

doc. dr. sc. MIRKO JAKOPČIĆ

ELEMENTI STROJNIH KONSTRUKCIJA

-ZUPČANICI I ZUPČANI PRIJENOSNICI-

NASTAVNI MATERIJALI

06. 2011.

SADRŽAJ

1.	NAMJENA I KONSTRUKCIJSKE ZNAČAJKE ZUPČANIH PRIJENOSNIKA I OZUBLJENJA	2
2.	ZAKON OZUBLJENJA	6
3.	VRSTE OZUBLJENJA	7
4.	VRSTE ZUPČANIH PRIJENOSNIKA	9
5.	OBLIKOVANJE ČELNIKA	12
6.	NOSIVOST BOKOVA ZUBA	13

1. NAMJENA I KONSTRUKCIJSKE ZNAČAJKE ZUPČANIH PRIJENOSNIKA I OZUBLJENJA

Zupčani prijenosnici **prenose gibanje i okretni moment** pomoću veze oblikom. Zupčanici prenose okretno gibanje pomoću tzv. veze oblikom, koju u ovom slučaju čini zahvat zubi.

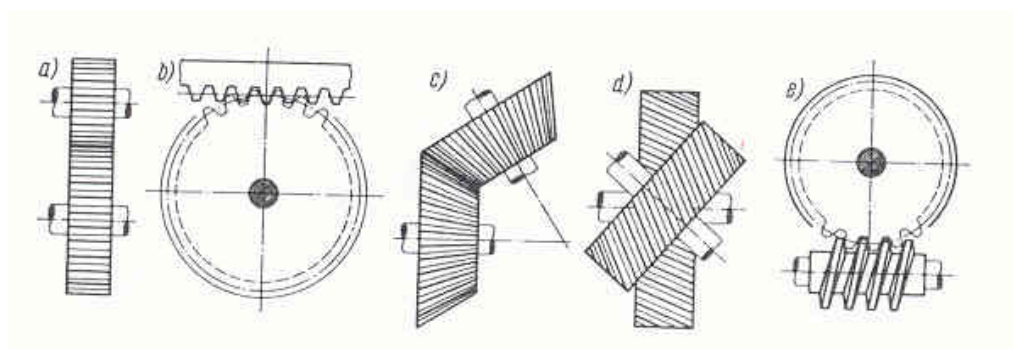


Zupčanici u zahvatu

Zupčani prijenosnik nastaje kada se ostvari sprega dva ili više zupčanika.

Prema međusobnom položaju osi vrtila mogu zupčanici imati sljedeće oblike:

1. *čelnici*, kod usporednih vrtila;
2. *ozubnice (zubne letve)*, kao beskonačno veliki čelnici za promjenu okretnog gibanja u pravocrtno;
3. *stožnici*, kod vrtila koja se sijeku;
4. *vijčani zupčanici*, kod mimosmjernih vrtila;
5. *puževi i pužna kola*, kod mimosmjernih vrtila (najčešće pod pravim kutom).



Osnovni oblici zupčanika

- a) čelnici; b) ozubnica; c) stožnici; d) vijčani zupčanici; e) puž i pužno kolo

Prema toku uzdužnih linija bokova razlikuju se:

