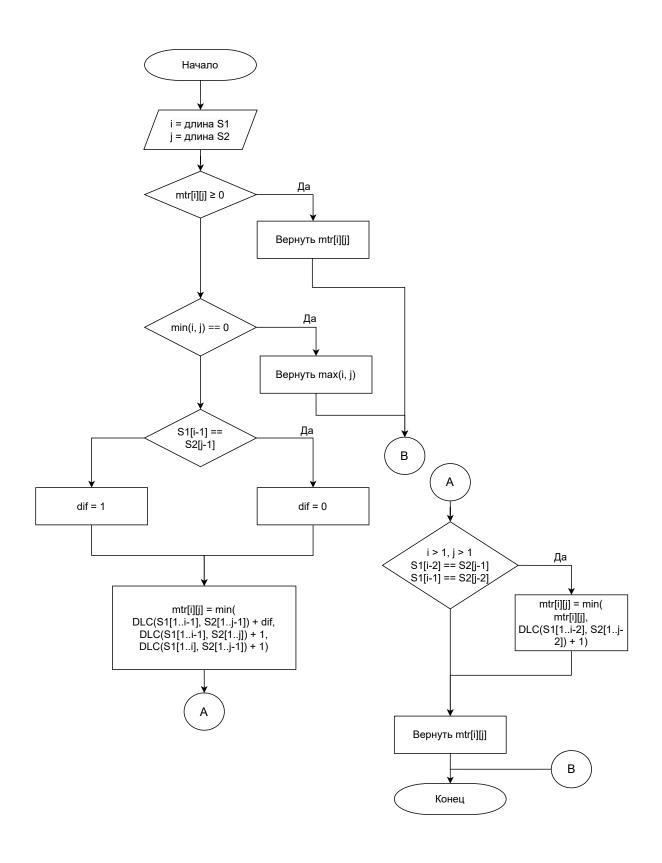


Рисунок 2.5 — Схема рекурсивного алгоритма нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна с кешированием

2.3 Описание используемых типов данных

При реализации алгоритмов будут использованы следующие структуры данных:

- $cmpo\kappa a$ массив символов типа $wchar_t;$
- длина строки целое число типа int;
- матрица двумерный массив значений типа int.

Вывод

В данном разделе на основе теоретических данных были перечислены требования к ПО, а также были построены схемы требуемых алгоритмов на основе теоретических данных, полученных на этапе анализа.

3 Технологическая часть

В данном разделе будут приведены средства реализации, листинг кода и функциональные тесты.

3.1 Средства реализации

Для реализации данной лабораторной работы был выбран язык C++ [3], так как в нем есть стандартная библиотека ctime [4], которая позволяет производить замеры процессорного времени выполнения программы; тип данных std::wstring, позволяющий хранить как кириллические символы, так и латинские;

В качестве среды разработки был выбран *Visual Studio Code*: он является кроссплатформенным и предоставляет полный функционал для проектирования и отладки кода.

3.2 Сведения о модулях программы

Данная программа разбита на следующие модули:

- main.cpp файл, содержащий точку входа в программу, из которой происходит вызов алгоритмов по разработанному интерфейсу;
- algorithms.cpp файл содержит функции поиска расстояния Левенштейна и Дамерау Левенштейна;
- matrix.cpp файл содержит функции динамического выделения и очищения памяти для матрицы, а так же ее вывод на экран;
- measure.cpp файл содержит функции, замеряющие процессорное время выполнения алгоритмов поиска расстояния Левенштейна и Дамерау — Левенштейна;

3.3 Реализация алгоритмов

В листингах 3.2–3.7 приведены реализации алгоритмов поиска расстояний Левенштейна (только нерекурсивный алгоритм) и Дамерау — Левенштейна (нерекурсивный, рекурсивный и рекурсивный с кешированием).

