Universidad Rey Juan Carlos

# Tema 3

## Caracterización del ruido en los sistemas de comunicaciones

# 3.1. Introducción

• El ruido se puede considerar como una perturbación de la señal deseada. Se trata de una señal no deseada (que acompaña a la deseada).

• Caracterizaremos el ruido a través de su potencia media.

• Los sistemas de comunicación reales introducen ruido a la señal de entrada (si el sistema fuera ideal ⇒ no introduciría ruido).

En un cuadripolo real, ¿qué relación hay entre la pot media de ruido a la entrada y a la salida?


potencia media de ruido (w)
a la entrada del cuadripolo

potencia media de ruido (w)
a la salida del cuadripolo

• Consideraremos distintas fuentes de ruido:

  • térmico: es una perturbación aleatoria aditiva, originada por la agitación térmica de los electrones en los conductores.

  • impulsivo: se manifiesta como variaciones rápidas e intensas del nivel de señal; suele proceder de una fuente externa al cuadripolo y de manera no continuada.

  • originado por el comportamiento no lineal de los sistemas (ruido de cuantificación, de distorsión no lineal y de intermodulación).

# Tema 3

## Caracterización del ruido en los sistemas de comunicaciones

3.1. Introducción

3.2. Ruido térmico

3.3. Ruido impulsivo

3.4. Ruido de cuantificación

3.5. Distorsión

3.6. Ruido de intermodulación

# 3.2. Ruido térmico

• Es una perturbación aleatoria que aparece en los conductores por agitación térmica de los electrones.

• Se considera ruido blanco porque, a las frecuencias de trabajo consideradas, su densidad espectral de potencia es uniforme y de valor *k.t*, donde:

- *k: constante de Boltzman, de valor 1'381.10$^{-23}$ Julios/K* $\Rightarrow$

$$K = 10\log_{10}(1.381.10^{-23}) = -228.6\ dBw/Hz/K$$

- *t: temperatura absoluta, expresada en grados Kelvin (K)*

$$0^{o}\,K \longrightarrow -273^{o}\,C$$

Caracterizaremos el ruido térmico a través de su potencia media, que denotaremos como *n*.

*Así pues, la potencia media de ruido térmico es n=ktb,* donde *b* es el ancho de banda *(en Hz)* considerado.

• En la caracterización del ruido térmico en un cuadripolo es importante diferenciar distintas "temperaturas"

$t_0 = 290\ K$ se denomina **temperatura de referencia**

$t_{física}$ es la **temperatura física o temperatura ambiente** a la que se encuentra el dispositivo representado por el cuadripolo


$n_e = kt_e b$

$n_s = kt_s b = n_e g + n_i$

$t_e$ es la **temperatura de ruido térmico a la entrada** del cuadripolo

$t_s$ es la **temperatura de ruido térmico a la salida** del cuadripolo

# 3.2. Ruido térmico

• Para caracterizar la potencia de ruido térmico generado (**potencia de ruido interno** $n_i$) por un cuadripolo se utiliza uno de los siguientes parámetros: temperatura equivalente de ruido y/o factor de ruido.

Los fabricantes de equipos utilizan uno de estos parámetros en las hojas de especificaciones. Existe una relación entre los dos parámetros, por lo que cualquiera de ellos se puede utilizar para caracterizar la potencia de ruido térmico generada por el dispositivo.

• **Temperatura equivalente de ruido** ($t_{eq}$). Es una temperatura ficticia. Representa la temperatura de ruido térmico que hay que añadir a la entrada del cuadripolo para que, suponiendo que el cuadripolo es ideal (no introduce ruido térmico), a la salida del cuadripolo se obtenga la misma potencia de ruido térmico existente en el cuadripolo real.

¿Qué relación existe entre $t_{eq}$ y $n_i$?

• **Factor de ruido** ($f$). Es un parámetro adimensional que corresponde al cociente de dos magnitudes de potencia en unidades lineales. Se define bajo la **hipótesis** de que la **temperatura de ruido a la entrada** del cuadripolo **es la temperatura de referencia** (i.e., $t_e=t_0$).

Numerador: potencia media de ruido térmico total existente a la salida del cuadripolo cuando $t_e=t_0$.

Denominador: potencia media de ruido térmico que habría a la salida del cuadripolo si éste no introdujera ruido térmico y $t_e=t_0$.

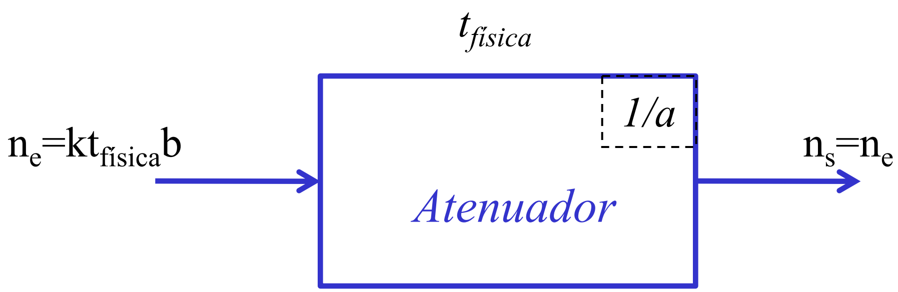
¿Expresión de $f$? Obsérvese que $f\geq 1$. ¿Qué relación existe entre $f$ y $n_i$?

¿Qué relación existe entre $t_{eq}$ y $f$?

# 3.2. Ruido térmico

- Cuando el factor de ruido se expresa en unidades logarítmicas (dB) ⇒ el parámetro se denomina *Figura de ruido* (*F*).
- Caso particular: el cuadripolo es un atenuador con ganancia $g=1/a$, $a>1$.

  Propiedad del atenuador: si la temperatura de ruido térmico a la entrada del atenuador coincide con la temperatura física a la que se encuentra el atenuador ⇒ la potencia media de ruido térmico a la salida coincide con la de la entrada.