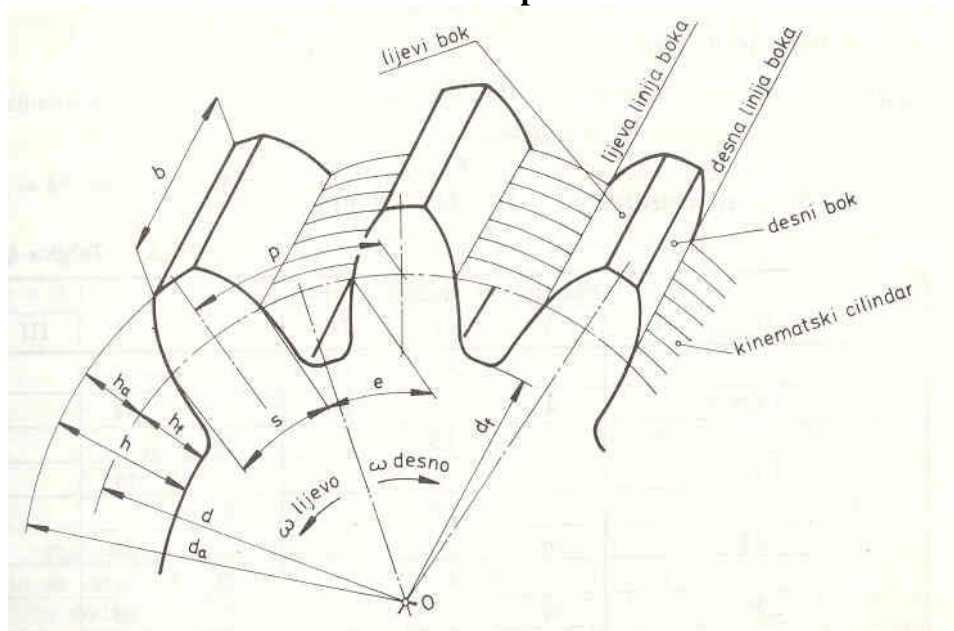
1. *čelnici* s ravnim, stupnjevanim, kosim, strelastim i lučnim zubima;
2. *stožnici* s ravnim, kosim, zakrivljenim evolventnim i zakrivljenim lučnim zubima.

Prijenosni omjer je odnos brzine vrtnje n_1 ili kutne brzine ω_1 pogonskog zupčanika prema brzini vrtnje n_2 ili kutnoj brzini ω_2 gonjenog zupčanika.

Prijenosni omjer

$$i = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2 .$$

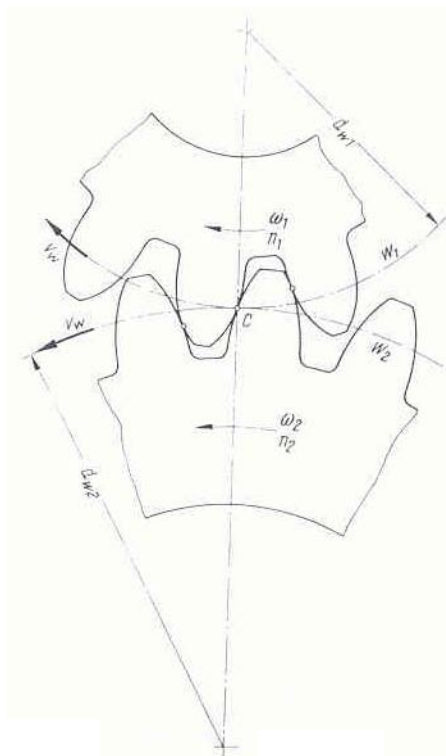
Da bi se kod para čelnika ostvario konstantan prijenosni omjer, prijenos gibanja mora biti ostvaren tako kao da su na vratila navučena dva cilindrična kotača koja se stalno dodiruju po površini plašta i prenose okretanje bez klizanja. Ovi cilindri se nazivaju **kinematskim cilindrima**. Ako cilindre presiječemo ravninom okomitom na osi vrtnje, dobivamo kružnice koje nazivamo **kinematskim kružnicama**. Dodirnu točku kinematskih kružnica nazivamo **kinematskim polom C**.



Oznake na čelniku s ravnim zubima



Čelni zupčanik s ravnim zubima



Kinematske kružnice w_1 i w_2 i njihove
obodne brzine
C-kinematski pol

Korak **p** je lučna mjera uzastopnih lijevih, odnosno desnih bokova. Koraci zupčanika u zahvatu moraju biti jednaki.

Budući da se kinematske kružnice međusobno valjaju bez puzanja, imaju jednake

obodne brzine $v_w = d_{w1} \cdot \pi \cdot n_1 = d_{w2} \cdot \pi \cdot n_2$

d_{w1}, d_{w2} (m) – promjeri kinematskih kružnica.

