

Procesy Markowa

LISTA 1 ZADANIE 1

Niech $\{X_n\}$ będzie łańcuchem Markowa z macierzą prawdopodobieństw przejść \mathbb{P} równą:

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

Wyznacz prawdopodobieństwa $P(X_1 = 1|X_0 = 1)$ oraz $P(X_7 = 2|X_4 = 0)$.

Łańcuch Markowa

Proces stochastyczny $\{X_n\}$ nazywamy jednorodnym łańcuchem Markowa, jeżeli zachodzi równość:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i).$$

W jednorodnym łańcuchy Markowa:

$$P(X_{n+m} = j | X_m = i) = P(X_n = j | X_0 = i) = p_{ij}(n),$$

gdzie $p_{ij}(n)$ to jest prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j w n krokach.

- $P(X_1 = 1|X_0 = 1) = p_{1,1}(1) = 0.5$
- $P(X_7 = 2|X_4 = 0) = P(X_3 = 2|X_0 = 0) = p_{0,2}(3)$

Musimy zatem wyznaczyć \mathbb{P}^3 :

```
> library(matrixcalc)
> P = matrix(c(.2, .5, .3, .1, .5, .4, .5, .2, .3),
+ nrow = 3, ncol = 3, byrow = TRUE)
> dimnames(P) = list(c(0, 1, 2), c(0, 1, 2))
> matrix.power(P, 3)
      0      1      2
0 0.264 0.395 0.341
1 0.267 0.395 0.338
2 0.255 0.404 0.341
```

Z tego wynika, że: $p_{0,2}(3) = 0.341$.