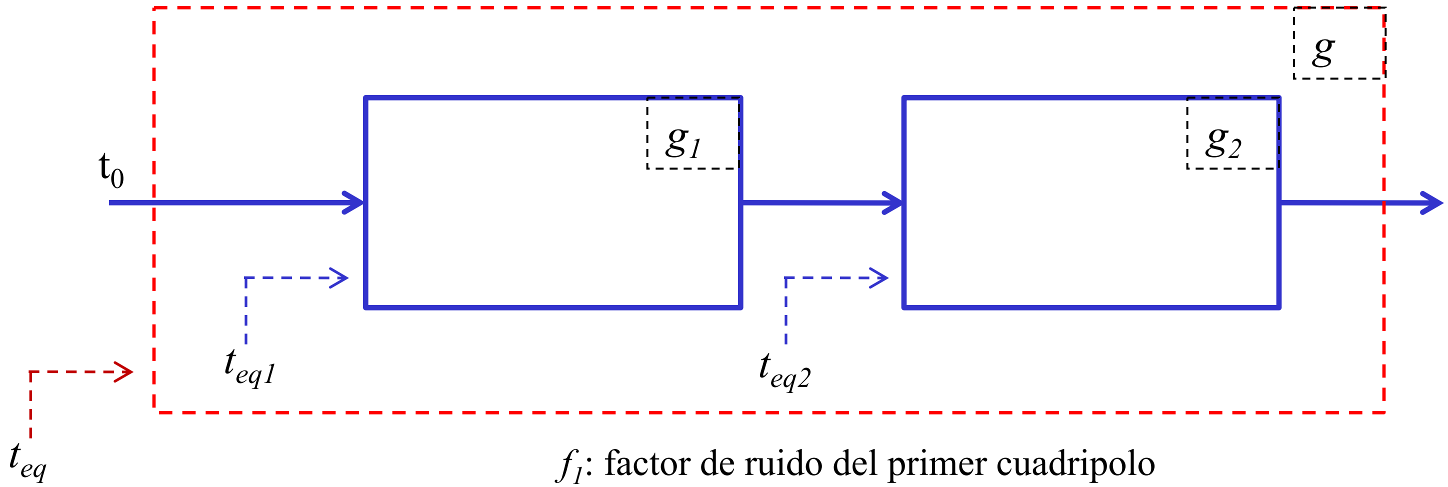

¿Qué relación existe entre $t_{eq}$ y $t_{física}$?

Es fácil derivar la relación entre el factor de ruido de un atenuador (definido cuando $t_e=t_0$) y su atenuación $a$ teniendo en cuenta la relación entre temperatura equivalente de un cuadripolo y factor de ruido

# 3.2. Ruido térmico

**Temperatura equivalente de ruido de un conjunto de cuadripolos en cascada**

Si el número de cuadripolos es dos y están perfectamente adaptados y $t_e=t_0$




$f_1$: factor de ruido del primer cuadripolo

$f_2$: factor de ruido del segundo cuadripolo

$f$: factor de ruido del sistema formado por la conexión de los 2 cuadripolos

$$g=g_1 \cdot g_2$$

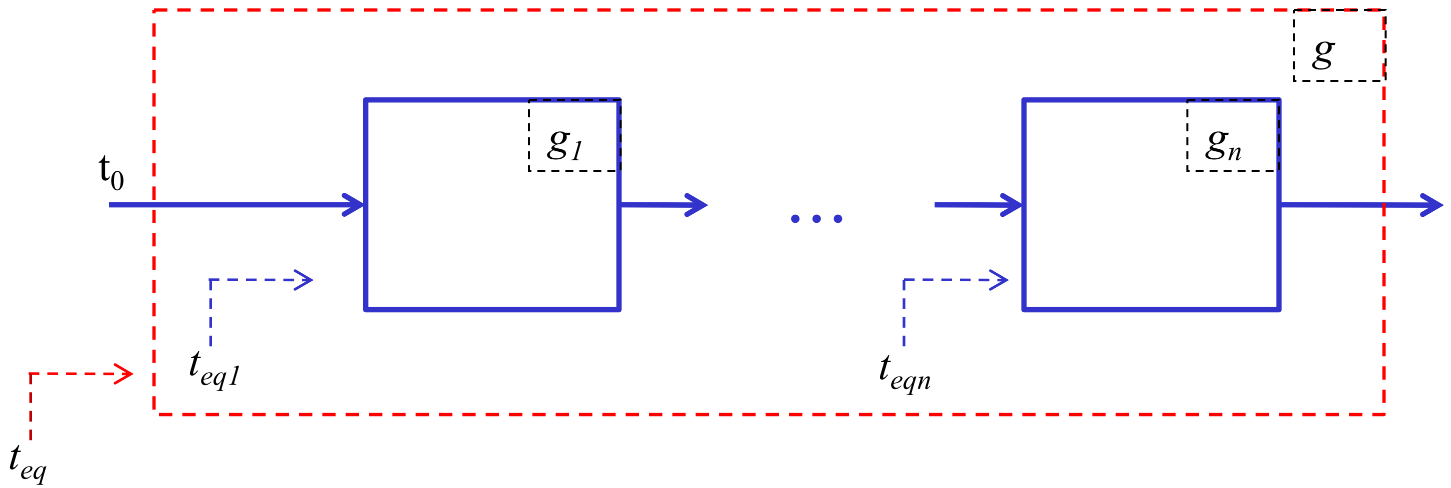
$$t_{eq}=t_{eq\,1}+\frac{t_{eq\,2}}{g_1} \xrightarrow{t_{eq}=t_0(f-1)} f=f_1+\frac{f_2-1}{g_1}$$

*Fórmula de Friis para la temperatura equivalente de ruido total del sistema ($t_{eq}$)*

*Fórmula de Friis para el factor de ruido total del sistema ($f$)*

# 3.2. Ruido térmico

Si consideramos un número genérico *n* de cuadripolos en cascada en condiciones de adaptación total ….




$$g = g_1 \cdots g_n$$

$$t_{eq} = t_{eq\,1} + \frac{t_{eq\,2}}{g_1} + \frac{t_{eq\,3}}{g_1 g_2} + \ldots + \frac{t_{eqn}}{g_1 g_2 \cdots g_{\text{n-1}}}$$

$$f = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \ldots + \frac{f_n - 1}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}}$$

Universidad Rey Juan Carlos

# Tema 3

## Caracterización del ruido en los sistemas de comunicaciones

# 3.3. Ruido impulsivo

• Se puede considerar como ruido externo.

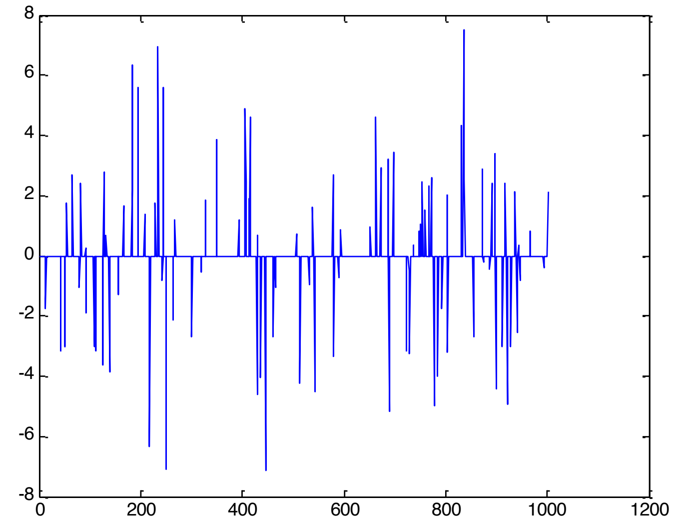
• Carácter aleatorio; aparece a intervalos irregulares.

• Se manifiesta como impulsos de corta duración y amplitud variable.

• *"Man-made noise"*. Las fuentes de ruido impulsivo incluyen:

- Ruido de mecanismos eléctricos (fundamentalmente motores)
- Ruido de chispa de sistemas de encendido en automóviles u otras máquinas de combustión interna
- Transitorios de conmutación
- Descarga de encendido (alumbrado)

• Degrada muy poco la comunicación analógica, pero puede degradar notablemente la comunicación digital.




