

# Προεργασία 1<sup>ης</sup> Άσκησης

(Παραδίδεται, ανά ομάδα στο mdoudounakis@tuc.gr πριν την εκτέλεση της άσκησης)

**Σημείωση.** Παραδίδονται κώδικες και αποτελέσματα (γραφικές παραστάσεις).

## Υπολογιστικό μέρος (Matlab)

Προτείνεται η χρήση του *matlab* για τα γραφικά και η χρήση των συναρτήσεων *step*, *tf*, *pidstd*, *feedback* του *matlab*, *control toolbox*, για την εύρεση της απόκρισης στο πεδίο του χρόνου (Δε χρειάζονται μαθηματικά).

### Μέθοδος ΖΝ.

- Να καταγράψετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (*control toolbox matlab*), τη βηματική απόκριση, του παρακάτω ανοικτού συστήματος 3ης τάξης, χωρίς ανάδραση:

$$K_s, = 1.0, T_1 = 2.0 \text{ sec}, T_2 = 2.0 \text{ sec}, T_3 = 2.0 \text{ sec},$$

Να καταγράψετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (*control toolbox matlab*), τη βηματική απόκριση, του κλειστού συστήματος, με μοναδιαία ανάδραση.

- Να υπολογίσετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (*control toolbox matlab*), τις τιμές των παραμέτρων  $K_{p,crit}$ ,  $T_{crit}$  με βάση τη μέθοδο ΖΝ2. (Ξεκινώντας από  $K_p = 1.0$ , σταδιακά αυξήστε τη τιμή του αναλογικού κέρδους του ελεγκτή,  $K_p$ , με βήμα 0.5 και επαναλάβετε το πείραμα, μέχρι να πέτυχετε μόνιμες ταλαντώσεις του ελεγχόμενου συστήματος,  $K_{p,crit}$ . Υπολογίστε τη περίοδο της ταλάντωσης  $T_{crit}$ .

- Να καταγράψετε τις αντίστοιχες καμπύλες, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (*control toolbox matlab*), που προέκυψαν στη διαδικασία εντοπισμού και υπολογισμού των παραμέτρων  $K_{p,crit}$ ,  $T_{crit}$ .

- Να υπολογίσετε, τις ρυθμίσεις ενός P, PI και PID ελεγκτή, με βάση τη μέθοδο ZN.
- Στη συνέχεια να καταγράψετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (control toolbox matlab), τη βηματική απόκριση του συστήματος, με P, PI και PID ελεγκτή, με βάση τη μέθοδο ZN.

| Ελεγκτής   | K                              | T <sub>i</sub>               | T <sub>d</sub>               |
|------------|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <b>P</b>   | <b>0.5 K<sub>p,crit</sub></b>  |                              |                              |
| <b>PI</b>  | <b>0.45 K<sub>p,crit</sub></b> | <b>0.85 T<sub>crit</sub></b> |                              |
| <b>PID</b> | <b>0.6 K<sub>p,crit</sub></b>  | <b>0.5 T<sub>crit</sub></b>  | <b>0.12 T<sub>crit</sub></b> |

**Πίνακας 1. Μέθοδος ZN**

### **Μέθοδος CHR.**

Να καταγράψετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (control toolbox matlab), τη βηματική απόκριση, του παρακατω ανοικτου συστήματος 3ης τάξης, χωρίς ανάδραση:

$$K_s = 1.0, T_1 = 2.0 \text{ sec}, T_2 = 2.0 \text{ sec}, T_3 = 2.0 \text{ sec},$$

(Να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω τιμές των  $T_u$ ,  $T_g$ :  $T_u = 1.7 \text{ sec}$  και  $T_g = 6.7 \text{ sec}$ .)

1. Να υπολογίσετε, τις ρυθμίσεις ενός P, PI και PID ελεγκτή, για 0% υπερύψωση και set point response, με βάση τη μέθοδο CHR.

