



---

Πολυτεχνείο Κρήτης  
Σχολή ΗΜΜΥ  
Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι  
Παράδοση 1ης εργασίας  
Ημερομηνία Παράδοσης: 25 Απριλίου 2024  
Μονάδες 130/1000

---

## Ομάδα 25

	Φοιτητής 1	Φοιτητής 2
Επώνυμο	Σιώτος	Αγγελόπουλος
Όνομα	Μόδεστος	Γιώργος
A.M.	2016030030	2016030083

Ώρες που απαιτήθηκαν για την υλοποίηση της άσκησης  $\approx 20$

# Περιεχόμενα

<b>Θ Υπολογισμός συνάρτησης αυτοομοιότητας απλών συναρτήσεων</b>	<b>3</b>
Θ.1 Συνάρτηση $\varphi(t)$ . . . . .	3
Θ.2 Συνάρτηση $\varphi(t - 2)$ . . . . .	4
Θ.3 Νέα συνάρτηση $\varphi(t)$ . . . . .	5
Θ.4 Κώδικας, γραφικές παραστάσεις και συμπεράσματα . . . . .	7
<b>A Αποκομμένοι παλμοί <i>SRRC</i></b>	<b>9</b>
A.1 Κατασκευή παλμών και <i>Roll off</i> . . . . .	9
A.2 Φασματική πυκνότητα ενέργειας . . . . .	11
A.3 Εύρος φάσματος παλμών . . . . .	13
<b>B Ορθοκανονικότητα της <math>\phi</math></b>	<b>16</b>
<b>C Σύστημα διαμόρφωσης 2-PAM</b>	<b>22</b>
C .1 Δημιουργία τυχαίας ακολουθίας N bits . . . . .	22
C .2 Υλοποίηση 2-PAM . . . . .	22
C .2.α' Η συνάρτηση $X = \text{bits\_to\_2PAM}(b)$ ; . . . . .	22
C .2.β' Προσομοίωση σήματος . . . . .	23
C .2.γ' Συνέλιξη του σήματος . . . . .	24
C .2.δ' Συνέλιξη $Z(t)$ . . . . .	25

## Θ Υπολογισμός συνάρτησης αυτοομοιότητας απλών συναρτήσεων

### Θ.1 Συνάρτηση $\phi(t)$

$$\text{Έχουμε: } \phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{αν } |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Η συνάρτηση αυτοομοιότητας της  $\phi$  προκύπτει από τον τύπο:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\phi(t+\tau) dt$$

Για την  $\phi$  έχουμε ότι είναι εντός του διαστήματος  $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$  ενώ για την  $\phi(t+\tau)$  εντός του

$$\left[-\frac{T}{2} - \tau, \frac{T}{2} - \tau\right]$$

$$\text{Για } \frac{T}{2} - \tau < -\frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau > T$$

Δεν υπάρχει επικάλυψη μεταξύ των συναρτήσεων,  $R_{\phi\phi}(\tau) = 0$

$$\text{Για } -\frac{T}{2} \leq -\tau - \frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau \leq -T$$

Δεν υπάρχει επικάλυψη μεταξύ των συναρτήσεων,  $R_{\phi\phi}(\tau) = 0$

$$\text{Για } -\frac{T}{2} < \frac{T}{2} - \tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow 0 \leq \tau < T$$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T} dt = \left(\frac{\frac{T}{2} - \tau}{T}\right) - \left(\frac{-\frac{T}{2}}{T}\right) = 1 - \frac{\tau}{T}$$

$$\text{Για } -\frac{T}{2} < -\frac{T}{2} - \tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow -T \leq \tau < 0$$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\frac{T}{2}-\tau}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T} dt = \left(\frac{\frac{T}{2}}{T}\right) - \left(\frac{-\frac{T}{2}-\tau}{T}\right) = 1 + \frac{\tau}{T}$$

Οπότε τελικά:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{T}, \tau \in [-T, T]$$

και αντικαθιστώντας:

$$R_{\phi\phi}(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T}, & \text{αν } |t| \leq T \\ 0, & \text{αλλιού.} \end{cases}$$

## Θ.2 Συνάρτηση $\phi(t-2)$

Εφαρμόζουμε αλλαγή μεταβλητής.

Έστω  $t' = t - 2$  οπότε και  $dt' = dt$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-2)\phi(t-2+\tau) dt \rightarrow R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t')\phi(t'+\tau) dt'$$

$$\phi(t') \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \quad \text{και} \quad \phi(t'+\tau) \in \left[-\frac{T}{2}-\tau, \frac{T}{2}-\tau\right]$$

Έτσι συμπεραίνουμε ότι η συνάρτηση αυτοομοιότητας της  $\phi(t-2)$  είναι ίδια με αυτή της  $\phi(t)$ .

### Θ.3 Νέα συνάρτηση $\varphi(t)$

$$\text{Έχουμε: } \phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{αν } 0 \leq t < \frac{T}{2}, \\ -\frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{αν } \frac{T}{2} \leq t \leq T, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Η συνάρτηση αυτοομοιότητας της  $\varphi$  προκύπτει από τον τύπο:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\phi(t+\tau) dt$$

Για την  $\varphi$  έχουμε ότι είναι εντός του διαστήματος  $[0, T]$  ενώ για την  $\varphi(t+\tau)$  εντός του

$$[0 - \tau, T - \tau]$$

$$\text{Για } T - \tau < 0 \Leftrightarrow \tau > T$$

Δεν υπάρχει επικάλυψη μεταξύ των συναρτήσεων,  $R_{\phi\phi}(\tau) = 0$

$$\text{Για } T \leq -\tau \Leftrightarrow \tau \leq -T$$

Δεν υπάρχει επικάλυψη μεταξύ των συναρτήσεων,  $R_{\phi\phi}(\tau) = 0$

$$\text{Για } 0 < T - \tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow \frac{T}{2} \leq \tau < T$$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_0^{T-\tau} \phi(t)\phi(t+\tau) dt = \int_0^{T-\tau} \left(-\frac{1}{T}\right) dt = -\frac{T-\tau}{T} = -1 + \frac{\tau}{T}$$

$$\Gamma\alpha \quad \frac{T}{2} < T - \tau \leq T \Leftrightarrow 0 \leq \tau < \frac{T}{2}$$

$$\begin{aligned} R_{\phi\phi}(\tau) &= \int_{\frac{T}{2}}^T \phi(t)\phi(t+\tau) dt = \int_0^{\frac{T}{2}-\tau} \frac{1}{T} dt + \int_{\frac{T}{2}-\tau}^{\frac{T}{2}} \left(-\frac{1}{T}\right) dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T-\tau} \frac{1}{T} dt = \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{\tau}{T}\right) - \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{\tau}{T}\right) + \left(1 - \frac{\tau}{T} - \frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{3\tau}{T} \end{aligned}$$

$$\Gamma\alpha \quad 0 < -\tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow -\frac{T}{2} \leq \tau < 0$$

$$\begin{aligned} R_{\phi\phi}(\tau) &= \int_{-\tau}^T \phi(t)\phi(t+\tau) dt = \int_{-\tau}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T} dt + \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}-\tau} \left(-\frac{1}{T}\right) dt + \int_{\frac{T}{2}-\tau}^T \frac{1}{T} dt = \\ &= \left(\frac{2\tau}{T}\right) - \left(-\frac{\tau}{T} - \frac{\tau}{T}\right) + \left(\frac{T}{T} - \frac{2\tau}{T}\right) = 1 + \frac{3\tau}{T} \end{aligned}$$