• Se mide como "nº de veces que el nivel de señal supera un umbral por intervalo de tiempo".

*"El ruido de carácter impulsivo en el curso de la hora cargada no deberá aparecer más de cinco veces en cinco minutos en un nivel de umbral de -35 dBm0 para los centros nacionales e internacionales." Recomendació Q.45 UIT-T*

# Tema 3

## Caracterización del ruido en los sistemas de comunicaciones

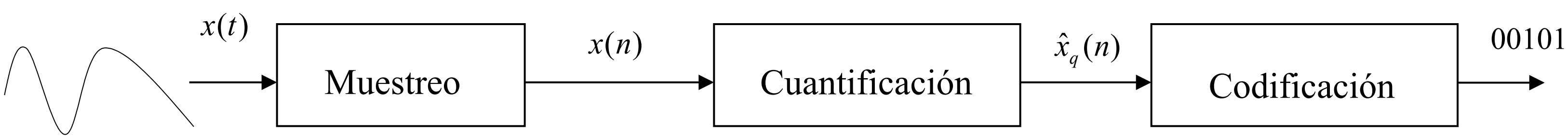
# 3.4. Ruido de cuantificación

La naturaleza de las señales no es adecuada para su transmisión /almacenamiento

Las redes requieren una representación digital de las señales.

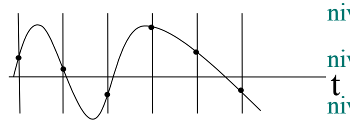
**Muestreo**
**+**
**Cuantificación**
**+**
**Codificación**

***Representación digital de una señal analógica***

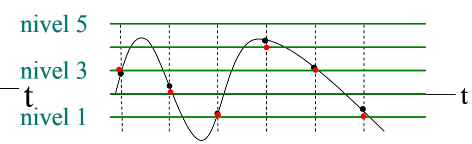



Teorema de Nyquist: $f_s \geq 2.f_{máx}$

$f_{max}$: frec. más significativa de la señal




Precisión infinita




Precisión **finita**

Representación digital de la señal *x(t)*

Cuantificación: discretización en amplitud => permite representar *de modo aproximado* los valores de la señal muestreada.

- Establece un $\underbrace{\text{conjunto finito de valores}}$ para representar la amplitud de la señal muestreada.

NIVELES o INTERVALOS DE CUANTIFICACION

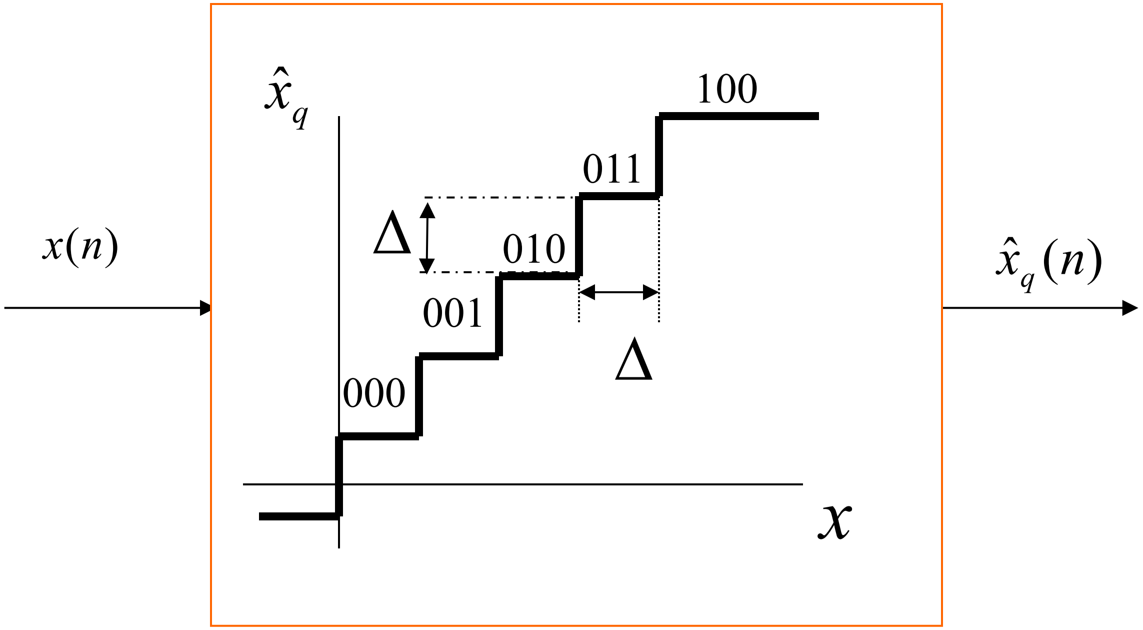
- A mayor número de niveles, menor diferencia entre la señal original y la cuantificada.
- Como el mismo nivel se asigna a distintos valores, se produce un error ("ruido de cuantificación"): $e_q = \hat{x}_q - x$
- La cuantificación es un proceso irreversible: a partir del valor cuantificado no es posible conocer el valor original de la muestra dentro del intervalo.

# 3.4. Ruido de cuantificación

➢ ***Cuantificación uniforme***

- Todos los intervalos de cuantificación tienen el mismo tamaño Δ

Curva de transferencia del cuantificador (*quantizer*). Es la relación E/S (tensión de entrada/tensión de salida)

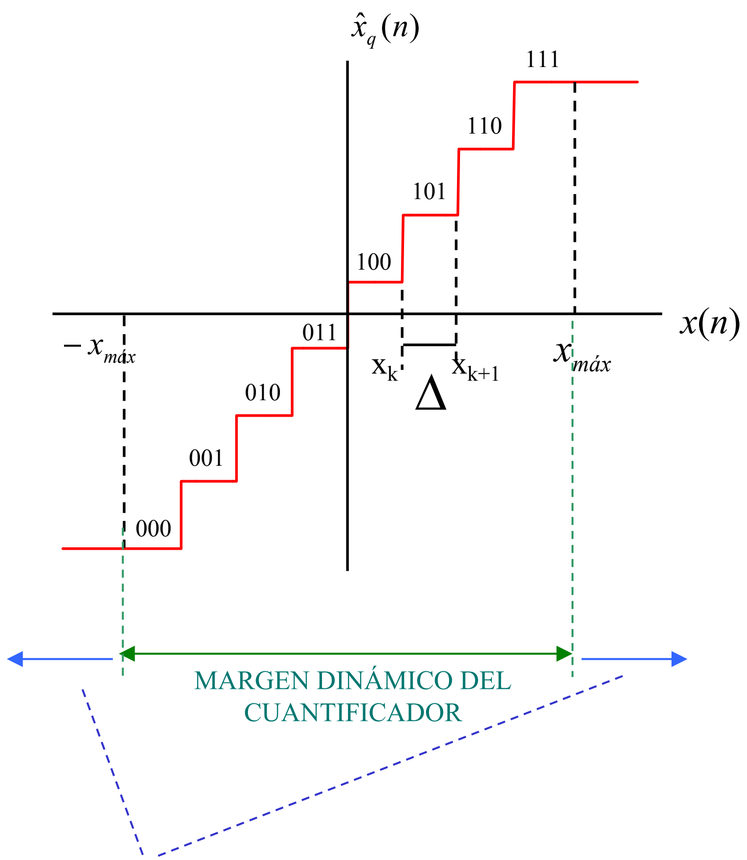



QUNIFORME

Tras el cuantificador, el codificador utiliza *B* bits por nivel de salida. En este ejemplo, *B*=*3*.

