

# BI-ZNS - Neurčitost ve znalostních systémech, její vyjadřování a zpracování.

Vastl Martin

May 27, 2019

Z důvodu toho, že poznatky, které získáváme ze složitých systémů, jsou neurčité a vágní nebo jsou nepřesně vyjádřeny, musíme tyto neurčitosti být schopni modelovat.

Příčiny neurčitosti můžou být z důvodu dat:

- chybějící nebo nerelevantní data
- nedůvěryhodná data (chyba měření, nedůvěryhodný zdroj)
- nepřesná nebo nekonzistentní reprezentace dat (např. kódování)

nebo z důvodu nejistých znalostí:

- Znalost nemusí být platná ve všech případech.
- Znalost může obsahovat vágní pojmy.

## 1 Vyjádření neurčitosti

Neurčitost bývá obvykle vyjádřena za pomoci nějaké numerické hodnoty. Využívá se např. váhy, pravděpodobnosti, stupně důvěry a podobně, které většinou nabývají hodnot od 0 od 1 nebo od -1 do 1. Dost často se neurčitost reprezentuje za pomoci dvou čísel, která např. reprezentuje střední hodnotu a rozptyl.

Přístupy v znalostních systémech můžou být založené na ad-hoc metodách jako jsou faktory jistoty nebo pseudobayesovských přístupech nebo na metodách založené na teoretických principech jako je teorie pravděpodobnosti, fuzzy množin nebo fuzzy míry.

### 1.1 Problémy při zpracování neurčitosti

Mezi hlavní problémy při zpracování neurčitosti patří jak kombinovat neurčitá pravidla, jak kombinovat neurčitost předpokladu s neurčitostí pravidla jako celku a jak stanovit neurčitost závěru k němuž vede několik pravidel se svou mírou neurčitosti.

## 2 Vyjádření pomocí trojhodnotové logiky

Do klasické logiky 1 a 0 se přidá nová hodnota X, která značí hodnotu unknown. Příklad operací:

A $\neg$ A		A $\wedge$ B	0	X	1
0	1	0	0	0	0
X	X	X	0	X	X
1	0	1	0	X	1

  

A $\vee$ B	0	X	1
0	0	X	1
X	X	X	1
1	1	1	1

  

A $\Rightarrow$ B	0	X	1
0	1	1	1
X	X	X	1
1	0	X	1

### 3 Vyjádření neurčitosti pomocí vah

Využívá se algebraické teorie, kde jsou pravidla ve tvaru:

$$A \rightarrow B(w), \quad (1)$$

kde  $A$  (předpoklad pravidla) je pravidlo tvořené kombinací konjunkcí výroků a jejich negací,  $B$  je závěr pravidla tvořen jedním výrokem a  $w$  je váha pravidla a nabývá hodnot od -1 do 1, kde -1 znamená určitě ne, 0 nevím a 1 určitě ano.

### 4 Bayesovský přístup ke zpracování neurčitosti

Tento přístup je nejstarší a nejlépe definovanou technikou pro zpracování neurčitosti. Mějme pravidlo  $E \rightarrow H$ , která říká, že předpoklad  $E$  podporuje závěr  $H$ , který lze vyjádřit za pomoci podmíněné pravděpodobnosti  $P(H|E)$  a Bayesův vzorec pro výpočet podmíněné pravděpodobnosti je

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}. \quad (2)$$

#### 4.1 Zpracování neurčitosti Šance

Apriorní pravděpodobnostní šance je definována vztahem

$$O(H) = \frac{P(H)}{P(\neg H)} = \frac{P(H)}{1 - P(H)} \quad (3)$$

Aposteriorní pravděpodobnostní šance je definována

$$O(H|E) = \frac{P(H|E)}{P(\neg H|E)} \quad (4)$$

a pravděpodobnost lze ze šance vypočítat podle  $P = \frac{O}{O+1}$

#### 4.2 Míry postačitelnosti a nezbytnosti

Z Bayesova vzorce pro aposteriorní pravděpodobnost plyne, že

$$O(H|E) = L \cdot O(H), \quad (5)$$

kde  $L = \frac{P(E|H)}{P(E|\neg H)}$ , která se nazývá míra postačitelnosti a velká hodnota  $L \gg 1$  říká, že předpoklad  $E$  je postačující pro dokázání závěru  $H$ . Míru postačitelnosti  $L$  zadává expert. Obdobně platí pro míru nezbytnosti  $O(H|\neg E) = \bar{L} \cdot O(H)$ , kde  $\bar{L} = \frac{P(\neg E|H)}{P(\neg E|\neg H)}$  a malá hodnota  $\bar{L}$  říká, že předpoklad  $E$  je nezbytný pro dokázání závěru  $H$ .