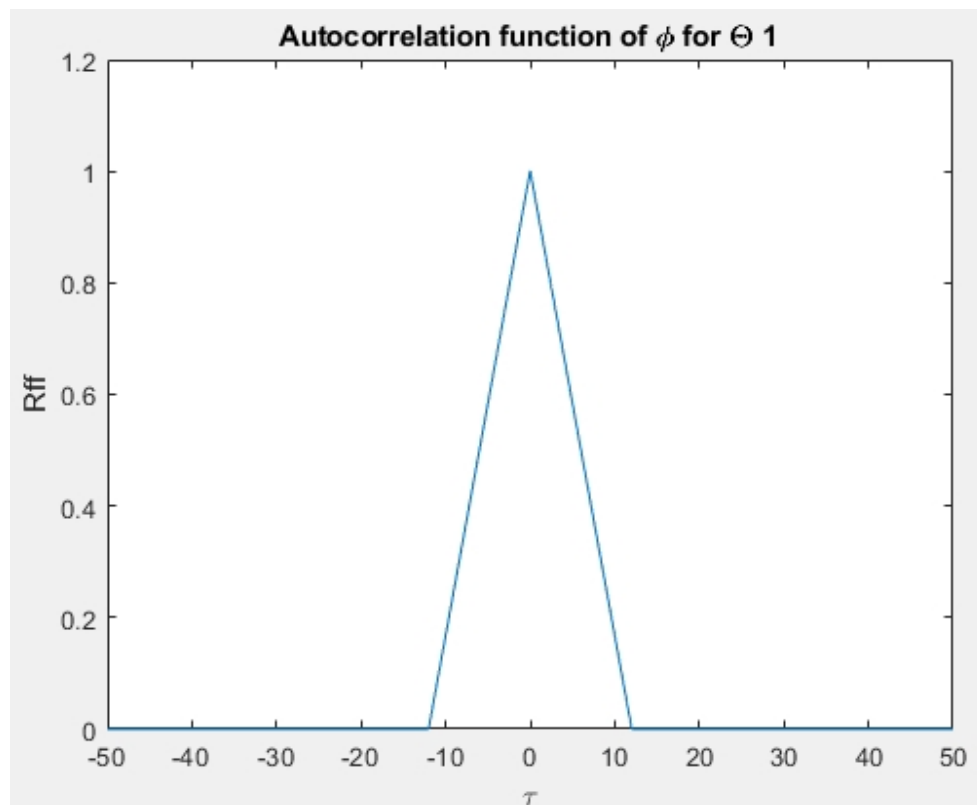
$$\Gamma\alpha \quad \frac{T}{2} < -\tau \leq T \Leftrightarrow -T \leq \tau < -\frac{T}{2}$$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\tau}^T \phi(t)\phi(t+\tau) dt = \int_{-\tau}^T -\frac{1}{T} dt = -1 - \frac{\tau}{T}$$

Οπότε έχουμε:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \begin{cases} -1 - \frac{\tau}{T}, & -T \leq \tau < -\frac{T}{2} \\ 1 + \frac{3\tau}{T}, & -\frac{T}{2} \leq \tau < 0 \\ 1 - \frac{3\tau}{T}, & 0 \leq \tau < \frac{T}{2} \\ -1 + \frac{\tau}{T}, & \frac{T}{2} \leq \tau < T \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

#### Θ.4 Κώδικας, γραφικές παραστάσεις και συμπεράσματα

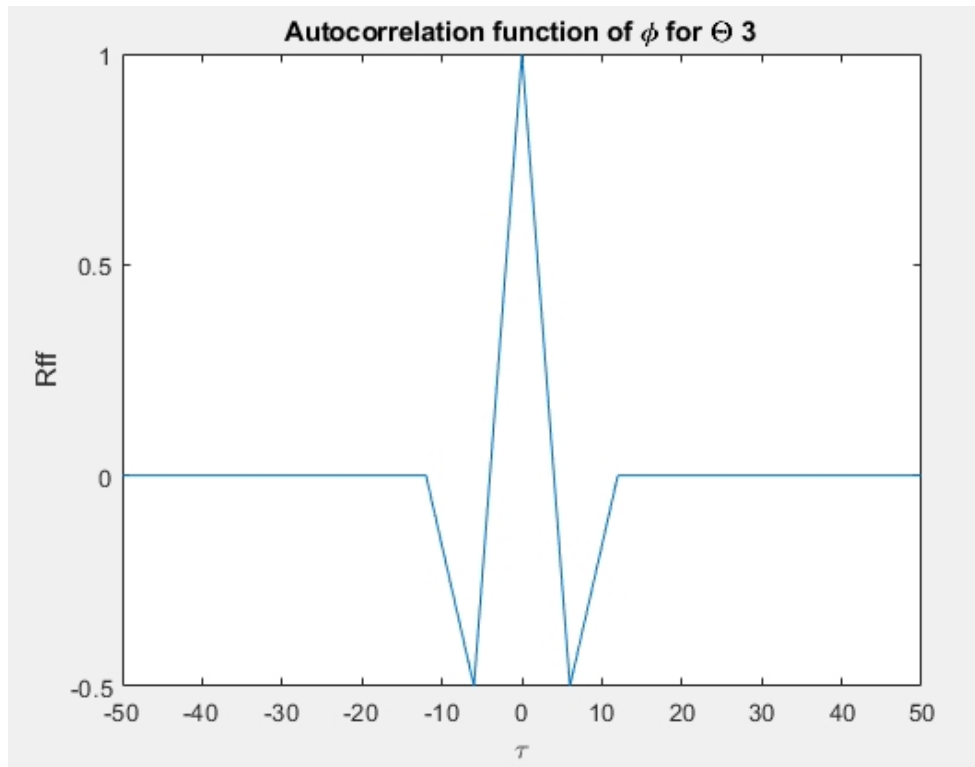


Σχήμα 1: Γραφική παράσταση αυτοομοιότητας της  $\phi(t)$

Αρχικά επιλέξαμε  $T = 12$ . Η συνάρτηση αυτοομοιότητας  $R_{\phi\phi}$  θα είναι μέγιστη για  $\tau = 0$  και θα έχει την τιμή 1. Καθώς το  $\tau$  αυξάνεται από το μηδέν έως το  $T$  η συνάρτηση αυτοομοιότητας θα μειώνεται γραμμικά προς το μηδέν, δηλαδή  $R_{\phi\phi}(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{T}$  για  $|\tau| \leq T$ . Για  $|\tau| > T$ , η συνάρτηση αυτοομοιότητας θα είναι μηδενική.

Η συνάρτηση αυτοομοιότητας για την μετατοπισμένη συνάρτηση  $\phi(t - 2)$  θα έχει την ίδια γενική μορφή με αυτή της  $\phi(t)$ . Η μόνη διαφορά θα είναι στην οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης κατά 2 μονάδες.

Αυτό σημαίνει ότι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης θα παραμένει 1 στο  $\tau = 0$  και η μορφή της θα είναι η ίδια, αλλά θα φαίνεται σαν να έχει μετατοπιστεί η ολόκληρη συνάρτηση κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά.