Iz gornjeg uvjeta proizlazi

prijenosni omjer
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} .$$

Opseg diobene kružnice mora biti jednak umnošku koraka i broja zubi:

$$\pi \cdot d_1 = z_1 \cdot p \qquad \pi \cdot d_2 = z_2 \cdot p .$$

Iz ovoga slijedi da je odnos broja zubi zupčanika u zahvatu izravno proporcionalan odnosu promjera zupčanika:

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} .$$

Odnos broja zubi z_2/z_1 označava se s $u = z_2/z_1 \geq 1$.

Radi proračuna i jednostavnije izrade (smanjenje potrebnog broja alata) usvojeno je da je **korak višekratnik broja π :**

$$p = m \cdot \pi .$$

Pri tome je **m** tzv. **modul**.

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (\text{mm}).$$

Moduli su standardizirani i raspoređeni u tri razreda. Kao prvo treba upotrebljavati module I razreda. Moduli II razreda upotrebljavaju se samo onda ako za to postoje opravdani razlozi, a moduli III razreda samo u izuzetnim slučajevima.

Standardni moduli u mm								
I	II	III	I	II	III	I	II	III
1				3,5		12		
	1,125		4		3,75		14	
1,25				4,5		16		
	1,375		5				18	
1,5				5,5		20		
	1,75		6		6,5		22	
2				7		25		
	2,25		8				28	
2,5				9		32		
	2,75		10				36	
3		3,25		11		40		

Iz odnosa $\pi \cdot d = z \cdot p$ proizlazi da je

$$\text{diobeni promjer} \quad d = \frac{p}{\pi} \cdot z = m \cdot z.$$

Diobeni promjer jednak je, prema tome, modul puta broj zuba. Diobeni promjer je računska veličina koja se na zupčaniku ne može mjeriti.

$$r_1 = \frac{m}{2} z_1, \quad r_2 = \frac{m}{2} z_2.$$

Oсни razmak proizlazi iz jednadžbe $a = r_1 + r_2$ (a = razmak osi):

$$a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2).$$

Dimenzije zuba zupčanika definiraju se najčešće u odnosu na modul:

$$\begin{aligned} \text{visina tjemena zuba} & h_a = m; \\ \text{visina podnožja zuba} & h_f = 1,2 m; \\ \text{tjemena zračnost} & c = 0,2 m; \end{aligned}$$

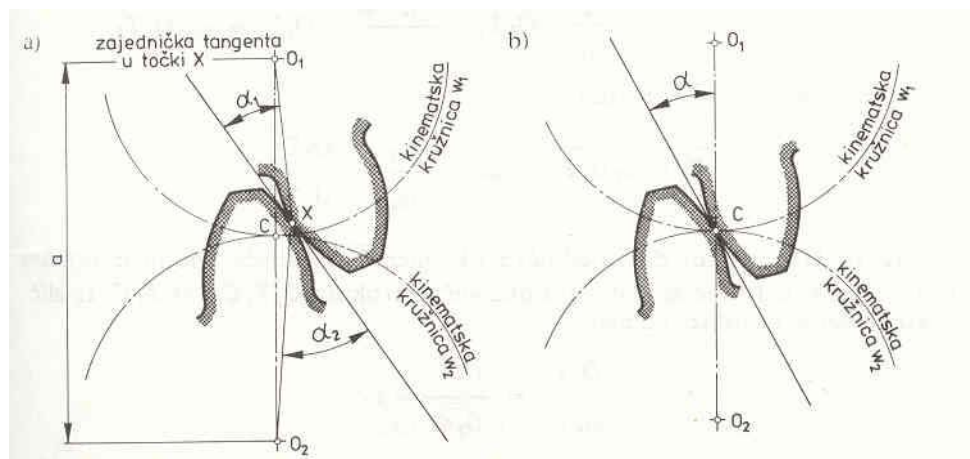
$$\text{debljina zuba na diobenoj kružnici bez bočne zračnosti} \quad s = \frac{p}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot m;$$

širina uzubine na diobenoj kružnici bez bočne zračnosti

$$e = \frac{p}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot m.$$

Tlačni kut u trenutnoj točki dodira bokova (X) zupčanika 1 i 2 je kut što ga zatvara tangenta kroz trenutnu točku dodira (X) i spojnica trenutne točke dodira s osima vrtnje zupčanika O_1 i O_2 .

