UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO

NIVELAMENTO PRÉ-CÁLCULO
AULA X

AUTORES

BELÉM
2026

Sumário

Capítulo 1

Exponenciação e Radiciação

1.1 Potência de expoente natural

1.1.1 Definição

Sejam b um número real e n um número natural (no rigor matemático: $b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$), potência é o nome dado para a operação de multiplicar o número b por ele mesmo n vezes. Sua notação é escrita por:

Notação

$$\underbrace{b \times b \times b \times ... \times b}_{n \text{ fatores}} = b^n$$

O nome formal do número b é base, já o nome do número n é expoente

Exemplo 1.1.1.

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- $\pi^2 = \pi \times \pi \approx 9.85$
- $10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1000000$
- $0.5^4 = 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 = 0.0625$
- $1^{15} = \underbrace{1 \times 1 \times 1 \times ... \times 1}_{15 \text{ vezes}} = 1$
- $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

Atenção

Cuidado com números que são diferentes! Entenda que $(-4)^3 \neq -4^3$. Talvez seja confuso, mas a ideia é que quando há o parênteses no número, significa que **até mesmo o sinal está sendo elevado a um expoente**, enquanto o número sem o parêntes não leva em consideração o sinal na hora de realizar potência. Lembre-se também de que as operações numéricas possuem prioridade e potência tem prioridade sobre os parênteses.

Dada a definição, duas propriedades interessantes podem ser abordadas, porém, não se antecipe quanto as explicações agora, pois mais a frente do material os porquês serão explicados.

Propriedade 1.1.1. $b^0 = 1$ *para qualquer base* $\neq 0$

Propriedade 1.1.2. $0^n = 0$ *para qualquer expoente* $\neq 0$

Perceba que a preocupação é sempre em não recair em 0^0. Como lido anteriormente, podemos ter 2 respostas diferentes para esse problema, já que alguns leitores podem acreditar que a propriedade 1.1.1 é a resposta correta, outros podem achar que na verdade é a propriedade 1.1.2 a certa. Mas afinal... Há uma resposta para isso? Felizmente sim, porém não é extamente do jeito que você pode ter pensado. **O 0^0 é considerado uma indeterminação matemática**, porque ele não pode ser determinado com precisão por propriedades basilares da aritmética sem entrar em conflito entre elas.

Algumas indeterminações matemáticas são clássicas no estudo do cálculo 1, pois aparecem com frequência em certas funções e no cálculo de limites (não se preocupe com isso ainda, só saiba quais são essas indeterminações e porque):

- $0^0 = indeterminação$
- $1^\infty = indeterminação$ uma vez que não consideramos o número infinito como um valor real
- $\infty^0 = indeterminação$ pelo mesmo motivo do item anterior

O infinito é um conceito muito interessante, conflitante, misterioso e sobretudo utilizado em cálculo que vale a pena estudar previamente. Caso haja curiosidade de entender de uma maneira mais interessante, recomendo este vídeo clicando aqui do divulgador de ciência brasileiro Pedro Loos.

1.2 Exercícios de fixação 1

Exercício de fixação 1.2.1. Calcule as seguintes potências:

a) 2^8

b) 2^{10}

c) $0,6^5$

d) 0^7

e) -3^3

f) $(-3)^3$

g) π^0

h) $-(-1)^2$

i) $-(-1)^3$

j) -5^0

Exercício de fixação 1.2.2. Se $(-1)^{100} = 1$ e $(-1)^{101} = -1$, sabendo que 100 é um número par e que 101 é um número ímpar, o que podemos concluir do sinal do número $(-1)^n$ quando:

a) n é um número par?

b) n é um número ímpar?

A partir da resposta do exercício 1.2.2, você generaliza para uma base b qualquer e qualquer expoente n que seja $npar = 2k$ e $nímpar = 2k + 1$ onde k é um número qualquer inteiro. Assim, você pode até não saber qual é o resultado da potência, mas saberá com certeza qual é o sinal dela a depender da paridade. Utilizamos bastante o estudo do sinal em cálculo 1 também.

Observação

Dica de amigo! Em alguma(s) disciplina(s) durante a graduação em algum curso de computação, você irá esbarrar com um tal de número binário e é muito importante que nesse momento você esteja preparado para isso. Por esse motivo, recomendamos fortemente que você memorize as potências de 2.

- $2^1 = 2$
- $2^2 = 4$
- $2^3 = 8$
- $2^4 = 16$
- $2^5 = 32$
- $2^6 = 64$
- $2^7 = 128$
- $2^8 = 256$
- $2^9 = 512$
- $2^{10} = 1024$

Os números binários são a base da computação, haja vista que eles são a forma que computador armazena e transmite informação. Além disso, potências de base 2 ($O(2^n)$) são estudadas em análise de algoritmos para definirmos a eficiência e a complexidade do algoritmos que escrevemos.