Στη συνέχεια να καταγράψετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (control toolbox matlab), την απόκριση του συστήματος, με P, PI και PID ελεγκτή, για 0% υπερύψωση και set point response, με βάση τη μέθοδο CHR.

| Overshoot  | 0%                       |                    |                    | 20%                      |                   |                     |
|------------|--------------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|-------------------|---------------------|
| ελεγκτής   | K                        | T <sub>i</sub>     | T <sub>d</sub>     | K                        | T <sub>i</sub>    | T <sub>d</sub>      |
| <b>P</b>   | $\frac{0.3 T_g}{K T_u}$  |                    |                    | $\frac{0.7 T_g}{K T_u}$  |                   |                     |
| <b>PI</b>  | $\frac{0.35 T_g}{K T_u}$ | 1.2 T <sub>g</sub> |                    | $\frac{0.6 T_g}{K T_u}$  | T <sub>g</sub>    |                     |
| <b>PID</b> | $\frac{0.6 T_g}{K T_u}$  | T <sub>g</sub>     | 0.5 T <sub>u</sub> | $\frac{0.95 T_g}{K T_u}$ | 1.4T <sub>g</sub> | 0.47 T <sub>u</sub> |

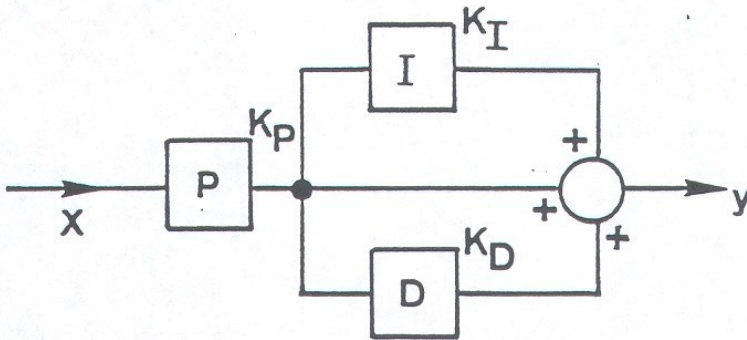
**Πίνακας 3.3.** Παράμετροι ελεγκτή με τη μέθοδο CHR για setpoint response με χρήση των όρων K, T<sub>u</sub> και T<sub>g</sub>.

2. Να υπολογίσετε, τις ρυθμίσεις ενός P, PI και PID ελεγκτή, για 20% υπερύψωση και set point response, με βάση τη μέθοδο CHR. Στη συνέχεια να καταγράψετε, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (control toolbox matlab), την απόκριση του συστήματος, με P, PI και PID ελεγκτή, για 20% υπερύψωση και set point response, με βάση τη μέθοδο CHR. Σε κάθε περίπτωση να δώσετε τη συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή και του συστήματος υπό έλεγχο, καθώς και τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς.

**Σημείωση:** Να ρυθμίζετε κατάλληλα το χρόνο παρατήρησης, κάθε φορά, έτσι ώστε στη παρεχόμενη κυματομορφή, να εμφανίζεται όλη η απαιτούμενη πληροφορία.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

### PID Ελεγκτής του εργαστηρίου



$$F_R = \frac{K_p}{s} \left[ s + \frac{1}{T_i} + T_d \cdot s^2 \right]$$

Υλοποιείται στο Control Toolbox του Matlab με τη συνάρτηση pidstd( $K_p, T_i, T_d$ ).

Εναλλακτικά υλοποιείται με το apps PID Tuner, Form Standard.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

### Μέθοδος ZN

1. Καταγράφουμε τη βηματική απόκριση του ανοικτού συστήματος χωρίς δράση ελεγκτή, αν είναι δυνατό.
2. Καταγράφουμε τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος με μοναδιαία ανάδραση χωρίς δράση ελεγκτή ( $K_p=1$ , I off, D off)
3. Αυξάνουμε σταδιακά το κέρδος του P ελεγκτή (I off, D off) μέχρι να έχουμε μόνιμες ταλαντώσεις και υπολογίζω τις παραμέτρους  $K_{p,crit}$ ,  $T_{crit}$ .
4. Επιλέγουμε το είδος του κατάλληλου ελεγκτή με βάση τις προδιαγραφές (P, PI, PD, PID).
5. Από πίνακες υπολογίζουμε τις ρυθμίσεις του κατάλληλου ελεγκτή.
6. Καταγράφουμε τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος με τον κατάλληλο ελεγκτή ρυθμισμένο. Συγκρίνουμε με 1,2,4.
7. Fine-tuning.

