PROCESY MARKOWA

LISTA 1 ZADANIE 1

Niech $\{X_n\}$ będzie łańcuchem Markowa z macierzą prawdopodobieństw przejść $\mathbb{P}$ równą:

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

Wyznacz prawdopodobieństwa $\mathrm{P}(X_1 = 1|X_0 = 1)$ oraz $\mathrm{P}(X_7 = 2|X_4 = 0)$.

Łańcuch Markowa
Proces stochastyczny $\{\ X_n\}$ nazywamyjednorodnym łańcuchem Markowa, jeżeli zachodzi równość:

$$\mathrm{P}(X_{n+1} = j|X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = \mathrm{P}(X_{n+1} = j|X_n = i).$$

W jednorodnym łancuchy Markowa:

$$\mathrm{P}(X_{n+m} = j|X_m = i) = \mathrm{P}(X_n = j|X_0 = i) = p_{ij}(n),$$

gdzie $p_{ij}(n)$ to jest prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j w n krokach.

- $\mathrm{P}(X_1 = 1|X_0 = 1) = p_{1,1}(1) = 0.5$
- $\mathrm{P}(X_7 = 2|X_4 = 0) = \mathrm{P}(X_3 = 2|X_0 = 0) = p_{0,2}(3)$

  Musimy zatem wyznaczyć $\mathbb{P}^3$:

```
> library(matrixcalc)
> P = matrix(c(.2, .5, .3, .1, .5, .4, .5, .2, .3),
    + nrow = 3, ncol = 3,byrow = TRUE)
> dimnames(P) = list(c(0, 1, 2), c(0, 1, 2))
> matrix.power(P,3)
      0     1     2
0 0.264 0.395 0.341
1 0.267 0.395 0.338
2 0.255 0.404 0.341
```

  Z tego wynika, że: $p_{0,2}(3) = 0.341$.