# 3.4. Ruido de cuantificación

- En la curva de transferencia se distinguen 2 zonas: una en forma de escalera y otra constante (zona de saturación)




**Nivel de sobrecarga o Fondo de Escala**: $x_{máx}$

Máximo valor absoluto de la señal de entrada con el que se diseña el cuantificador para que no exista saturación.

**Margen dinámico del cuantificador** ($MD_Q$): rango de niveles de la señal de entrada donde no se produce saturación.

Si el nivel de señal supera el $MD_Q$, aparece ruido de sobrecarga.

El número de niveles del cuantificador (L) depende de la aplicación:

- Voz con calidad telefónica
  L=256 => 8 bits ($2^8$=256)
- Audio de alta calidad
  L=65.536 => 16 bits ($2^{16}$=65.536)

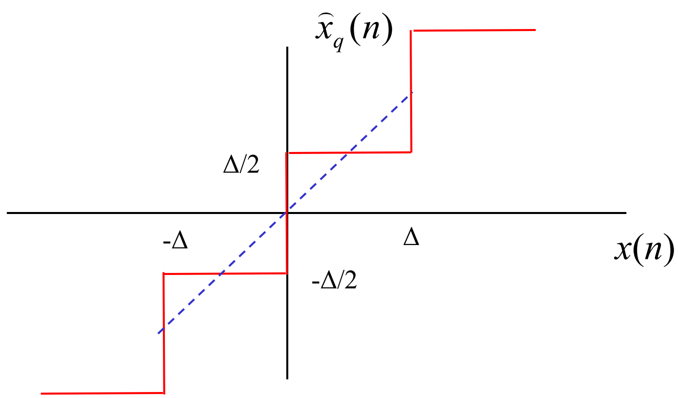
Zona de saturación: delimitada por el nivel de sobrecarga

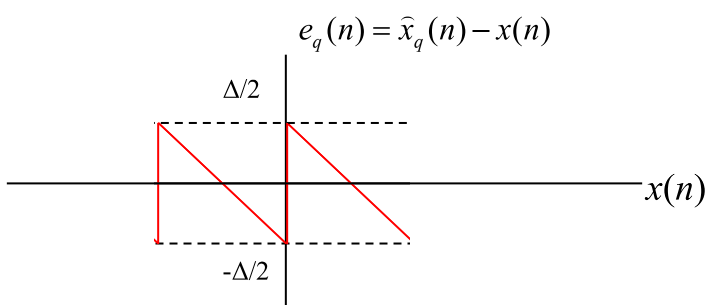
⇩

Ruido de sobrecarga ⇨ *Para evitarlo, atenuar el nivel de señal antes de su entrada al cuantificador*

# 3.4. Ruido de cuantificación

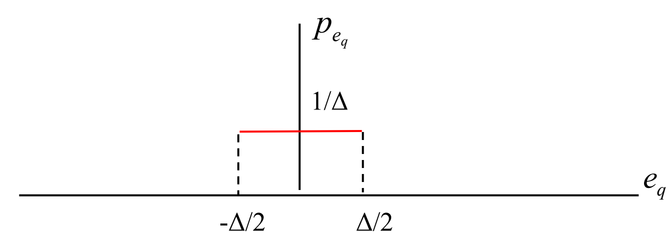
***Caracterización del error de cuantificación (suponemos que no hay sobrecarga)***




Si las amplitudes de la señal sin cuantificar se distribuyen uniformemente dentro del $MD_Q$

La función densidad de probabilidad del error de cuantificación es *uniforme*




$$p_{e_q} = \begin{cases} 1/\Delta, \dfrac{-\Delta}{2} \leq e_q \leq \dfrac{\Delta}{2} \\ 0, resto \end{cases}$$

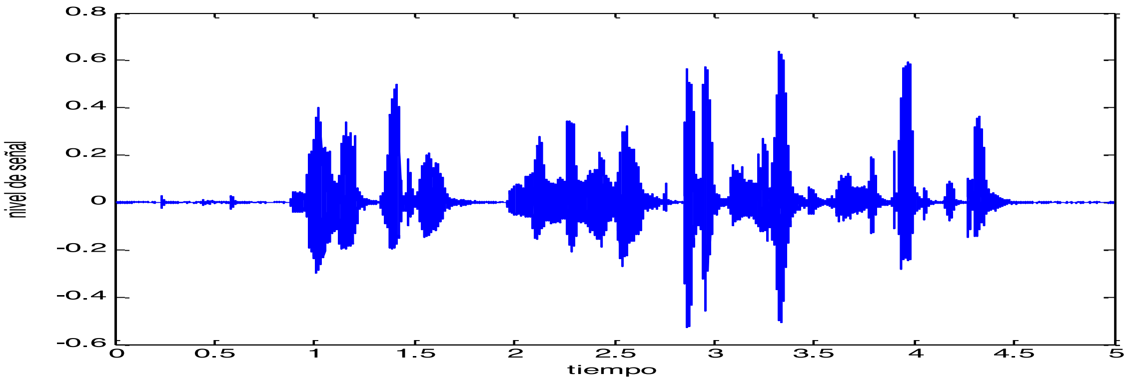
Potencia media del error (o ruido) de cuantificación (valor cuadrático medio del error de cuantif.)

$$n_q = E\left[e_q^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} e_q^2 \rho_{e_q} de_q = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e_q^2 \frac{1}{\Delta} de_q = \frac{\Delta^2}{12}$$

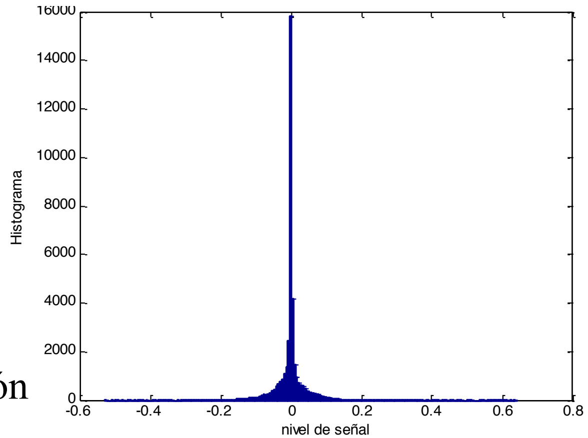
**SQR** (*Signal Quantification* - error – *Ratio*): cociente entre la potencia media de señal deseada y la potencia media de ruido de cuantificación. Analíticamente se demuestra que, bajo estas condiciones, la SQR mejora 6 dB por cada bit que se añade al codificador (por la consiguiente reducción de Δ).