Σχήμα 2: Γραφική παράσταση αυτοομοιότητας της  $\phi(t)$

```

1 clear all;
2 close all;
3 % Parameters
4 T = 12; % Let T=12
5 Ts = 0.01;
6 t = -25:Ts:25;
7 phi = zeros(1, length(t));
8 phi(abs(t) <= T/2) = 1/sqrt(T);
9
10 % Reverse the time vector and phi for convolution
11 t_rev = -t(end:-1:1);
12 phi_rev = phi(end:-1:1);
13 tconv = t(1) + t_rev(1) : Ts : t(end) + t_rev(end);
14
15 % Convolution to find the autocorrelation function
16 Rff = conv(phi, phi_rev) * Ts;
17 figure;
18 plot(tconv, Rff);

```



```

19 xlabel('\tau');
20 ylabel('Rff');
21 title('Autocorrelation function of \phi for \Theta 1');
22
23 figure();
24 Rff = zeros(1, length(tconv));
25 Rff(-T <= tconv & tconv < -T/2) = -1 - tconv(-T <= tconv &
    tconv < -T/2) / T;
26 Rff(-T/2 <= tconv & tconv < 0) = 1 + 3 * tconv(-T/2 <= tconv &
    tconv < 0) / T;
27 Rff(0 <= tconv & tconv < T/2) = 1 - 3 * tconv(0 <= tconv &
    tconv < T/2) / T;
28 Rff(T/2 <= tconv & tconv < T) = -1 + tconv(T/2 <= tconv &
    tconv < T) / T;
29 plot(tconv, Rff);
30 xlabel('\tau');
31 ylabel('Rff');
32 title('Autocorrelation function of \phi for \Theta 3');

```

## A Αποκομμένοι παλμοί *SRRC*

### A.1 Κατασκευή παλμών και *Roll off*

Αρχικά, κάνουμε χρήση της συνάρτησης *srrc\_pulse* που μας δόθηκε, για να κατασκευάσουμε τους ζητούμενους παλμούς *SRRC* με τις παραμέτρους της άσκησης και για  $\alpha = 0, 0.5, 1$ .

```

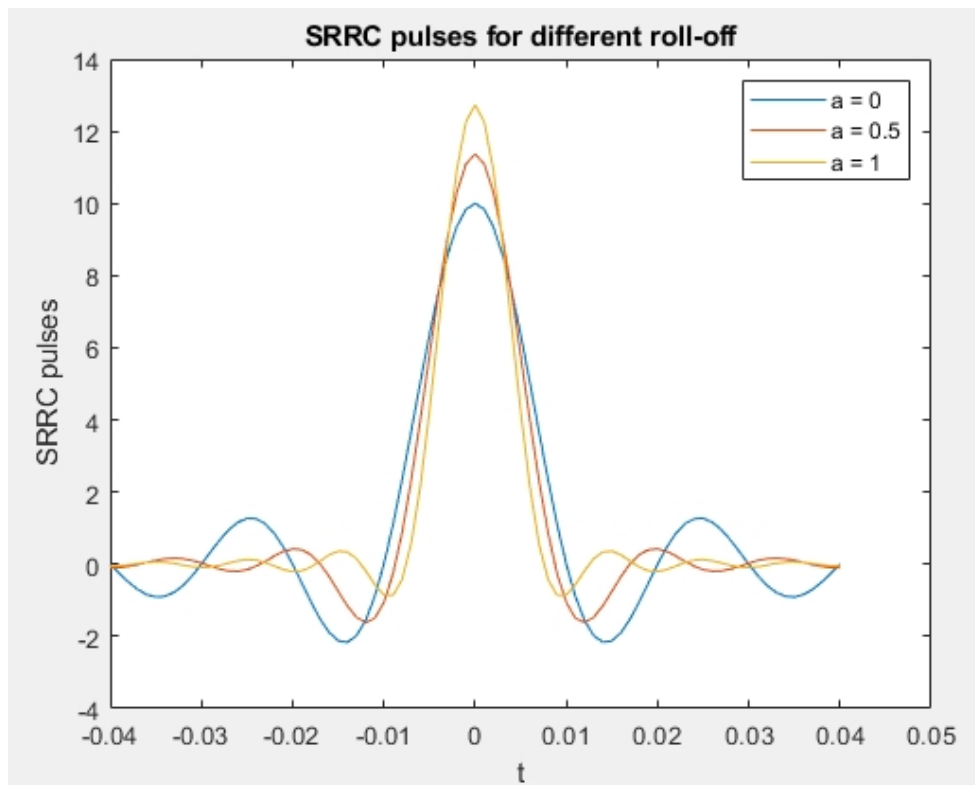
1 T=0.01;
2 a=[0 0.5 1];
3 over = 10;
4 Ts = T/over;
5 A = 4;
6
7 [phi1,t1] = srrc_pulse(T, Ts, A, a(1));
8 [phi2,t2] = srrc_pulse(T, Ts, A, a(2));
9 [phi3,t3] = srrc_pulse(T, Ts, A, a(3));
10
11 figure ();
12 plot(t1, phi1, 'DisplayName', 'a = 0');

```

```

13 hold on;
14 plot(t2, phi2, 'DisplayName', 'a = 0.5');
15 plot(t3, phi3, 'DisplayName', 'a = 1');
16 legend('show');
17 title('SRRC pulses for different roll-off');
18 xlabel('t');
19 ylabel('SRRC pulses');

```



Σχήμα 3: Γραφική αναπαράσταση της  $\phi$  για διαφορετικές τιμές του  $\alpha$

Παρατηρώντας τις γραφικές, καταλαβαίνουμε ότι ο συντελεστής  $\alpha$ , παίζει μεγάλο ρόλο στα αποτελέσματά μας. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του *Roll off*, τόσο μεγαλύτερο πλάτος καμπύλης έχουμε για  $t = 0$  και αντίστοιχα, τόσο γρηγορότερη απόσβεση εμφανίζεται.

## A.2 Φασματική πυκνότητα ενέργειας

Σε πρώτη φάση, υπολογίζουμε τους μετασχηματισμούς *Fourier* των παλμών που δημιουργήθηκαν στο 1ο μέρος. Αυτό γίνεται εύκολα, με τη χρήση των συναρτήσεων *fft* και *fftshift* στον κατάλληλο άξονα συχνοτήτων.

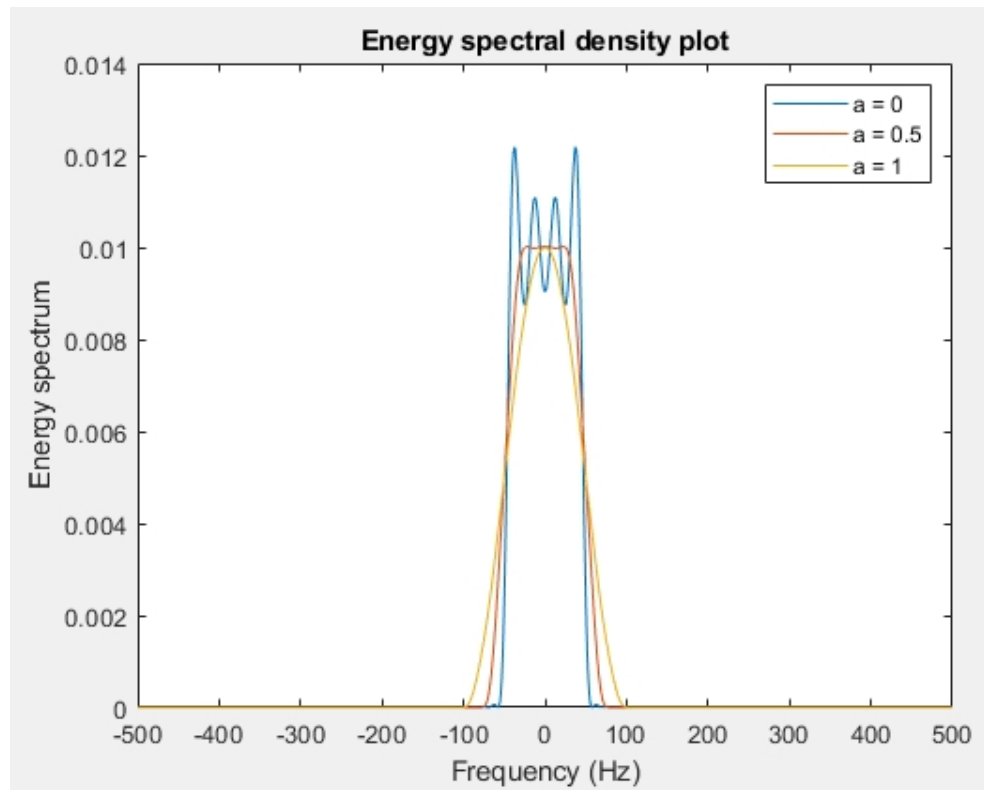
Στις παρακάτω γραφικές αναπαραστάσεις, παρουσιάζεται η φασματική πυκνότητα ενέργειας των παλμών  $|\Phi(F)|^2$  με τη χρήση του *plot* (κανονική κλίμακα) και με τη χρήση του *semilogy* (ημιλογαριθμική κλίμακα).

```
1 Fs = 1/Ts ;
2 N = 2048;
3 F= -Fs/2:Fs/N:Fs/2-Fs/N;
4
5
6 fourier1 = fftshift(fft(phiA,N)*Ts);
7 fourier2 = fftshift(fft(phiB,N)*Ts);
8 fourier3 = fftshift(fft(phiC,N)*Ts);
9
10 phasm1 = abs(fourier1).^2;
11 phasm2 = abs(fourier2).^2;
12 phasm3 = abs(fourier3).^2;
13
14 figure();
15 plot(F, phasm1, 'DisplayName', 'a = 0');
16 hold on;
17 plot(F, phasm2, 'DisplayName', 'a = 0.5');
18 plot(F, phasm3, 'DisplayName', 'a = 1');
19 legend('show');
20
21 title('Energy spectral density plot');
22 xlabel('Frequency (Hz)');
23 ylabel('Energy spectrum');
24 hold off;
25
26 figure(3);
27 semilogy(F, phasm1, 'DisplayName', 'a = 0');
28 hold on;
29 semilogy(F, phasm2, 'DisplayName', 'a = 0.5');
30 semilogy(F, phasm3, 'DisplayName', 'a = 1');
```

