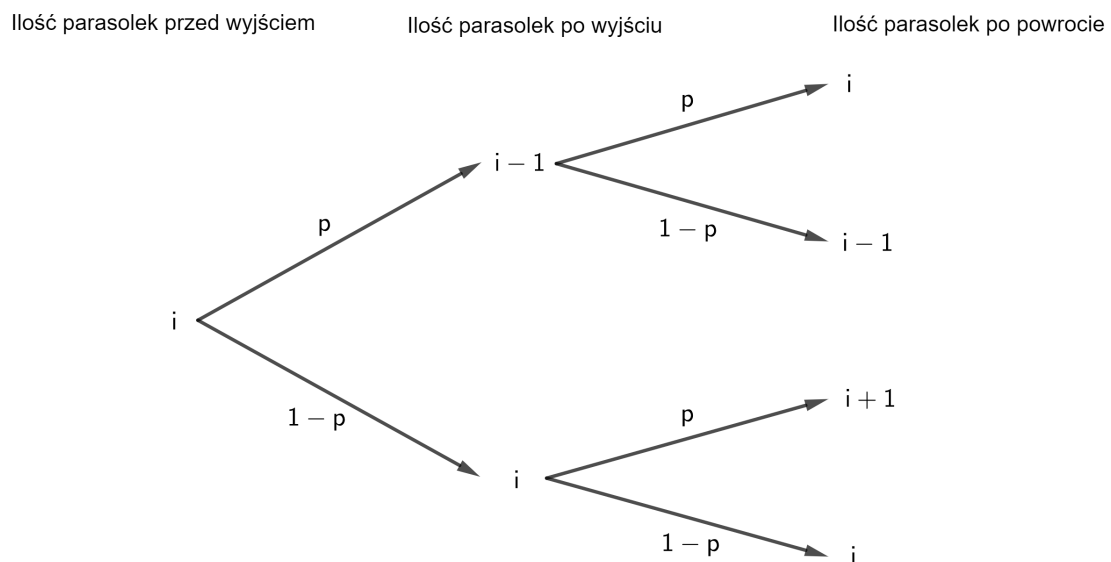


PROCESY MARKOWA

LISTA 2 ZADANIE 9

Pewien człowiek w każdy weekend przemieszcza się między swoimi domami w mieście i na wsi. W każdą sobotę opuszcza swój dom w mieście jadąc na wieś i wraca w niedzielę. Posiada on N parasoli i zabiera jeden z nich jeżeli pada deszcz. Prawdopodobieństwo deszczu w każdy dzień jest równe p . Niech X_n oznacza liczbę parasoli w jego domu w mieście. Czy $\{X_n\}$ jest jednorodnym łańcuchem Markowa?



X_n – liczba parasolek w domu w mieście

$$X_{n+1} = X_n + Z_{n+1} : \quad Z_{n+1} \in \{-1, 0, 1\}$$

$$\begin{aligned} L &= P(X_{n+1} = j | X_n = i, \dots, X_0 = i_0) = P(X_n + Z_{n+1} = j | X_n = i, \dots, X_0 = i_0) \\ &= \frac{P(i + Z_{n+1} = j, X_n = i, \dots, X_0 = i_0)}{P(X_n = i, \dots, X_0 = i_0)} = P(i + Z_{n+1} = j) = \frac{P(i + Z_{n+1} = j, X_n = i)}{P(X_n = i)} \\ &= P(X_n + Z_{n+1} = j | X_n = i) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P \end{aligned}$$

$L = P$ zatem jest to jednorodny łańcuch Markowa.

$$P(Z_{n+1} = j - i) = \begin{cases} P(Z_{n+1} = -1) = p(1-p) & \text{dla } j=i+1 \\ P(Z_{n+1} = 0) = p^2 + (1-p)^2 & \text{dla } j=i \\ P(Z_{n+1} = 1) = (1-p)p & \text{dla } j=i-1 \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$