### 4.3 Váhy pravidel

Pravidlo  $E \rightarrow H(L)$  chápeme jako pravidlo *if E then H with weight L else H with weight  $\bar{L}$* . Místo uvedených měr mohou být expertem zadány pravděpodobnosti  $P(H|E)$  a  $P(H|\neg E)$  z nichž se tyto míry vypočtou

$$L = \frac{P(H|E)}{1 - P(H|E)} \cdot \frac{1 - P(H)}{P(H)}. \quad (6)$$

Pokud bychom chtěli pravidla  $E_1 \rightarrow H, E_2 \rightarrow H, \dots, E_n \rightarrow H$  Pak aposteriorní šance při nezávislosti předpokladů  $E_i$  se vypočte podle vztahu:

$$O(H|E_1 \wedge E_2 \wedge \dots \wedge E_n) = L_1 \cdot \dots \cdot L_n \cdot O(H). \quad (7)$$

Pokud místo přesných  $E_i$  jsou k dispozici pouze pozorování  $E'_i$ , pak aposteriorní šance vypočte podle vztahu:

$$O(H|E'_1 \wedge E'_2 \wedge \dots \wedge E'_n) = L'_1 \cdot \dots \cdot L'_n \cdot O(H), \quad (8)$$

kde  $L'_i = \frac{O(H|E'_i)}{O(H)}$ . Pokud chceme předpoklady kombinovat můžeme využít vztahů z fuzzy logiky.

$$\begin{aligned} P(E_1 \vee E_2) &= \max\{P(E_1), P(E_2)\} \\ P(E_1 \wedge E_2) &= \min\{P(E_1), P(E_2)\} \end{aligned} \quad (9)$$

### 4.4 Výhody a nevýhody Bayesovských přístupů

#### Výhody

- Dobře podložené teoretické základy
- Dobře definovaná sémantika rozhodování

#### Nevýhody

- Potřeba stanovení velkého množství různých pravděpodobností
- Riziko neúplnosti a/nebo nekonzistence dat
- Předpoklady (evidence)  $E$  i by měly být nezávislé, což v praxi často nebývá splněno
- Riziko ztráty informace v důsledku popisu neurčitosti jedním číslem (nepřesnost vyjádření)

## 5 Přístup založený na faktorech jistoty

Faktory jistoty (Certainty Factors) byly poprvé použity v systému MYCIN. Jejich cílem je eliminovat některé slabiny čistě pravděpodobnostního přístupu. Znalosti jsou vyjádřeny opět ve tvaru pravidel  $E \rightarrow H$ , přičemž za každým pravidlem je připojen faktor jistoty CF.

Faktor jistoty (CF) nabývá hodnot z intervalu  $[-1, 1]$ , kde 1 je absolutní důvěra a  $-1$  absolutní nedůvěra a je určen spojením dílčích měr důvěry MB a nedůvěry MD do jednoho vztahu:

$$CF = \frac{MB - MD}{1 - \min\{MB, MD\}}, \quad (10)$$

■ Míra důvěry (*Measure of Belief*):

$$MB(H, E) = \begin{cases} 1 & \text{pro } P(H) = 1 \\ \frac{\max\{P(H|E), P(H)\} - P(H)}{1 - P(H)} & \text{jinak} \end{cases}$$

- Míra důvěry nabývá hodnot z intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ .
- Vyjadřuje přírůstek „pravděpodobnosti“ (důvěry) hypotézy  $H$  získané (podporované) evidencí  $E$ .

■ Míra nedůvěry (*Measure of Disbelief*):

$$MD(H, E) = \begin{cases} 1 & \text{pro } P(H) = 0 \\ \frac{P(H) - \min\{P(H|E), P(H)\}}{P(H)} & \text{jinak} \end{cases}$$

- Míra nedůvěry nabývá hodnot z intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ .
- Vyjadřuje pokles „pravděpodobnosti“ (důvěry) hypotézy  $H$  získané (podporované) evidencí  $E$ .

## Kombinace více pravidel

- Mějme pravidla  $E_1 \rightarrow H, E_2 \rightarrow H, \dots, E_n \rightarrow H$ . Označme  $CF_n = CF(H, E_1, \dots, E_n)$ . Výpočet  $CF_n$  se provede podle následujícího vzorce:

$$CF_n = \begin{cases} CF_{n-1} + CF(H, E_n) \cdot \overbrace{(1 - CF_{n-1})}^{\text{přírůstek jistoty}} & \begin{array}{l} \text{váha přírůstku} \\ \text{pro } CF_{n-1} > 0 \text{ a } CF(H, E_n) > 0 \end{array} \\ CF_{n-1} + CF(H, E_n) \cdot (1 + CF_{n-1}) & \text{pro } CF_{n-1} < 0 \text{ a } CF(H, E_n) < 0 \\ \frac{CF_{n-1} + CF(H, E_n)}{1 - \min\{|CF_{n-1}|, |CF(H, E_n)|\}} & \text{jinak} \end{cases}$$

Pokud faktor jistoty není znám přesně nebo je zadán uživatelem, pak může být odvozen  $CF_{NEW}(H, E) = CF_{OLD}(H, E) \cdot CF(E)$ . Konjunkci a disjunkci předpokladů lze vypočítat jako

v případě fuzzy množin:

$$\begin{aligned} CF(E_1 \vee E_2) &= \max\{CF(E_1), CF(E_2)\} \\ CF(E_1 \wedge E_2) &= \min\{CF(E_1), CF(E_2)\} \end{aligned} \tag{11}$$

## 5.1 Výhody a nevýhody faktorů jistoty

### Výhody

- Jednoduchý a účinný výpočetní model
- Sběr potřebných dat pro výpočty je podstatně snazší než u jiných metod.
- Snazší implementace vysvětlovacího mechanismu.

### Nevýhody

- Chybí pevné teoretické základy.
- Implicitní předpoklad nezávislosti evidencí  $E_i$ , což v praxi nebývá často splněno.

## 5.2 Nemonotónní usuzování

Nemonotónní usuzování se neopírá o vyjádření neurčitosti jako číselné hodnoty. Je to způsob inference, kdy dříve učiněný závěr může být zpochybněn ve světle nové informace. Př. "Každý pták létá"  $\rightarrow$  zpochybnění "tučňák nelétá" - přidání dodatečné formule.