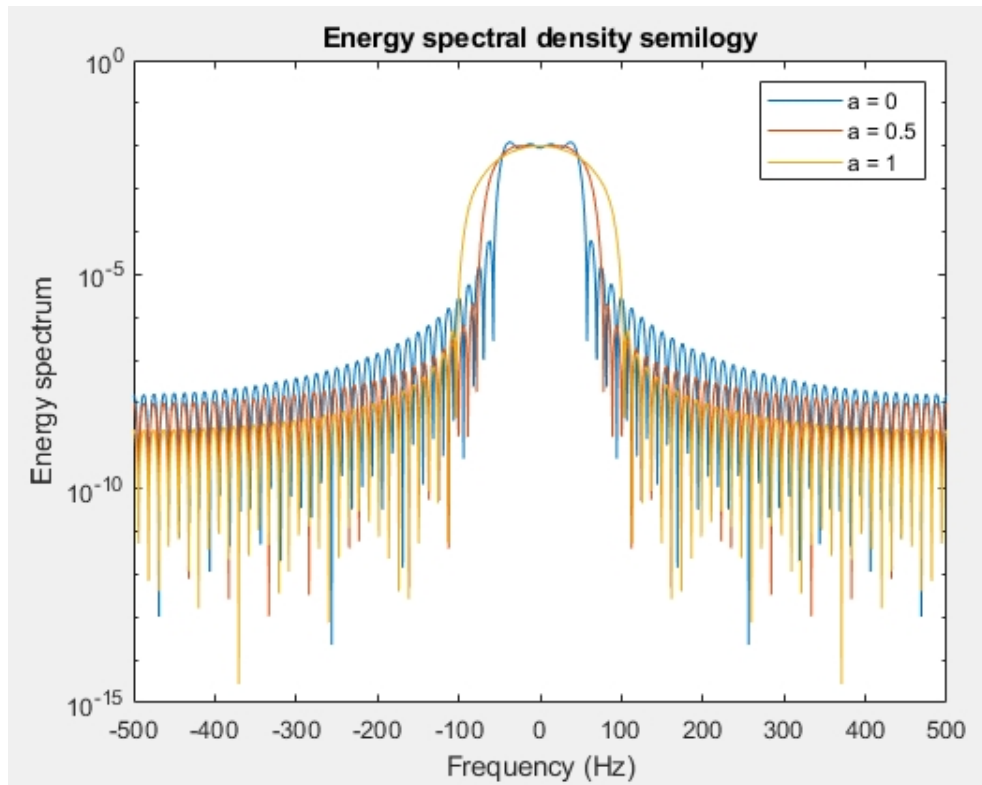
```

31 legend('show');
32
33 title('Energy spectral density semilogy');
34 xlabel('Frequency (Hz)');
35 ylabel('Energy spectrum');

```



Σχήμα 4: Φασματική ενέργεια πυκνότητας με *plot*



Σχήμα 5: Φασματική ενέργεια πυκνότητας με *semilogy*

### A.3 Εύρος φάσματος παλμών

Αρχικά θα υπολογίσουμε το θεωρητικό εύρος φάσματος για κάθε παλμό με τη χρήση του τύπου  $BW = \frac{1+a}{2T}$ .

Για  $T = 10^{-2}$  θα έχουμε:

Για  $\alpha = 0$  :  $BW = 50$

Για  $\alpha = 0.5$  :  $BW = 75$

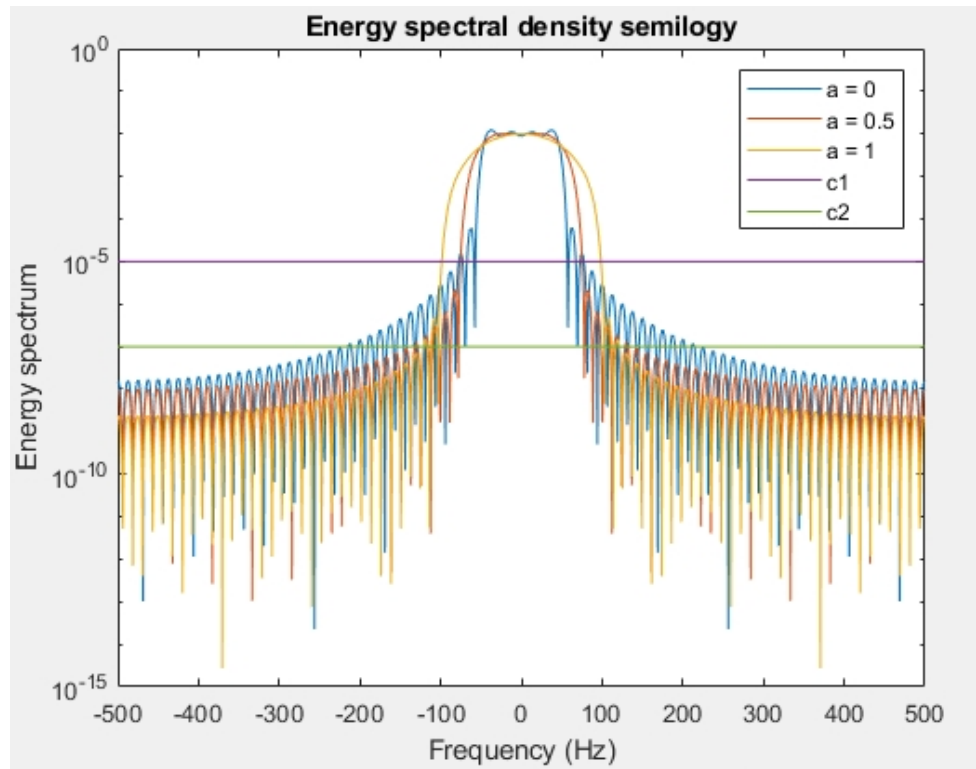
Για  $\alpha = 1$  :  $BW = 100$

Έπειτα, αφού υπολογίσαμε το θεωρητικό εύρος, μας ζητείται μία πιο πρακτική προσέγγιση. Θα σχεδιάσουμε μια οριζόντια γραμμή με τιμή  $c$  στο κοινό *semilogy* και θα θεωρίσουμε ότι οι τιμές κάτω από τη γραμμή είναι πρακτικά μηδέν.

```

1 disp('Theory')
2 BW1=(1+0)/(2*T)
3 BW2=(1+0.5)/(2*T)
4 BW3=(1+1)/(2*T)
5
6 c1=T/10^3;
7 for ki= 1:length(F)-1
8 c1=[c1 T/10^3];
9 end
10 c2=T/10^5;
11 for ki= 1:length(F)-1
12 c2=[c2 T/10^5];
13 end
14 semilogy(F,c1);
15 semilogy(F,c2);
16 legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1', 'c1', 'c2');