Листинг 3.1 – Функция нахождения расстояния Левенштейна с использованием матрицы (начало)

```
1 int Algs::notRecursiveLev(wstring &word1, wstring &word2, bool
     print) {
2
3
      int len1 = word1.length();
       int len2 = word2.length();
 4
      int** mtr = Matrix::allocate(len2 + 1, len1 + 1);
6
8
      if (!mtr)
9
           return 0;
10
       for (int i = 0; i \le len2; ++i) {
11
12
           for (int j = 0; j \le len1; ++j) {
13
14
               if (i == 0)
15
                   mtr[i][j] = j;
16
               else if (j == 0)
17
                   mtr[i][j] = i;
18
               else {
19
                   int dif = (word1[j-1] = word2[i-1]) ? 0 :
20
                      1:
21
22
                   mtr[i][j] = min(mtr[i-1][j] + 1,
23
                                   min(mtr[i][j-1]+1, mtr[i-1]
                                      1|[j-1]+dif);
24
               }
          }
25
26
      }
```

Листинг 3.2 — Функция нахождения расстояния Левенштейна с использованием матрицы (конец)

Листинг 3.3 — Функция нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна с использованием матрицы (начало)

```
1 int Algs::notRecursiveDamLev(wstring &word1, wstring &word2,
     bool print) {
3
      int len1 = word1.length();
      int len2 = word2.length();
4
5
6
       int** mtr = Matrix::allocate(len2 + 1, len1 + 1);
7
8
       if (!mtr)
9
           return 0;
10
      for (int i = 0; i \le len2; ++i) {
11
12
           for (int j = 0; j \le len1; ++j) {
13
14
               if (i == 0)
15
                   mtr[i][j] = j;
16
17
               else if (j = 0)
18
                   mtr[i][j] = i;
19
               else {
20
                   int dif = (word1[j - 1] = word2[i - 1]) ? 0 :
21
                      1;
22
                   mtr[i][j] = min(mtr[i-1][j] + 1,
23
24
                                    min(mtr[i][j-1]+1, mtr[i-1]
                                       1][j - 1] + dif);
```

Листинг 3.4 – Функция нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна с использованием матрицы (конец)

```
if (word1[j-2] = word2[i-1] \&\& word1[j-
 1
                      1] = word2[i - 2])
                       mtr[i][j] = min(mtr[i][j], mtr[i - 2][j -
2
                           2] + 1);
               }
3
          }
 4
      }
 5
 6
7
      if (print)
8
           Matrix::print(mtr, word1, word2);
9
      int res = mtr[len2][len1];
10
       Matrix::release(mtr, len2 + 1);
11
12
13
       return res;
14 }
```

Листинг 3.5 – Функция нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна рекурсивно

```
1 int Algs::recursive(wstring &word1, wstring &word2, int ind1,
     int ind2) {
2
      if (\min(\inf 1, \inf 2) = 0)
3
           return max(ind1, ind2);
5
      int dif = (word1[ind1 - 1] = word2[ind2 - 1]) ? 0 : 1;
6
      int res = min(recursive(word1, word2, ind1 - 1, ind2 - 1) +
8
          dif,
                     min(recursive(word1, word2, ind1 - 1, ind2) +
9
                        1,
                          recursive (word1, word2, ind1, ind2 -1) +
10
                             1));
11
12
      if (ind1 > 1 \&\& ind2 > 1 \&\& word1[ind1 - 1] == word2[ind2 -
          2] \&\& word1[ind1 - 2] = word2[ind2 - 1])
           res = min(res, recursive(word1, word2, ind1 - 2, ind2 - 1)
13
              2) + 1);
14
15
      return res;
16 }
```

Листинг 3.6 – Функция вызова рекурсивного алгоритма с кешированием для поиска расстояния Дамерау — Левенштейна

```
1 int Algs::recursiveCash Decor(wstring& word1, wstring& word2,
     bool print) {
 2
 3
      int len1 = word1.length();
       int len2 = word2.length();
 4
 6
      int** cash = Matrix::allocate(len2 + 1, len1 + 1, true);
 7
8
       if (!cash)
9
           return 0;
10
      int res = recursiveCash(word1, word2, len1, len2, cash);
11
12
      if (print)
13
           Matrix::print(cash, word1, word2);
14
15
       Matrix:: release(cash, len2 + 1);
16
17
18
       return res;
19 }
```