# 3.4. Ruido de cuantificación

La cuantificación uniforme es adecuada si todos los niveles de señal aparecen con la misma frecuencia (fdp de la señal es uniforme), ya que existe la misma probabilidad de ocupar cualquiera de los niveles. Sin embargo, la mayoría de las fuentes de datos no presentan distribución uniforme.




*Histograma de los niveles de señal de voz*



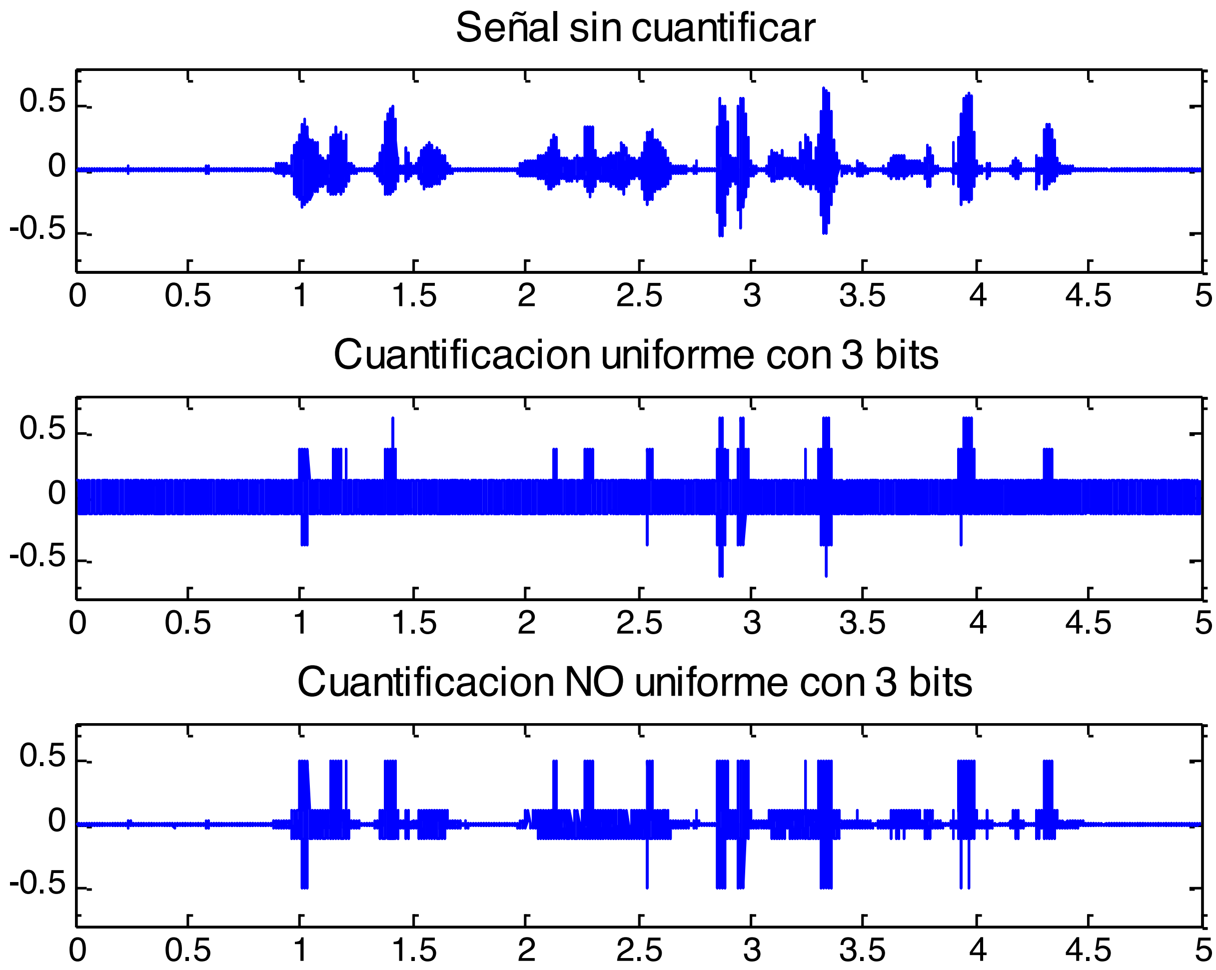

La señal de voz se caracteriza por la mayor probabilidad de aparición de niveles bajos que de niveles altos.

Si utilizáramos un cuantificador uniforme para la señal de voz, muchos valores bajos de la señal se reconstruirían con el mismo valor (ya que las entradas pertenecen al mismo intervalo) ⇒ introduce gran distorsión en la cuantificación.

La SQR decrece al reducir el nivel de la señal de entrada al cuantificador.

Para mantener una SQR aceptable con niveles bajos de señal se pueden utilizar cuantificadores no uniformes, caracterizados por tamaños de escalón más pequeños cuanto menor es el nivel de la señal de entrada.

# 3.4. Ruido de cuantificación



**EJERCICIO 35** Considere un sistema PCM con los siguientes parámetros:

- máxima frecuencia de la señal analógica: 6kHz
- resolución del cuantificador: 10 mV
- máximo/mínimo nivel de tensión decodificada en el receptor: $\pm 2.55V$

Obtenga:

a) El mínimo régimen binario.

b) El máximo valor de la potencia de pico de error de cuantificación (asuma que la resistencia eléctrica es 1 ohmio). Exprese el resultado en dBm.

Asuma que el cuantificador utilizado es uniforme y que el error de cuantificación es nulo en el centro del intervalo de cuantificación.

*Sol: a) 108 kbps; b) -16dBm*

**EJERCICIO 20** Considere un sistema receptor formado por la conexión en cascada de varios dispositivos, siendo el primer dispositivo una antena. Si el ruido captado por la antena es 25dB superior al ruido que habría a la entrada del sistema receptor a la temperatura de referencia, obtenga el nivel de potencia de ruido a la salida del sistema receptor. Exprese el resultado en dBm.

DATOS del sistema receptor:

- Ancho de banda: 6 MHz
- Figura de ruido: 10 dB
- Ganancia: 50 dB

Tenga en cuenta el siguiente valor para la constante de Boltzmann: 1.381. 10-23 J/ºK.

# Tema 3

## Caracterización del ruido en los sistemas de comunicaciones

# 3.5. Distorsión

La **distorsión de la señal** se produce cuando el **sistema** por el que pasa la señal **no es ideal** ⇒ la señal se altera (se modifica), pero lo hace de modo **determinista.**


Si el sistema es **lineal**, el único tipo de distorsión posible es una **distorsión lineal**

Si el sistema es **no lineal**, se tendrá **distorsión no lineal**

Un sistema no lineal produce una señal y(t) con componentes frecuenciales no presentes en x(t). Como sabemos de la teoría de sistemas lineales, esta característica no la cumplen los sistemas lineales.