```



Σχήμα 6: Φασματική ενέργεια πυκνότητας με *semilogy* μαζί με *c1*, *c2*

Χρησιμοποιώντας τη λειτουργία *zoom* στο *Matlab* παίρνουμε προσεγγιστικά:

$$c_1 = \frac{T}{10^3}$$

Για  $\alpha = 0$  :  $BW = 77.5$

Για  $\alpha = 0.5$  :  $BW = 75.5$

Για  $\alpha = 1$  :  $BW = 98.7$

$$c_2 = \frac{T}{10^5}$$

Για  $\alpha = 0$  :  $BW = 214.2$

Για  $\alpha = 0.5$  :  $BW = 132.1$

Για  $\alpha = 1$  :  $BW = 121.3$

Στην 1η περίπτωση, ο πιο αποδοτικός παλμός είναι αυτός με το συντελεστή  $\alpha = 0.5$  αφού έχει την μικρότερη τιμή  $BW$ .

Στη 2η περίπτωση, παρατηρούμε ότι για μεγαλύτερες τιμές του  $\alpha$ , έχουμε μικρότερες τιμές  $BW$ . Έτσι στην προκειμένη περίπτωση, ο αποδοτικότερος παλμός είναι αυτός με  $\alpha = 1$ .

Εν τέλει, βλέπουμε ότι στην πράξη, δεν ισχύει πάντα ότι οι παλμοί με το μικρότερο  $\alpha$ , θα έχουν και το μικρότερο εύρος φάσματος.

## B Ορθοκανονικότητα της $\phi$

Στο β' ερώτημα, μας ζητήθηκε με τις υπάρχουσες παραμέτρους να σχεδιάσουμε τους παλμούς  $\phi(t)$  και  $\phi(t - kT)$  σε κοινό *plot*, όπως επίσης και το γινόμενό τους, για τις γνωστές τιμές του  $a$  και για  $k = 0,1,2$ . Έπειτα να υπολογίσουμε τα ολοκληρώματα των γινομένων για  $k = 0,1,2,3$ .

Παρακάτω ακολουθεί ο κώδικας *MATLAB* που υλοποιήσαμε, οι ζητούμενες γραφικές, καθώς και οι τιμές των ζητούμενων ολοκληρωμάτων.

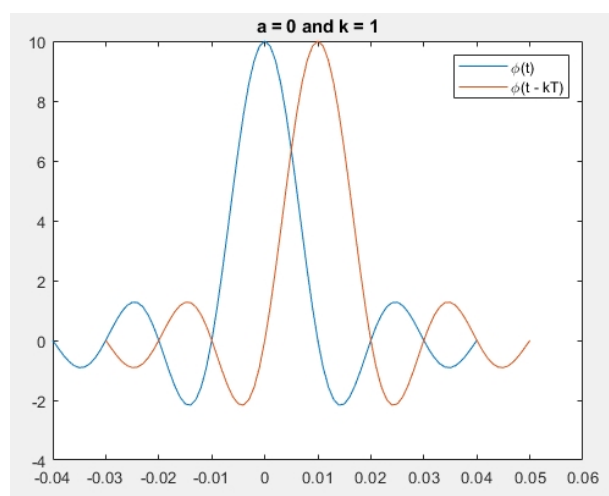
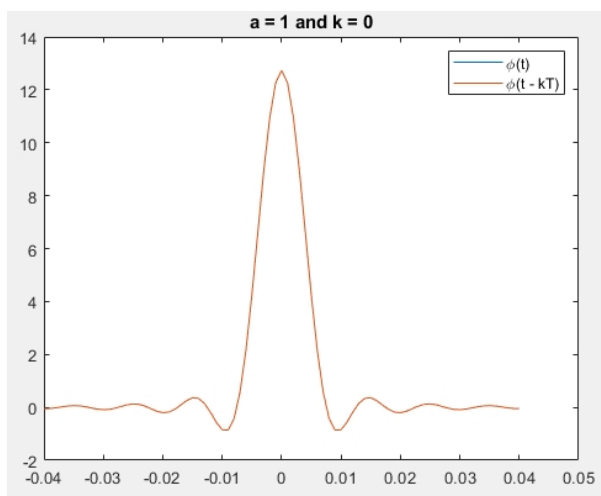
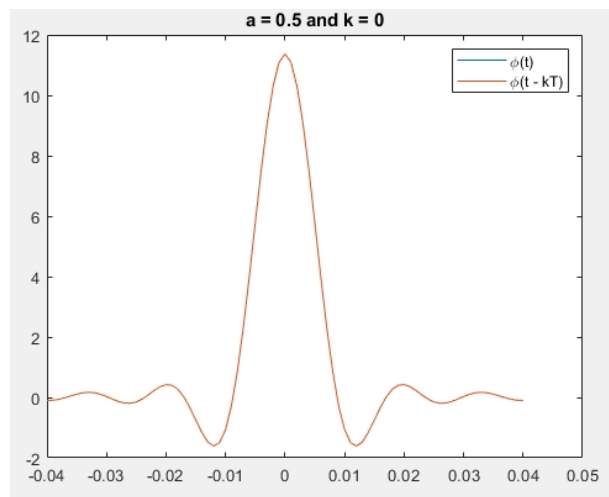
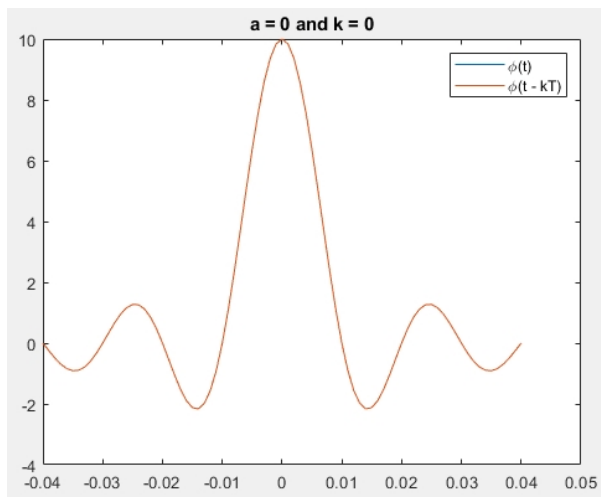
```
1 for k = 0:1:2
2 figure;
3 plot(t1, phi1, 'DisplayName', '\phi(t)');
4 hold on;
5 plot(t1 + k*T, phi1, 'DisplayName', '\phi(t - kT)');
6 title(['a = 0 and k = ' num2str(k)]);
7 hold off;
8 legend('show');
9
10 figure;
11 plot(t2, phi2, 'DisplayName', '\phi(t)');
12 hold on;
13 plot(t2 + k*T, phi2, 'DisplayName', '\phi(t - kT)');
14 title(['a = 0.5 and k = ' num2str(k)]);
15 hold off;
16 legend('show');
17
18 figure;
19 plot(t3, phi3, 'DisplayName', '\phi(t)');
20 hold on;
21 plot(t3 + k*T, phi3, 'DisplayName', '\phi(t - kT)');
22 title(['a = 1 and k = ' num2str(k)]);
23 hold off;
24 legend('show');
25 end
26
27 for k = 0:3
28 figure;
29 offset1 = [zeros(1, length(0:Ts:k*T)) phi1(1:end - length(0:Ts
    :k*T))];
```