Листинг 3.7 – Функция нахождения расстояния Дамерау — Левенштейна рекурсивно с кешированием

```
1 int Algs::recursiveCash(wstring &word1, wstring &word2, int
     ind1, int ind2, int** cash) {
2
3
      if (cash[ind2][ind1])
           return cash[ind2][ind1];
 4
5
       if (\min(\inf 1, \inf 2) = 0)
6
7
           return cash [ind2][ind1] = max(ind1, ind2);
8
      int dif = (word1[ind1 - 1] = word2[ind2 - 1]) ? 0 : 1;
9
10
11
      int res = min(recursiveCash(word1, word2, ind1 - 1, ind2 - 1)
          1, cash) + dif,
                     min(recursiveCash(word1, word2, ind1 - 1,
12
                        ind2, cash) + 1,
                          recursiveCash(word1, word2, ind1, ind2 -
13
                             1, cash) + 1));
14
      if (ind1 > 1 \&\& ind2 > 1 \&\& word1[ind1 - 1] == word2[ind2 -
15
          2] && word1[ind1 - 2] == word2[ind2 - 1])
           res = min(res, recursiveCash(word1, word2, ind1 - 2,
16
              ind2 - 2, cash) + 1);
17
      cash[ind2][ind1] = res;
18
19
20
      return res;
21|}
```

3.4 Функциональные тесты

Таблица 3.1 – Функциональные тесты

Входные данные		Расстояние и алгоритм				
		Левенштейна	Дамерау — Левенштейна			
Строка 1	Строка 2	Итеративный	Итеративный	Рекурсивный		
				Без кеша	С кешем	
a	b	1	1	1	1	
a	a	0	0	0	0	
КОТ	скат	2	2	2	2	
КОТ	KTO	2	1	1	1	
Австралия	Австрия	2	2	2	2	
КОТ	ток	2	2	2	2	
слон	слоны	1	1	1	1	

Вывод

Были реализованы и протестированы алгоритмы поиска расстояния Левенштейна итеративно, а также поиска расстояния Дамерау—Левенштейна итеративно, рекурсивно и рекурсивного с кеширования. Проведено тестирование реализаций алгоритмов.

4 Исследовательская часть

4.1 Технические характеристики

Технические характеристики устройства, на котором выполнялись замеры по времени, представлены далее.

- Процессор: AMD Ryzen 5 5500U-2.10 ГГц;
- Оперативная память: 16 ГБайт;
- Операционная система: Windows 10 Pro 64-разрядная система версии 22H2.

При замерах времени ноутбук был включен в сеть электропитания и был нагружен только системными приложениями.

4.2 Демонстрация работы программы

На рисунке 4.1 представлена демонстрация работы разработанного ПО, а именно показаны результаты работы алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна на примере двух строк *«секста»* и *«септима»*.

```
Меню
1. Запуск алгоритмов поиска расстояния Левенштейна:
  1) Нерекурсивный Левенштейна;
  2) Нерекурсивный Дамерау-Левенштейна;
  3) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна без кэша;
  4) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна с кэшом;
2. Замерить время и память для реализованных алгоритмов;
0. Выход
Выберете пункт (0-2): 1
Введите 1е слово: секста
Введите 2е слово: септима
Минимальное кол-во операций:
             секста
          0 1 2 3 4 5 6
       c 1 0 1 2 3 4 5
       e 2 1 0 1 2 3 4
       п 3 2 1 1 2 3 4
       т 4 3 2 2 2 2 3
       и 5 4 3 3 3 3 3
       m 6 5 4 4 4 4 4
          7 6 5 5 5 5 4
  1) Нерекурсивный Левенштейна:
                                         4
                 кст
            1 2 3 4 5 6
          0
       c 1 0 1 2 3 4 5
       e 2 1 0 1 2 3 4
       п 3 2 1 1 2 3 4
       т 4 3 2 2 2 2 3
       и 5 4 3 3 3 3 3
       m 6 5 4 4 4 4 4
       a 7 6 5 5 5 5 4
  2) Нерекурсивный Дамерау-Левенштейна:
  3) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна без кэша: 4
  4) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна с кэшом: 4
```

Рисунок 4.1 – Демонстрация работы программы

4.3 Временные характеристики

Все реализации алгоритмов сравнивались на случайно сгенерированных строках длиной:

- 0–10 с шагом 1 для всех алгоритмов;
- 10–200 с шагом 10 для нерекурсивных и рекурсивного с кешированием.

Поскольку замеры по времени имеют некоторую погрешность, для каждой строки и каждой реализации алгоритма замеры производились 1000 раз, а затем вычислялось среднее арифметическое значение.

На рисунке 4.2 представлен график, иллюстрирующий зависимость времени работы от длины строк для рекурсивных реализаций алгоритмов поиска расстояния Дамерау — Левенштейна с кешем и без.