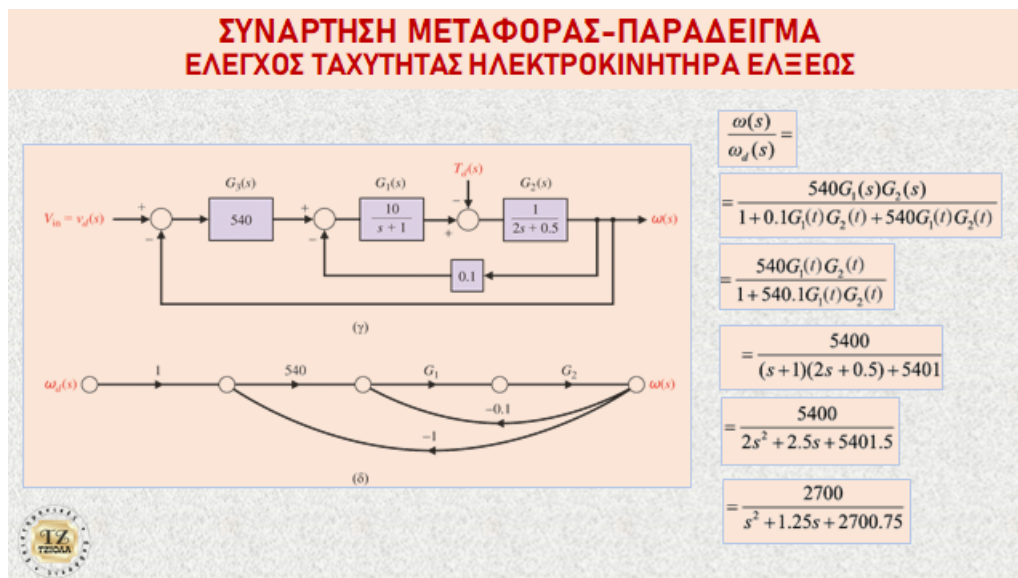
### Μέθοδος CHR

1. Καταγράφουμε τη βηματική απόκριση του ανοικτού συστήματος χωρίς δράση ελεγκτή και υπολογίζουμε τις παραμέτρους  $K$ ,  $T_u$ ,  $T_g$ .

2. Καταγράφουμε τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος με μοναδιαία ανάδραση χωρίς δράση ελεγκτή ( $K_p=1$ , I off, D off)
3. Επιλέγουμε το είδος του κατάλληλου ελεγκτή με βάση τις προδιαγραφές (P, PI, PD, PID).
4. Επιλέγουμε, με βάση τις προδιαγραφές, το επιθυμητό ποσοστό υπερύψωσης (0%, 20%) και το στόχο του έλεγχου (set point response, disturbance).
5. Από πίνακες υπολογίζουμε τις ρυθμίσεις του κατάλληλου ελεγκτή.
6. Καταγράφουμε τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος με τον κατάλληλο ελεγκτή ρυθμισμένο. Συγκρίνουμε με 1,2,4,5.
7. Fine-tuning.