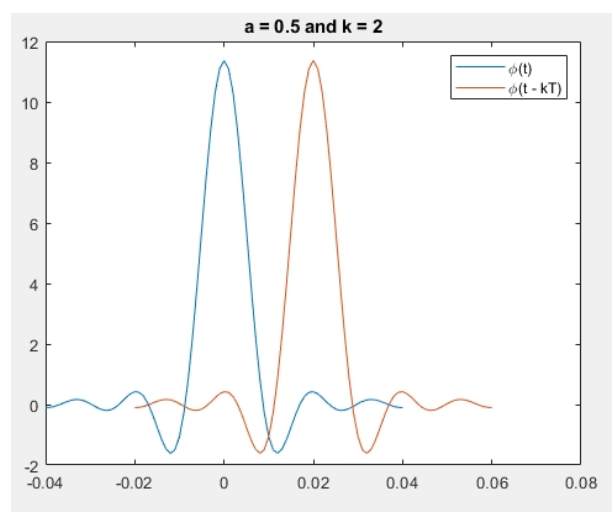
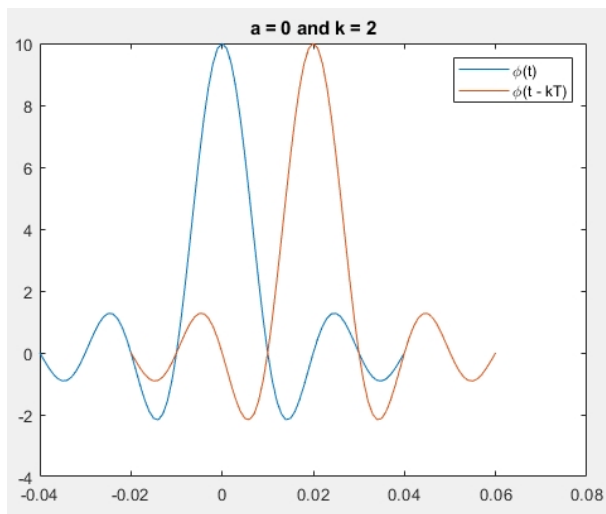
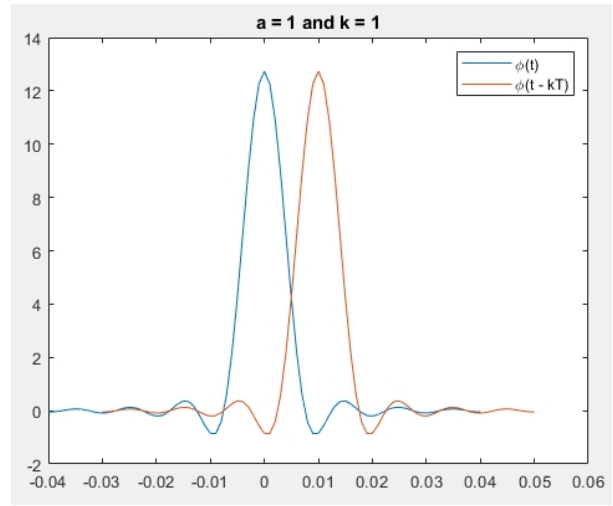
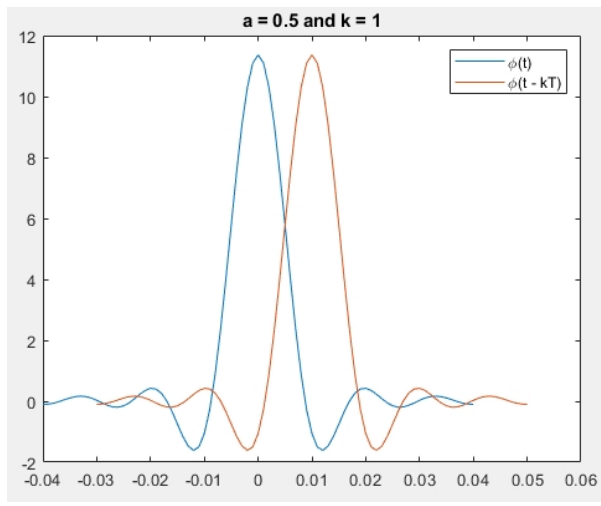


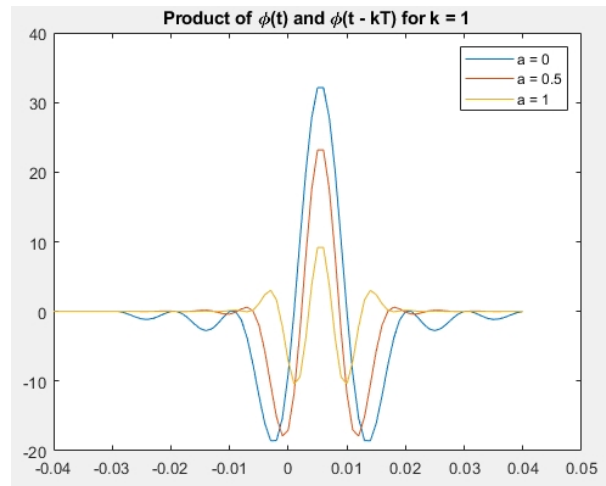
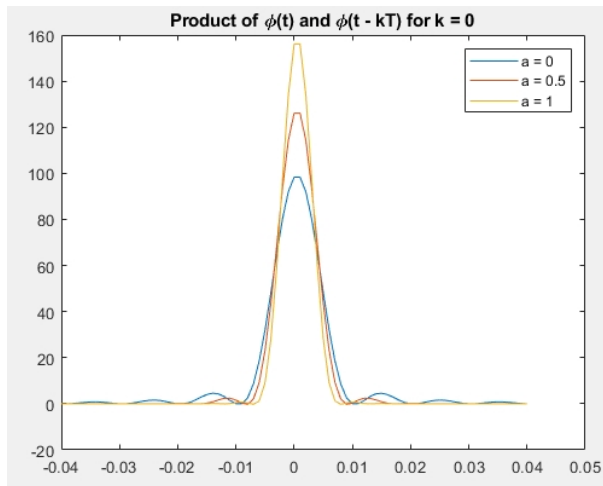
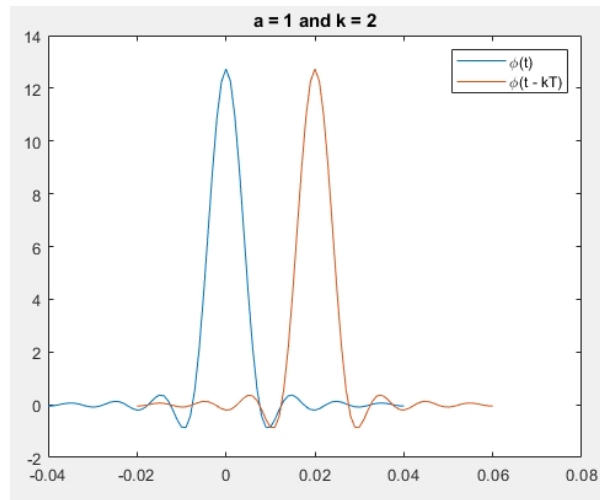
```

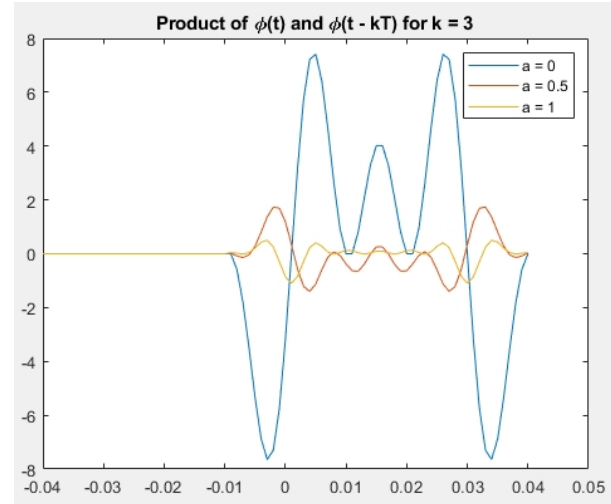
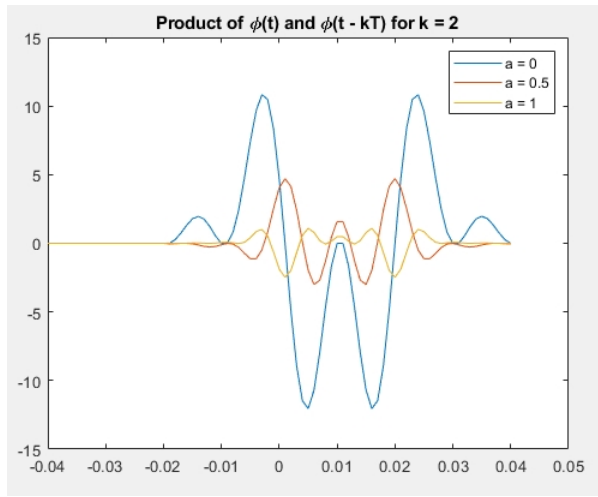
30 result1 = phi1 .* offset1;
31 plot(t1, result1, 'DisplayName', 'a = 0');
32 integrated1(k + 1) = sum(result1) * Ts;
33
34 %figure;
35 offset2 = [zeros(1, length(0:Ts:k*T)) phi2(1:end - length(0:Ts
    :k*T))];
36 result2 = phi2 .* offset2;
37 hold on;
38 plot(t2, result2, 'DisplayName', 'a = 0.5');
39 integrated2(k + 1) = sum(result2) * Ts;
40
41 %figure;
42 offset3 = [zeros(1, length(0:Ts:k*T)) phi3(1:end - length(0:Ts
    :k*T))];
43 result3 = phi3 .* offset3;
44 plot(t3, result3, 'DisplayName', 'a = 1');
45 title(['Product of \phi(t) and \phi(t - kT) for k = ' num2str(
    k)]);
46 legend('show');
47 hold off;
48 integrated3(k + 1) = sum(result3) * Ts;
49 end
50
51 disp('Integration for a = 0: '); disp(integrated1)
52 disp('Integration for a = 0.5: '); disp(integrated2)
53 disp('Integration for a = 1: '); disp(integrated3)

