

# Rozwiązywanie równania nieliniowego metodą Newtona Raphsona.

Stanisław Fiedler

25 maja 2024

## 1 Zastosowanie

Funkcja `newton_raphson_i` znajduje przedział zawierający miejsce zerowe równania zadaną dokładnością.

## 2 Opis metody

Kolejne przybliżenia wartości miejsca zerowego funkcji za pomocą metody Newtona Raphsona wyznaczone są wzorem:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f'(x_i) + \sqrt{[f'(x_i)]^2 - 2f(x_i)f''(x_i)}}{f''(x_i)}, i = 0, 1, \dots$$

gdzie  $x_0$  jest dana. Proces kończy się kiedy szerokość przedziału zawierającego dwa ostatnie przybliżenia jest mniejszy od zadanego na początku  $\varepsilon$ .

## 3 Wywołanie funkcji

```
newton_raphson_i(res, f, df, d2f ,mit, eps, fatx, it);
```

## 4 Dane

**x** - początkowe przybliżenie miejsca zerowego.

**f** - wskaźnik do funkcji zwracającej wartość  $f(x)$ .

**df** - wskaźnik do funkcji zwracającej wartość  $f'(x)$ .

**d2f** - wskaźnik do funkcji zwracającej wartość  $f''(x)$ .

**mit** - maksymalna liczba iteracji.

**eps** - błąd wyznaczanego miejsca zerowego.

## 5 Wynik

**x** - wyznaczone przybliżenie miejsca zerowego.

**fatx** - wartość funkcji dla wyznaczonego miejsca zerowego.

**it** - ilość wykonanych iteracji.

## 6 Inne parametry

Funkcja `newton_raphson_i` zwraca status wykonania. Poszczególne wartości oznaczają:

- 1 -  $\text{mit} < 1$ .
- 2 - dla pewnego  $x$ :  $f''(x) = 0$ .
- 3 - w  $\text{mit}$  iteracjach nie osiągnięto dokładności  $\text{eps}$ .
- 4 - dla pewnego  $x$ :  $[f'(x)]^2 - 2f(x)f''(x) < 0$
- 0 - w innych przypadkach.

## 7 Typy parametrów

**Interval** : x, fatx;

**Interval (\*) (Interval)** : f, df, d2f;

**int** : mit, it;

**\_Float128** : eps;

## 8 Identyfikatory nielokalne

**Interval** - klasa wprowadzająca arytmetykę przedziałową.

**Interval (\*) (Interval)** - funkcja przyjmująca jako jedyny argument i zwracająca obiekt klasy `Interval`.

## 9 Tekst funkcji

```
int newton_raphson_i(Interval &x, Interval (*f)(Interval),
                    Interval (*df)(Interval), Interval (*d2f)(Interval),
                    const int mit, const _Float128 eps, Interval &fatx, int &it){
    int st;
    Interval dfatx, d2fatx, p, v, w, xh, x1, x2, ret;

    if(mit < 1){
        return 1;
    }
    st = 3;
    it = 0;
    do{
        it++;
        fatx = f(x);
        dfatx = df(x);
        d2fatx = d2f(x);
        p = dfatx*dfatx - 2*fatx*d2fatx;
        if(con_zero(d2fatx)){
            st = 2;
        }
        else if(neg(p)){
            st = 4;
        }
        else{
            xh = x;
            w = abs(xh);
            p = sqrt(p);
            x = x-(dfatx+p)/d2fatx;
            ret = make_intr(x, xh);
            if( ret.width() < eps ){
                st = 0;
            }
        }
    } while(it < mit and st == 3);
    if(st == 0 or st == 3){
        x = ret;
        fatx = f(x);
    }
    return st;
}
```

## 10 Przykłady

### 1. Równanie

$$f(x) = x^3 - 3x - 1$$

Dane:

---

x: -0.5  
mit: 10  
eps: 1e-16

---

Wyniki:

---

x: -3.47296355333860697703433253538629587230160763599116e-01  
fx: 0.0e+00  
it: 4  
st: 0

---

### 2. Równanie

$$f(x) = x^3 - 3x - 1$$

Dane:

---

x: [-0.5, -0.5]  
mit: 10  
eps: 1e-16

---

Wyniki:

---

x: [ -3.47296355333860697703433253782741063236497078931272e-01,  
-3.47296355333860697703433253538612783491395984966298e-01 ]  
szerokość: 2.44128279745101093964974138431842897246009738490558e-28  
fx: [ -8.83808288514330339349461749863251854013475577315218e-29,  
7.32340639143079594832094780601746367656068766038846e-28 ]  
szerokość: 8.20721467994512628767040955588071553057416323770368e-28  
it: 4  
st: 0

---

### 3. Równanie

$$f(x) = x^3 - 3x - 1$$

Dane:

---

x: [-10, -10]  
mit: 10  
eps: 1e-16

---

Wyniki:

---

st: 4

---

dla pewnego x:  $[f'(x)]^2 - 2f(x)f''(x) < 0$

## Spis treści

1	Zastosowanie	1
2	Opis metody	1
3	Wywołanie funkcji	1
4	Dane	1
5	Wynik	2
6	Inne parametry	2
7	Typy parametrów	2
8	Identyfikatory nielokalne	2
9	Tekst funkcji	3
10	Przykłady	4