# 3.5. Distorsión

## Distorsión lineal

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Sistema lineal de}\\ \text{respuesta impulsional}\\ h(t)\end{array}} \longrightarrow y(t)$$

Un sistema lineal (LTI) se caracteriza por su respuesta en frecuencia (o **función de transferencia**) H(f), que es la Transformada de Fourier (TF) de la respuesta impulsional h(t).

En el dominio de la frecuencia, la respuesta de un sistema LTI como el representado en la figura de esta transparencia, se expresa como: Y(f) = H(f) X(f), donde X(f) e Y(f) son las TF de las señales de entrada y salida al sistema.

En general, la función de transferencia se puede expresar como:

$$H(f) = |H(f)|\, e^{j\beta(f)}$$

Respuesta de fase

Respuesta de amplitud

# 3.5. Distorsión

## ¿Cuándo existe distorsión lineal?

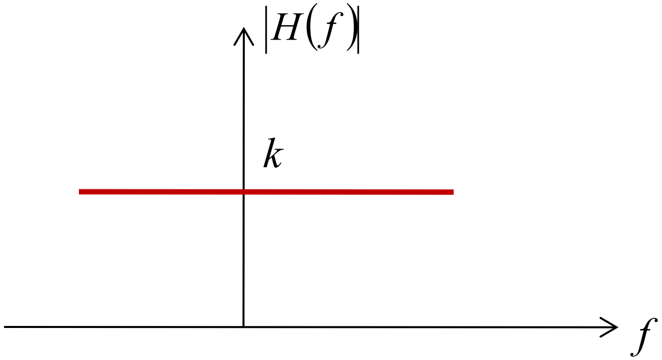
Existe distorsión lineal cuando la respuesta en amplitud no es constante con la frecuencia y/o cuando la respuesta de fase no es lineal con la frecuencia.

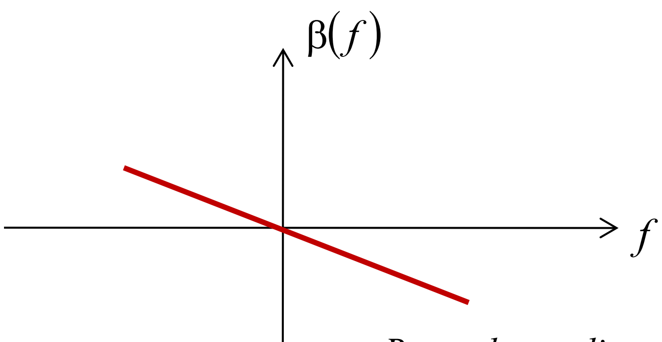
$$H(f)=|H(f)|e^{j\beta(f)}$$

Respuesta de fase β(f) ≠ lineal ⇒ distorsión lineal de fase

Respuesta de amplitud ≠ constante ⇒ existe distorsión lineal de amplitud

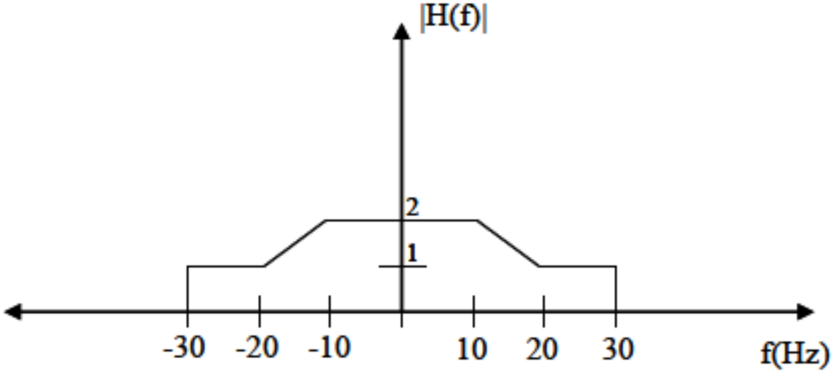
Ejemplo: Si la función de transferencia del sistema es $H(f)=ke^{-j2\pi f\tau}$ , eso quiere decir que el sistema amplifica (factor *k*) y retarda todas las frecuencias por igual (retardo de τ segundos), por lo que no introduce ningún tipo de distorsión

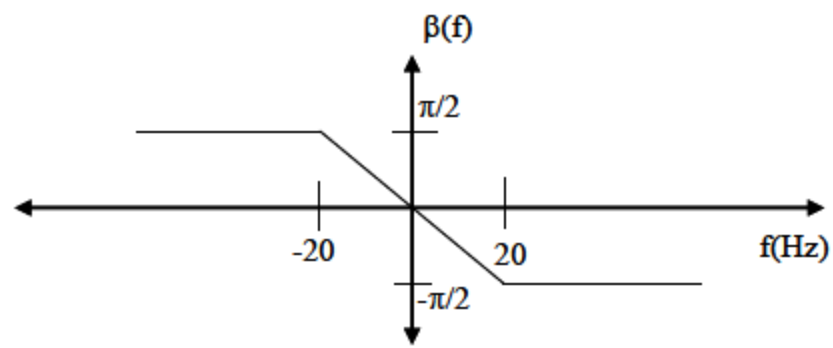



*Recta de pendiente -2πτ*

**EJERCICIO 25** Sea un sistema cuya función de transferencia (representada como respuesta en amplitud y respuesta de fase) se muestra en la siguiente figura:




Determine la salida del sistema y el tipo de distorsión producido si a la entrada se tienen las siguientes señales:

a) $x_1(t) = \cos(10\pi t) + \cos(12\pi t)$

b) $x_2(t) = \cos(10\pi t) + \cos(30\pi t)$

c) $x_2(t) = \cos(30\pi t) + \cos(50\pi t)$

# 3.5. Distorsión

## Distorsión NO lineal

La distorsión no lineal se manifiesta cuando en la señal de salida del sistema aparecen componentes frecuenciales que no existen en la señal de entrada.

Aparece en sistemas que incluyen componentes no lineales (sistemas que no son LTI) $\Rightarrow$ los sistemas no lineales se caracterizan mediante una **característica de transferencia** *g(.)*, i.e., $y(t) = g(x(t))$

La función *g(.)* se suele modelar mediante una aproximación polinómica. Centraremos nuestro estudio en los sistemas no lineales más sencillos (no tienen memoria)

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{Función } g(.)\text{, con coeficientes } a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots} \longrightarrow y(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \ldots.$$

coeficientes de la característica de transferencia

Para cuantificar la distorsión no lineal del sistema $\Rightarrow$ se considera un tono de amplitud ($v$) y frecuencia ($f_0$) específicas:

$$x(t) = v\cos(\omega_0 t) \longrightarrow y(t) = a_0 + \underbrace{a_1\, v\cos(\omega_0 t)}_{\text{tono de entrada}} + a_2 v^2 \cos^2(\omega_0 t) + a_3 v^3 \cos^3(\omega_0 t) + \ldots.$$

# 3.5. Distorsión

Utilizaremos las siguientes relaciones trigonométricas para analizar las nuevas componentes frecuenciales en la señal *y(t):*

$$cos(A \pm B) = cos(A)cos(B) \mp sin(A)sin(B)$$

$$1 = cos^2(A) + sin^2(A)$$

$$x(t) = vcos(\omega_0 t) \longrightarrow y(t) = a_0 + a_1\, vcos(\omega_0 t) + a_2 v^2 cos^2(\omega_0 t) + a_3 v^3 cos^3(\omega_0 t) + \ldots.$$

$$cos^2(\omega_0 t) = \frac{1 + cos(2\omega_0 t)}{2}$$

$$cos^3(\omega_0 t) = \frac{3}{4} cos(\omega_0 t) + \frac{1}{4} cos(3\omega_0 t)$$

$$cos^4(\omega_0 t) = \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2} + 2\,cos(2\omega_0 t) + \frac{1}{2} cos(4\omega_0 t)\right]$$

Observamos que aparecen nuevas componentes espectrales. En concreto, aparecen armónicos (múltiplos enteros de la frecuencia de la señal de entrada – $f_0$ –).