```









Ακολουθούν οι τιμές των ολοκληρωμάτων που υπολογίστηκαν:

Ολοκλήρωμα	$\kappa = 0$	$\kappa = 1$	$\kappa = 2$	$\kappa = 3$
$\alpha = 0$	0.9596	-0.0618	0.0135	0.0126
$\alpha = 0.5$	0.9812	-0.0667	0.0139	0.0006
$\alpha = 1$	0.9744	-0.0222	-0.0028	-0.0010

Από τα αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι για  $\kappa = 0$  τα εμβαδά των παλμών πλησιάζουν πολύ τη μονάδα. Αυτό επαληθεύει τη θεωρία ορθοκανονικότητας που γνωρίζουμε. Αντίθετα για  $\kappa \neq 0$ , παίρνουμε τιμές πολύ κοντά στο 0, όπως αναμενόταν.

## C Σύστημα διαμόρφωσης 2-PAM

### C .1 Δημιουργία τυχαίας ακολουθίας N bits

Σε αυτό το υποερώτημα μας ζητήθηκε να δημιουργήσουμε μια τυχαία ακολουθία δυαδικών συμβόλων με τη χρήση της εντολής  $\mathbf{b} = (\text{sign}(\text{randn}(N, 1)) + 1)/2$ ; που μας δόθηκε από την εκφώνηση. Επιλέξαμε  $N = 100$  και χρησιμοποιήσαμε τις δοσμένες τιμές για τις παραμέτρους.

```
1 T=0.01;
2 over=10;
3 a=0.5;
4 A=4;
5 N=100;
6 Ts=T/over;
7 b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
8 disp('This is a random N-bits sequence')
```

### C .2 Υλοποίηση 2-PAM

#### C .2.α' Η συνάρτηση $X = \text{bits\_to\_2PAM}(b)$ ;

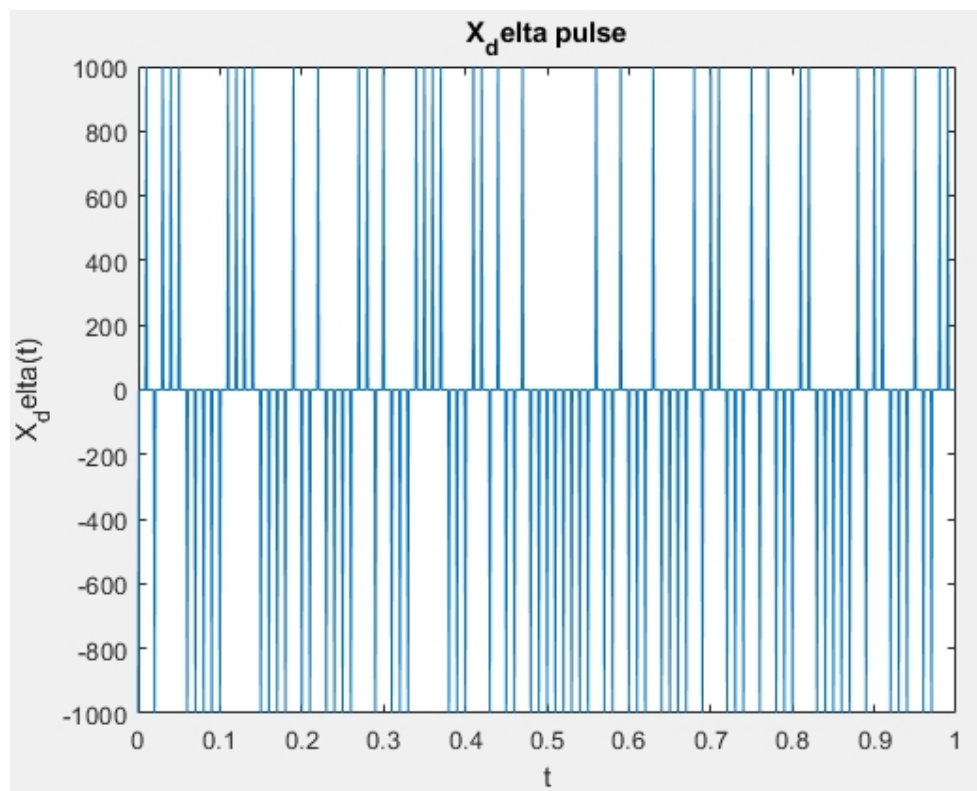
Έπειτα, υλοποιήσαμε τη νέα συνάρτηση, η οποία παίρνει ως όρισμα την ακολουθία  $b$  που παράχθηκε. Η συνάρτηση παράγει ως έξοδο, ακολουθία συμβόλων 2-PAM με την εξής κωδικοποίηση:  $0 \rightarrow +1$  και  $1 \rightarrow -1$ .

```
1 function X = bits_to_2PAM(b)
2 X = 1:length(b);
3 for i=1:length(b)
4 if b(i)==0
5 X(i) = +1;
6 elseif b(i)==1
7 X(i) = -1;
8 else
9 disp('Error');
10 return;
11 end
12 end
13 end
```