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ

#### Παράδειγμα



## ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΚΙΝΗΤΗΡΑ ΕΛΞΕΩΣ

```
>>num1=[10]; den1=[1 1]; sys1=tf(num1,den1);
>>num2=[1]; den2=[2 0.5]; sys2=tf(num2,den2);
>>num3=[5400]; den3=[1]; sys3=tf(num3,den3);
>>num4=[0.1]; den4=[1]; sys4=tf(num4,den4);
>>sys5=series(sys1,sys2);
>>sys6=feedback(sys5,sys4);
>>sys7=series(sys3,sys6);
>>sys=feedback(sys7,[1])
```

Απαλοιφή  
εσωτερικού  
βρόχου

Υπολογισμός συνάρτησης  
μεταφοράς κλειστού βρόχου

Συνάρτηση μεταφοράς:

$$\frac{5400}{2s^2 + 2.5s + 5402}$$

$$\frac{\omega(s)}{\omega_d(s)}$$

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

$$\omega(s)/\omega_d(s) = T(s) = \frac{5400}{2s^2 + 2.5s + 5401.5}$$

για

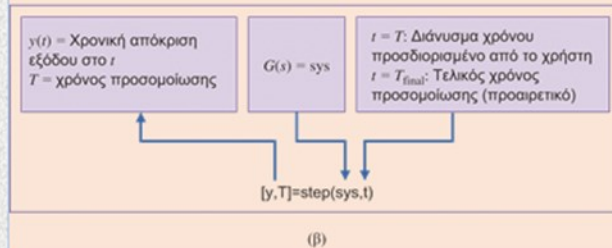
$$\omega = 52$$

και

$$\zeta = 0.012$$



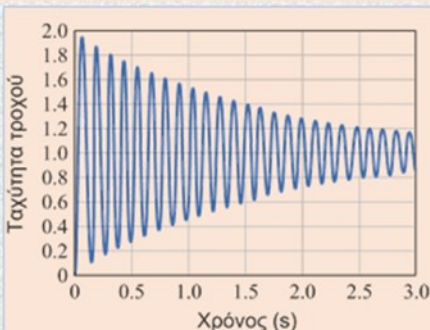
## ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΚΙΝΗΤΗΡΑ ΕΛΞΕΩΣ



Χρήση της  
συνάρτησης  
**STEP**  
για τον  
υπολογισμό  
της  
βηματικής απόκρισης



## ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΚΙΝΗΤΗΡΑ ΕΛΞΕΩΣ



```
% Το πρόγραμμα αυτό υπολογίζει τη βηματική
% απόκριση του συστήματος ελέγχου γωνιακής
% ταχύτητας ενός ηλεκτροκινητήρα έλξεως
num=[5400]; den=[2 2.5 5402]; sys=tf(num,den);
t=[0:0.005:3];
[y,t]=step(sys,t);
plot(t,y),grid
xlabel('Time (s)')
ylabel('Wheel velocity')
```

(β)

Χρήση της συνάρτησης **PLOT**  
για τη δημιουργία γραφικής παράστασης



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4 ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID

### ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID

Ο ελεγκτής τριών όρων ή ελεγκτής PID έχει τρεις συνιστώσες. Μία αναλογική (proportional), μία ολοκληρωτική (integral) και μία διαφορική (derivative)

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός ελεγκτή PID είναι:



$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

ενώ η χρονική του απόκριση είναι:



$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}$$



### ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID

Για  $K_D=0$

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$$



προκύπτει ο αναλογικός-ολοκληρωτικός ελεγκτής ή ελεγκτής PI

Για  $K_I=0$

$$G_c(s) = K_p + K_D s$$



προκύπτει ο αναλογικός-διαφορικός ελεγκτής ή ελεγκτής PD

Ο ελεγκτής PID μπορεί να ιδωθεί ως μία διαδοχή δύο επιμέρους ελεγκτών: ενός ελεγκτή PI και ενός ελεγκτή PD





## ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID

Επίδραση της αύξησης των κερδών  $K_p$ ,  $K_I$ , και  $K_D$  στη βηματική απόκριση

| Κέρδος PID       | Ποσοστιαία υπερύψωση | Χρόνος αποκατάστασης | Σφάλμα μόνιμης κατάστασης |
|------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
| Αύξηση του $K_p$ | Αυξάνεται            | Ελάχιστη επίδραση    | Μειώνεται                 |
| Αύξηση του $K_I$ | Αυξάνεται            | Αυξάνεται            | Μηδενίζεται               |
| Αύξηση του $K_D$ | Μειώνεται            | Μειώνεται            | Καμία επίδραση            |