1.3 Potência de expoente inteiro negativo

Definição 1.3.1. Sejam b um número real não nulo e n um número inteiro negativo, define-se a potência b^{-n} por:

Notação

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$$

Exemplo 1.3.1.

- $9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$
- $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$
- $(\frac{2}{3})^{-4} = \frac{1}{(\frac{2}{3})^4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$
- $(\frac{x}{12})^{-1} = \frac{12}{x}$

1.4 Propriedades

Sejam a e b números reais, m e n números inteiros não, com $b \neq 0$ ou $n \neq 0$, então as seguintes propriedades são válidas:

Propriedade 1.4.1. $b^m \times b^n = b^{m+n}$

Propriedade 1.4.2. $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$, *com* $b \neq 0$

Propriedade 1.4.3. $(a \times b)^n = a^n \times b^n$, *com* $b \neq 0$ *ou* $n \neq 0$

Veja bem, essa propriedade só é válida para a ***múltiplicação****. Não cometa o equívoco fatal de exercícios ou provas de* $(a \pm b)^2 = a^2 \pm b^2$*. Na realidade,* $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ *e é um produto notável que estudaremos mais a frente.*

Propriedade 1.4.4. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$, *com* $b \neq 0$

Propriedade 1.4.5. $(b^n)^m = b^{n \times m}$

Outro erro comum é pensar que a potência de potência é algo LITERAL. Logo antecipamos, o nome da propriedade ***não*** *reflete no que ela é, já que* $(b^n)^m \neq b^{n^m}$.

Para manter a rigidez matemática, estamos limitando as variáveis para condizer com o estudo por base nos conjuntos númericos. E sim, dependendo de qual ou quais conjuntos numéricos estamos lidando, é muito comum fixarmos certos valores em determinadas situações para não fugirmos da abrangência daquele conjunto numérico. Mas sim, essas propriedades irão valer para a base e para o expoente quando ambos são valores reais quaisquer, porém não vamos nos antecipar tanto. ;)

Em caso de curiosidade, o livro Fundamentos de Matemática Elementar Volume 2, dos autores brasileiros Iezze, Dolce e Murakami, traz demonstrações dessas propriedades.

Exemplo 1.4.1. Agora iremos utilizar as propriedades aprendidas, passo a passo:

- $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5 = 1024$
- $\frac{10^8}{10^6} = 10^{8-6} = 10^2 = 100$
- $(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6 = 64$
- $(4 \times 5)^2 = 4^2 \times 5^2 = 400$
- $(x^3y^4)^5 = x^{3\times 5}y^{4\times 5} = x^{15}y^{20}$
- $(\frac{2}{7})^2 = (\frac{2^2}{7^2}) = \frac{4}{49}$
- $(\frac{x}{3})^4 = (\frac{x^4}{3^4}) = \frac{x^4}{81}$

1.5 Exercícios de fixação 2

Com base nas definições e nas propriedades estudadas anteriormente, faça o que se pede:

Exercício de fixação 1.5.1. Calcule:

a) $(-3)^{-3}$

b) -3^{-3}

c) $-(-3)^{-3}$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

e) $\frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}}$

f) $-\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

g) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+2^{-2}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}-(-2)^{-2}}$

h) $\left[2^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+5\cdot 2^0\right]^{-1}$

Exercício de fixação 1.5.2. Classifique os itens em verdadeiro (V) ou falso (F):

a) $5^3 \cdot 5^2 = 5^6$

b) $3^6 : 3^2 = 3^3$

c) $2^3 \cdot 3 = 6^3$

d) $(2+3)^4 = 2^4 + 3^4$

e) $(5^3)^2 = 5^6$

f) $(-2)^6 = 2^6$

g) $\frac{2^7}{2^5} = (-2)^2$

h) $5^2 - 4^2 = 3^2$

Nota 1: lembre-se que uma fração nada mais é do que uma divisão e ela pode ser representada por alguns símbolos, como “:”, “÷”e “/”

Nota 2: assim como a divisão, podemos representar a multiplicação por vários modos como "×"e ".", até mesmo podemos deixá-la implicita como: $xy = x \times y$

Exercício de fixação 1.5.3. Sabendo que $ab \neq 0$, simplifique as expressões:

a) $\frac{(ab^2)^3}{(a^2b)^2}$

b) $(a^{-3}b^2)^0$

c) $\frac{7^{-1}a^0b^{-2}}{(3ab)^{-4}}$

d) $\left[\left(\frac{ab^{-2}\cdot 2^{-1}}{b^{-2}a^2}\right)^{-1}\right]^3$

e) $\frac{a^{-1}+b^{-1}}{(ab)^{-1}}$

f) $\frac{a^{-1}+b^{-1}}{a^{-1}-b^{-1}}, \quad a \neq b$