### C .2.β' Προσομοίωση σήματος

Μας ζητήθηκε να προσομοιώσουμε το σήμα  $X_\delta(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \delta(t - kT)$ , με τη χρήση της εντολής:  $X\_delta = 1/T\_s \cdot \text{upsample}(X, \text{over})$ ;

```
1 X_delta=1/T_s*upsample(X,over);  
2 t_delta=(0:T_s:N*T-T_s);  
3 figure()  
4 plot(t_delta,X_delta);  
5 title('X_delta pulse')  
6 xlabel('t')  
7 ylabel('X_delta(t)')
```

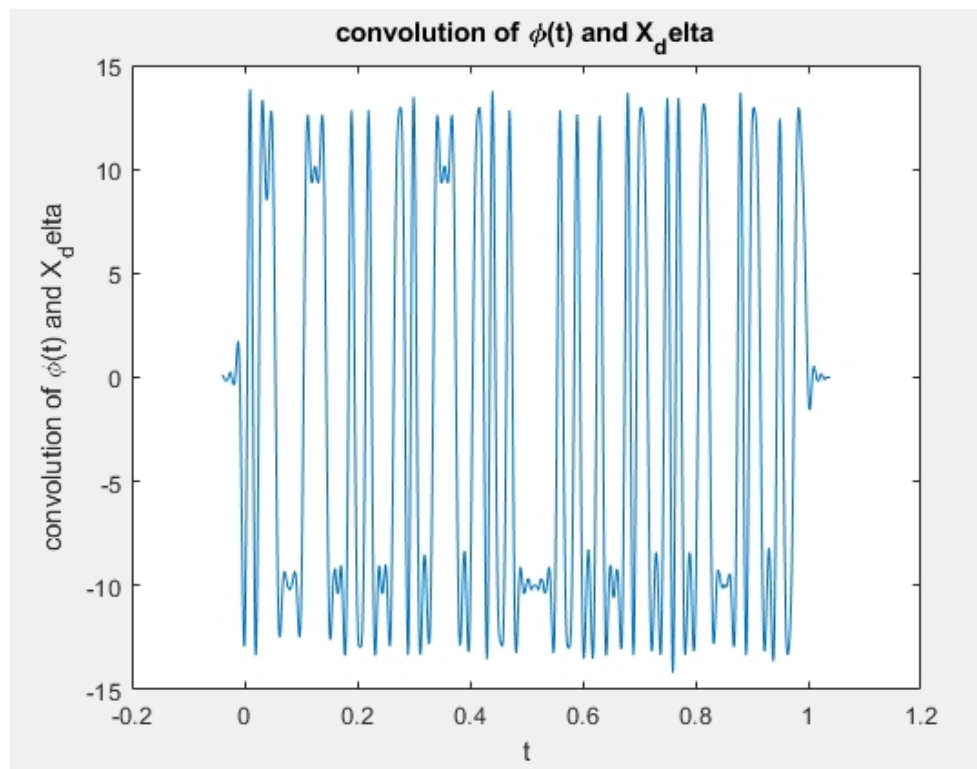


Σχήμα 7: Προσομοίωση του σήματος  $X_\delta$

### C .2.γ' Συνέλιξη του σήματος

Στη συνέχεια μας ζητήθηκε να δημιουργήσουμε αποκομμένο *SRRC* παλμό  $\phi(t)$  και να τον συνελίξουμε με το προηγούμενο σήμα.

```
1 [phi_apok , t_apok]=srrc_pulse(T,Ts , A , a) ;  
2 X_t=conv(phi_apok , X_delta)*Ts ;  
3 tconv=[t(1)+t_apok(1):Ts:t(end)+t_apok(end)] ;  
4 figure()  
5 plot(tconv , X_t) ;  
6 title('convolution of \phi(t) and X_delta')  
7 ylabel('convolution of \phi(t) and X_delta')  
8 xlabel('t')
```



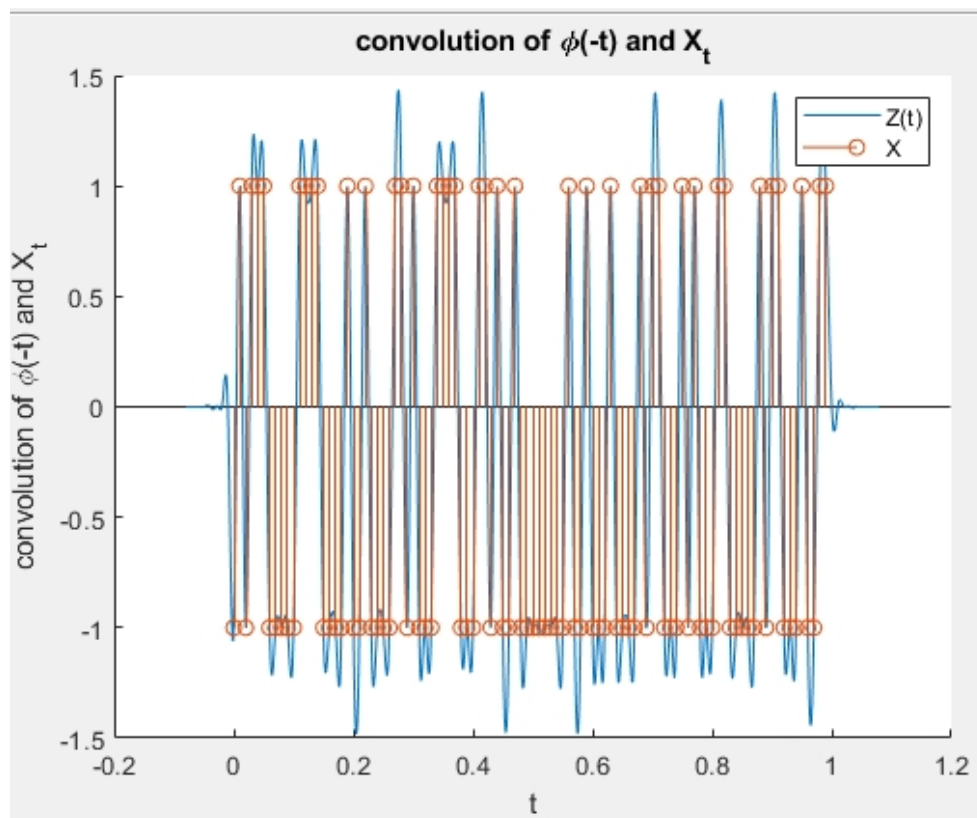
Σχήμα 8: Γραφική παράσταση συνέλιξης της  $\phi$  και  $X_\delta$



### C .2.δ' Συνέλιξη $Z(t)$

Τέλος, μας ζητήθηκε να συνελίσσουμε το σήμα του προηγούμενου ερωτήματος με τον ανακλασμένο παλμό  $\phi(-t)$ . Όμως  $\phi(-t)$  θα είναι ίσος με τον  $\phi(t)$  αφού είναι συμμετρικοί οπότε δεν δημιουργούμε εκ νέου παλμό.

```
1 Z=conv(phi_apok,X_t)*Ts;  
2 tconv2=[tconv(1)+t_apok(1):Ts:tconv(end)+t_apok(end)];  
3 figure()  
4 hold on  
5 plot(tconv2,Z);  
6 stem([0:N-1]*T,X);  
7 title('convolution of \phi(-t) and X_t')  
8 ylabel('convolution of \phi(-t) and X_t')  
9 xlabel('t')  
10 legend('Z(t)', 'X')
```



Σχήμα 9: Γραφική παράσταση συνέλιξης της  $\phi(-t)$  και  $X$

Συγκρίνοντας τις τιμές των  $Z(kT)$  και  $X_k$  παρατηρούμε μεγάλη ομοιότητα. Με τη βοήθεια της εντολής *stem* βλέπουμε πράγματι την αντιστοιχία των αριθμών  $Z(kT)$  και  $X_k$ .