# 3.5. Distorsión

$$x(t)=v\cos(\omega_0 t) \longrightarrow y(t)=a_0+a_1 v\cos(\omega_0 t)+a_2 v^2\cos^2(\omega_0 t)+a_3 v^3\cos^3(\omega_0 t)+\ldots.$$

Utilizando las relaciones trigonométricas anteriores y agrupando todos los términos que multiplican al mismo armónico, es posible expresar la señal *y(t)* como:

$$y(t)=v_{d0}+v_{d1}\cos(\omega_0 t)+v_{d2}\cos(2\omega_0 t)+v_{d3}\cos(3\omega_0 t)+\ldots.$$

donde $v_{di}$ es la **amplitud del armónico *i*-ésimo** (término con una componente frecuencial *i*-veces la de la señal de entrada).

$$v_{d0}=\boxed{a_0}+a_2\frac{v^2}{2}+\frac{3}{8}a_4 v^4+\ldots$$

$$v_{d1}=\boxed{a_1 v}+\frac{3}{4}a_3 v^3+\ldots$$

$$v_{d2}=\boxed{\frac{1}{2}a_2 v^2}+\frac{1}{2}a_4 v^4+\ldots$$

$$v_{d3}=\boxed{\frac{1}{4}a_3 v^3}+\ldots$$

Así, en régimen de cuasilinealidad …

$$v_{d,i}\approx\frac{1}{2^{i-1}}a_i v^i, \qquad i>0$$

Para expresar la amplitud $v_{dn}$ del armónico *n*-ésimo en función de los coeficientes de la característica de transferencia, supondremos que el **dispositivo es cuasi-lineal** $\Rightarrow a_1 >> a_2 >> a_3 >> \ldots$, lo que permite aproximar cada $v_{dn}$ por el primer sumando.

# 3.5. Distorsión

Para caracterizar la distorsión, se definen una serie de coeficientes:

* **Coeficiente de distorsión del armónico *i*-ésimo:** $d_i$

$$\boxed{d_i = \frac{v_{di}}{v_{d1}}, \quad i > 1}$$

y considerando régimen de cuasi-linealidad …

$$d_i \approx \frac{\frac{1}{2^{i-1}} a_i v^i}{a_1 v} = \frac{a_i}{a_1}\frac{1}{2^{i-1}} v^{i-1} = \frac{a_i}{a_1}\left(\frac{v}{2}\right)^{i-1}$$

Obsérvese que **depende de la tensión de la señal de entrada**

$$D_i\big|_{dB} = 20\,log_{10}(d_i) = 20\,log_{10}\left(\frac{v_{di}}{v_{d1}}\right)$$

* **Coeficiente de atenuación del armónico *i*-ésimo:** $A_i\ (dB)$

$$A_i\big|_{dB} = -D_i\big|_{dB} = 20\,log_{10}\left(\frac{v_{d1}}{v_{di}}\right)$$

* **Coeficiente de distorsión global:** $d_T$

$$d_T = \sqrt{\sum_{i>1} d_i^2}$$

# 3.5. Distorsión

Para caracterizar la no linealidad del sistema con parámetros independientes de la tensión aplicada, se definen dos parámetros:

* **Coeficiente de modulación de tensión de orden *i*:** $m_i$

$$\boxed{m_i = \left(\frac{v_{di}}{v_{d1}^i}\right)^2}$$

y considerando régimen de cuasi-linealidad …

$$m_i \approx \left(\frac{\frac{1}{2^{i-1}} a_i v^i}{a_1^i v^i}\right)^2 = \left(\frac{a_i}{2^{i-1}\, a_1^i}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad M_i\big|_{dB} = 10\,log_{10}(m_i) = 20\,log_{10}\left(\frac{a_i}{2^{i-1}\, a_1^i}\right)$$

* **Coeficiente de modulación de potencia o coef. de modulación de tensión corregido de orden *i*:** $m_i^*$

$$\boxed{m_i^* = \frac{p_{di}\big|_{mw}}{\left(p_{d1}\big|_{mw}\right)^i}} = \frac{\frac{v_{di}^2}{R}10^3}{\left(\frac{v_{d1}^2}{R}10^3\right)^i} = \frac{v_{di}^2}{v_{d1}^{2i}}\frac{\frac{1000}{R}}{\left(\frac{1000}{R}\right)^i} = m_i\left(\frac{R}{1000}\right)^{i-1}$$

# 3.5. Distorsión

**¿Cómo se puede expresar la potencia de distorsión del armónico de orden *i* en función de la potencia (de distorsión) del armónico fundamental?**

Sabemos que

$$m_i^* = \frac{p_{di}\big|_{mw}}{\left(p_{d1}\big|_{mw}\right)^i}$$

Aplicando una transformación logarítmica a la expresión anterior

$$M_i^*\Big|_{dB} = 10\,log_{10}\left(p_{di}\big|_{mw}\right) - 10\,log_{10}\left(p_{d1}\big|_{mw}\right)^i = P_{di}\Big|_{dBm} - i10\,log_{10}\left(p_{d1}\big|_{mw}\right) = P_{di}\Big|_{dBm} - iP_{d1}\Big|_{dBm}$$

$$P_{di}\Big|_{dBm} = M_i^*\Big|_{dB} + iP_{d1}\Big|_{dBm}$$

característico del sistema

potencia de la señal a la salida del sistema

*Q: Se sabe que un sistema no lineal sólo genera armónicos de orden 1 y 2. Si se desea transmitir una señal con contenido frecuencial en el intervalo [40,100] kHz, indique qué puede hacer antes y después del sistema no lineal para que la señal recibida no contenga términos asociados a la no linealidad del sistema.*

**EJERCICIO 7** Considere una señal periódica de frecuencia $f_1$=1kHz. Determine:

a) Las frecuencias correspondientes al segundo y tercer armónico.

b) El coeficiente de distorsión de los armónicos de orden dos y orden tres (en %), sabiendo que la amplitud del armónico fundamental es de 8V y las amplitudes de los armónicos de orden 2 y 3 son 0.2 y 0.1V, respectivamente.

c) El coeficiente de distorsión total (en %) suponiendo que sólo tienen importancia los armónicos de orden inferior a cuatro.