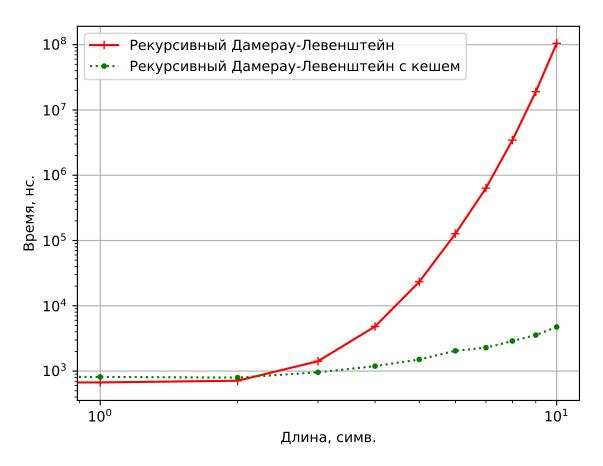


Рисунок 4.2 — Сравнение по времени рекурсивных реализаций алгоритмов поиска расстояния Дамерау — Левенштейна с кешем и без

На рисунке 4.3 представлен график, иллюстрирующий зависимость времени работы от длины строк для итеративных реализаций алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна.

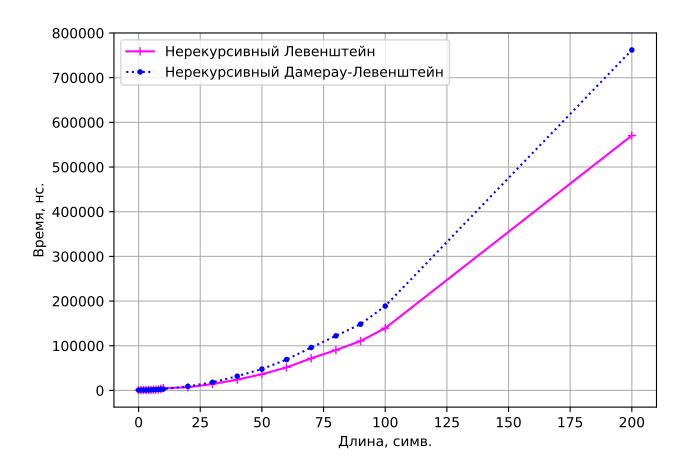


Рисунок 4.3 — Сравнение по времени итеративных реализаций алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна

На рисунке 4.4 представлен график, иллюстрирующий зависимость времени работы от длины строк для итеративной реализации и рекурсивной реализации с использованием кеша алгоритма поиска расстояния Дамерау — Левенштейна.

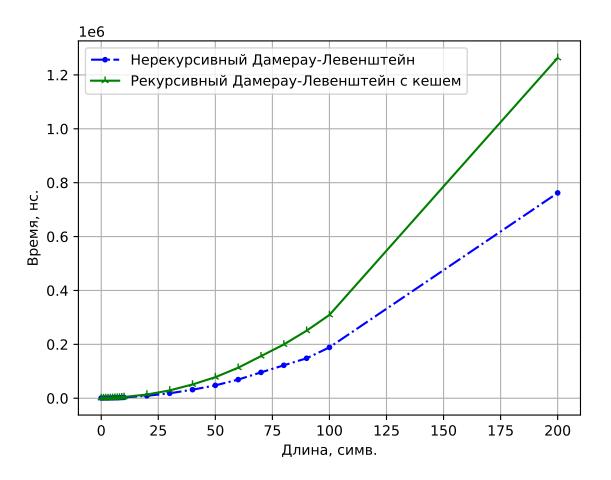


Рисунок 4.4 — Сравнение по времени итеративной реализации и рекурсивной реализации с использованием кеша алгоритма поиска расстояния Дамерау — Левенштейна

4.4 Характеристики по памяти

Введем следующие обозначения:

- -n длина строки S_1 ;
- m длина строки S_2 ;
- -size() функция вычисляющая размер в байтах;
- *char* тип, используемый для хранения символа строки;
- -int целочисленный тип.