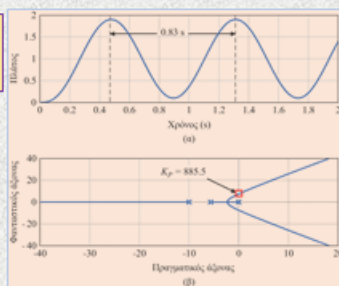
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$



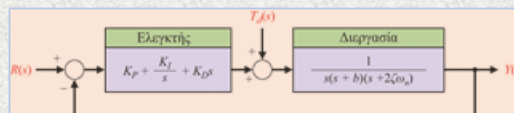
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 5 - ΜΕΘΟΔΟΣ ΖΝ (ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ BSHOP)

### ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID-ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ Ziegler-Nichols (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)

**ΒΗΜΑ-1α  
&  
ΒΗΜΑ-1β**



Βηματική απόκριση για  $K_p = 885.5$ ,  $K_D = 0$ ,  $K_I = 0$ . (β) Τόπος ριζών που δείχνει ότι για την τιμή  $K_p = 885.5$ , το σύστημα είναι οριακά ευσταθές με  $s = \pm 7.5j$



Σύστημα ελέγχου μοναδιαίας ανάδρασης με ελεγκτή PID.

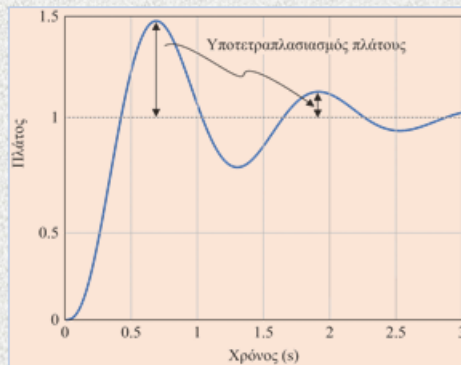
Ο μηδενισμός του ολοκληρωτικού και του διαφορικού κέρδους με την παράλληλη αύξηση του αναλογικού κέρδους φέρνουν το σύστημα στα όρια της ευστάθειας





## ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID-ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ Ziegler-Nichols (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)

### ΒΗΜΑ-2



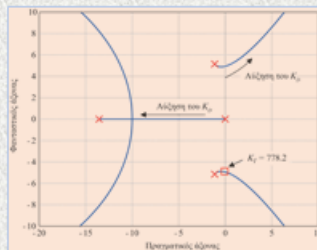
Βηματική απόκριση για  $K_p = 370$  που δείχνει τον υποτετραπλασιασμό του πλάτους

Μειώνοντας το αναλογικό κέρδος στην τιμή  $K_p = 370$  επιτυγχάνουμε τον, κατά προσέγγιση, υποτετραπλασιασμό του πλάτους

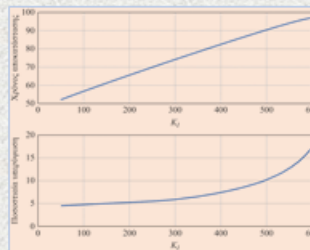


## ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID-ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ Ziegler-Nichols (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)

### ΒΗΜΑ-3



Γεωμετρικός τόπος ριζών για  $K_p = 370$ ,  $K_D = 0$  και  $0 \leq K_I < \infty$



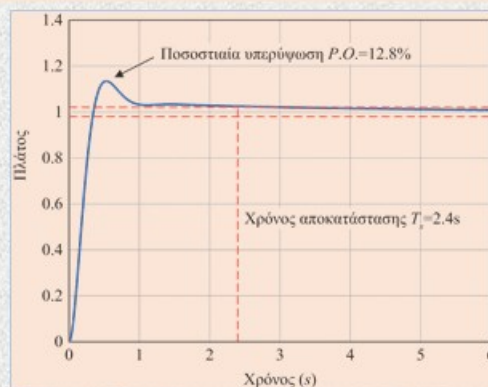
Ποσοστιαία υπερένωση και χρόνος αποκτάστασης για  $K_p = 370$ ,  $K_D = 0$  και  $0 \leq K_I < 600$