**EJERCICIO 9** Considere que la señal deseada a salida de un amplificador no lineal tiene una potencia media de -5dBm, siendo -22dBm el nivel del tercer armónico. Asumiendo que el amplificador trabaja en condiciones de cuasi-linealidad, justifique analíticamente si se puede afirmar que el nivel del tercer armónico estará 25dB por debajo del nivel de señal cuando la potencia media de señal deseada a la salida del amplificador sea de -9dBm.

Nota: Tenga en cuenta que el coeficiente de modulación en potencia del armónico *i*-ésimo (que caracteriza la no linealidad del dispositivo) se expresa como:

$$m_i^* = \frac{p_{d,i}\big|_{mw}}{\left(p_{d,1}\big|_{mw}\right)^i}$$

# Tema 3

## Caracterización del ruido en los sistemas de comunicaciones

3.1. Introducción

3.2. Ruido térmico

3.3. Ruido impulsivo

3.4. Ruido de cuantificación

3.5. Distorsión

**3.6. Ruido de intermodulación**

# 3.6. Ruido de intermodulación

Consideramos un sistema no lineal con característica de transferencia $y(t) = g(x(t))$ que se aproxima por el polinomio $y(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)$

Para cuantificar la intermodulación, en el sistema se introduce una señal formada por la **suma de dos tonos** de **igual amplitud** ($v$) y **distinta frecuencia** ($f_1$ y $f_2$)

$$x(t) = v\cos(\omega_1 t) + v\cos(\omega_2 t)$$

Función $g(.)$, con coeficientes $a_0$, $a_1$, $a_2$, …

$$y(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \ldots.$$

Utilizando relaciones trigonométricas, la señal de salida se puede descomponer en la suma de varios términos:

a) Términos de distorsión, correspondientes a múltiplos enteros de las frecuencias base ($f_1$ y $f_2$)

b) Términos de intermodulación, que corresponden a mezcla o batido de las frecuencias de los tonos de entrada: $m f_1 + n f_2$, con $m$ y $n$ números enteros (positivos y negativos).

Se define el *orden del producto de intermodulación* como el valor resultante de la suma $|m|+|n|$

# 3.6. Ruido de intermodulación

Despreciando el término de la componente continua porque no afecta a la intermodulación, la señal de salida *y(t)* se puede descomponer en la suma de los siguientes términos:

Distorsión de orden 1: $\left(a_1 v + \frac{9}{4} a_3 v^3\right) cos(\omega_1 t) + \left(a_1 v + \frac{9}{4} a_3 v^3\right) cos(\omega_2 t)$

Distorsión de orden 2: $\frac{1}{2} a_2 v^2 cos(2\omega_1 t) + \frac{1}{2} a_2 v^2 cos(2\omega_2 t)$

Distorsión de orden 3: $\frac{1}{4} a_3 v^3 cos(3\omega_1 t) + \frac{1}{4} a_3 v^3 cos(3\omega_2 t)$

Intermodulación de orden 2: $\boxed{a_2 v^2} cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \boxed{a_2 v^2} cos((\omega_1 - \omega_2)t)$

Intermodulación de orden 3: $\boxed{\frac{3}{4} a_3 v^3} cos((2\omega_1 + \omega_2)t) + \boxed{\frac{3}{4} a_3 v^3} cos((2\omega_1 - \omega_2)t) + \boxed{\frac{3}{4} a_3 v^3} cos((\omega_1 + 2\omega_2)t) + \boxed{\frac{3}{4} a_3 v^3} cos((2\omega_2 - \omega_1)t)$

$$
\begin{aligned}
y(t) \Rightarrow\ & v_{d1}[cos(\omega_1 t) + cos(\omega_2 t)] + v_{d2}[cos(2\omega_1 t) + cos(2\omega_2 t)] + v_{d3}[cos(3\omega_1 t) + cos(3\omega_2 t)] + \ldots \\
& + v_{I2}[cos((\omega_1 + \omega_2)t) + cos((\omega_1 - \omega_2)t)] + \\
& + v_{I3}[cos((2\omega_1 + \omega_2)t) + cos((2\omega_1 - \omega_2)t) + cos((2\omega_2 + \omega_1)t) + cos((2\omega_2 - \omega_1)t)] + \ldots
\end{aligned}
$$

Considerando que los términos más representativos son los primeros de cada sumando (condición de cuasi-linealidad), la ***amplitud del producto de intermodulación*** de orden *i*, denominada $v_{I,i}$, se puede expresar como

$$v_{I,i} \approx \frac{i}{2^{i-1}} a_i v^i = i v_{d,i}$$

# 3.6. Ruido de intermodulación

Para caracterizar la intermodulación se define el **coeficiente de intermodulación**

**Coeficiente de intermodulación de orden *i*** $\Rightarrow$ $\boxed{i_i = \dfrac{v_{I,i}}{v_{d,1}}} = \dfrac{i v_{d,i}}{v_{d,1}} = i d_i$

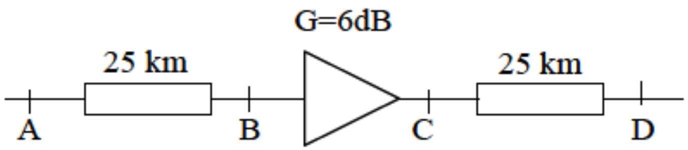
En escala logarítmica $\quad I_i\big|_{dB} = 20\log_{10}(i_i) = D_i\big|_{dB} + 20\log_{10}(i)$

Teniendo en cuenta la definición del coeficiente de modulación de potencia $m_i^* = \dfrac{p_{di}\big|_{mw}}{\left(p_{d1}\big|_{mw}\right)^i}$

la **potencia de intermodulación de orden *i***, i.e. $P_{I,i}\big|_{dBm}$ ,se puede expresar como:

$$P_{I,i}\big|_{dBm} = M_i^*\big|_{dB} + iP_{d,1}\big|_{dBm} + 20\log_{10}(i) = P_{d,i}\big|_{dBm} + 20\log_{10}(i)$$

**EJERCICIO 11** Considere un sistema de transmisión formado por un tramo de cable de 25km, un amplificador que presenta ruido de intermodulación y otro tramo de cable de 25km.




Obtenga la relación señal a ruido de intermodulación en el punto D considerando únicamente el ruido de intermodulación de segundo orden.

Datos:

- Atenuación del cable: $\alpha$=0.046 N/km
- $P_A\big|_{dBm} = -10$
- $M_2^* = -55dB$

*Sol: $S/N_I$=63 dB*

**EJERCICIO 21** En un amplificador se introducen dos tonos de frecuencias $f_1$ y $f_2$. El amplificador origina, con nivel de -75dBm0 y dentro de la banda de paso, los productos de intermodulación correspondientes a $2f_1-f_2$ y $2f_2-f_1$. Si el nivel de las señales $f_1$ y $f_2$ a la salida del amplificador es de 6 dBm0, calcule en tanto por ciento el coeficiente de distorsión de tercer orden.

*Sol:* $d_3 = 0.003\%$