Использование памяти при **итеративной реализации** алгоритма поиска расстояния Левенштейна теоретически равно:

$$M_{iter} = (m+1) \cdot (n+1) \cdot size(int) + (n+m) \cdot size(char) + +5 \cdot size(int) + size(int **) + (n+1) \cdot size(int*),$$

$$(4.1)$$

где $(n+1) \cdot (m+1) \cdot size(int)$ — хранение матрицы;

 $(n+m) \cdot size(char)$ — хранение двух строк;

 $2 \cdot size(int)$ — хранение размеров строк;

 $3 \cdot size(int)$ — дополнительные переменные;

 $size(int**) + (n+1) \cdot size(int*)$ — указатель на матрицу.

Использование памяти при **итеративной реализации** алгоритма поиска расстояния Дамерау — Левенштейна идентично формуле (4.1).

Рассчитаем затраты по памяти для **рекурсивного** алгоритма поиска расстояния Дамерау — Левенштейна (для кажсдого вызова):

$$M_{call} = (m+n) \cdot size(char) + 4 \cdot size(int) + 8, \tag{4.2}$$

где $(n+m) \cdot size(char)$ — хранение двух строк;

 $2 \cdot size(int)$ — хранение размеров строк;

 $2 \cdot size(int)$ — дополнительные переменные;

8 байт — адрес возврата.

Макисмальная глубина стека вызовов при рекурсивной реализации равна сумме длин входящий строк, поэтому макисмальный расход памяти равен:

$$M_{rec} = (n+m) \cdot M_{call}, \tag{4.3}$$

где n+m — максимальная глубина стека;

 M_{call} — затраты по памяти для одного рекурсивного вызова.

Для рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау — Левенштейна с использованием кеша необходимо подсчитать размер самого кеша:

$$M_{cash} = (m+1) \cdot (n+1) \cdot size(int) + size(int **) + (n+1) \cdot size(int *),$$
 (4.4)

где $(m+1)\cdot (n+1)$ — количество элементов в кеше;

 $size(int**) + (n+1) \cdot size(int*)$ — хранение указателей.

Затраты по памяти для рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау — Левенштейна с учетом кеша:

$$M_{recCash} = M_{rec} + M_{cash}. (4.5)$$

4.5 Вывод

По времени выполнения:

- 1) при малых длинах строк (< 5) рекурсивные реализации с кешем и без для поиска расстояния Дамерау Левенштейна имеют приблизительно одинаковое время работы, но с увеличением длины строки реализация без кеша выполняется на порядок дольше, поскольу не происходит повторное вычисление значений (см рис. 4.2);
- 2) разница между итеративными реализацими алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна незначительна, и обусловлена она дополнительным условием на проверку равенства соседних символов для расстояния Дамерау — Левенштейна (см рис. 4.3);
- 3) итеративная реализация работает на порядок быстрее рекурсивной с кешем для поиска расстояния Дамерау Левенштейна (см рис. 4.4).

По затрачиваемой памяти итеративные алгоритмы проигрывают рекурсивным: максимальный размер используемой памяти в итеративной реализации растет как произведение длин строк, в то время как у рекурсивного алгоритма — как сумма длин строк.

Заключение

Цель данной лабораторной работы была достигнута, а именно были изучены, реализованы и исследованы алгоритмы поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна.

В результате выполнения лабораторной работы для достижения этой цели были выполнены следующие задачи:

- 1) описаны алгоритмы поиска расстояния Левенштейна и Дамерау Левенштейна;
- 2) разработаны и реализованы соответствующие алгоритмы;
- 3) создан программный продукт, позволяющий протестировать реализованные алгоритмы;
- 4) проведен сравнительный анализ процессорного времени выполнения реализованных алгоритмов;
- 5) проведен сравнительный анализ затрачиваемой алгоритмами памяти.

Список использованных источников

- 1 А. Погорелов Д., М. Таразанов А. Сравнительный анализ алгоритмов редакционного расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна // Синергия Наук. 2019. URL: Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=36907767 (дата обращения 10.10.2023).
- 2 В. И. Левенштейн. Двоичные коды с исправлением выпадений, вставок и замещений символов. М.: Издательство «Наука», Доклады АН СССР, 1965. Т. 163.
- 3 Документация по Microsoft C++ [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://learn.microsoft.com/ru-ru/cpp/?view=msvc-170& viewFallbackFrom=vs-2017 (дата обращения: 25.09.2023).
- 4 C library function clock() [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.tutorialspoint.com/c_standard_library/c_function_clock.htm (дата обращения: 25.09.2023).