Σταδιακά, αυξάνουμε το κέρδος  $K_I$  μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή απόκριση στη βηματική είσοδο



## ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID-ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ Ziegler-Nichols (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)

### ΒΗΜΑ-3 ΤΕΛΙΚΗ ΛΥΣΗ



Ποσοστιαία υπερένωση και χρόνος αποκτάστασης με τελικό σχεδιασμό για  $K_p = 370$ ,  $K_D = 60$  και  $K_I = 100$

$$K_p = 370$$

$$K_D = 60$$

$$K_I = 100$$



## ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID-ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ Ziegler-Nichols ΜΕΣΩ ΤΟΥ ΘΕΜΕΛΙΩΔΟΥ ΚΕΡΔΟΥΣ ΣΤΟ ΟΡΙΟ ΑΣΤΑΘΕΙΑΣ, $K_U$

Ρύθμιση Ziegler-Nichols ενός ελεγκτή PID με χρήση της δομής κλειστού βρόχου

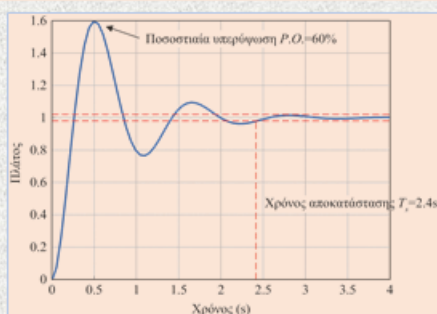
| Τύπος Ελεγκτή   | $K_p$     | $K_I$                 | $K_D$                  |
|---|-----------|-----------------------|------------------------|
| Αναλογικός (P)<br>$G_c(s) = K_p$  | $0.5K_U$  | —                     | —                      |
| Αναλογικός με ολοκληρωτή (PI)<br>$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$                         | $0.45K_U$ | $\frac{0.54K_U}{T_U}$ | —                      |
| Αναλογικός με ολοκληρωτή και διαφοριστή (PID)<br>$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$ | $0.6K_U$  | $\frac{1.2K_U}{T_U}$  | $\frac{0.6K_U T_U}{8}$ |

Επανεξετάζοντας το προηγούμενο παράδειγμα, τα νέα κέρδη είναι

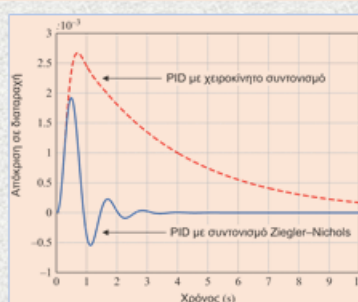
$$K_p = 0.6K_U = 531.3, \quad K_I = \frac{1.2K_U}{T_U} = 1280.2 \quad \text{και} \quad K_D = \frac{0.6K_U T_U}{8} = 55.1$$



## ΕΛΕΓΚΤΕΣ PID-ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ Ziegler-Nichols ΜΕΣΩ ΤΟΥ ΘΕΜΕΛΙΩΔΟΥ ΚΕΡΔΟΥΣ ΣΤΟ ΟΡΙΟ ΑΣΤΑΘΕΙΑΣ, $K_U$



Χρονική απόκριση ελεγκτή PID που ρυθμίστηκε μέσω του θεμελιώδους κέρδους στο όριο αστάθειας για  $K_p = 531.3$ ,  $K_I = 1280.2$  και  $K_D = 55.1$



Απόκριση σε διαταραχή ενός ελεγκτή PID που ρυθμίστηκε μέσω του θεμελιώδους κέρδους στο όριο αστάθειας και του ελεγκτή που υποβλήθηκε σε χειροκίνητη ρύθμιση