Svaki zupčanik ima odgovarajući tlačni kut α_1 i α_2 .



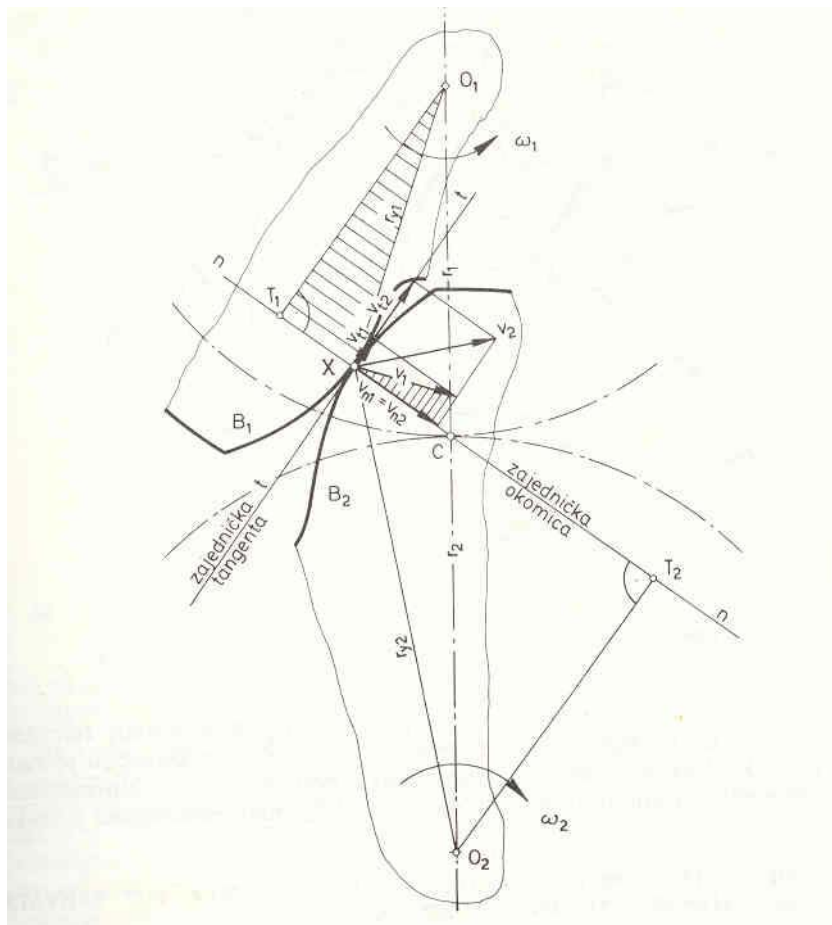
Tlačni kut i kut zahvata

a) tlačni kutovi α_1, α_2 ; b) kut zahvata α

Kada trenutna točka dodira bokova dospije u kinematski pol **C**, tlačni kutovi postaju međusobno jednaki ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$). Tlačni kut u kinematskom polu zove se **zahvatni kut**, a označava se s α ako se u kinematskom polu dodiruju diobene kružnice.

2. ZAKON OZUBLJENJA

Bokovi zuba moraju biti oblikovani tako da pri međusobnom valjanju kinematskih kružnica prijenos okretnog gibanja bude ravnomjeran i kontinuiran. Da bi se to ostvarilo, *okomica kroz trenutnu točku dodira dvaju bokova mora razmak osi O_1O_2 dijeliti u odnosu prijenosnog omjera*. Ovaj zakon zove se **opći zakon ozubljenja** i glasi: **okomica na tangentu trenutne točke dvaju bokova mora prolaziti kinematskim polom C**.



Opći zakon ozubljenja

Prema tome, za ozubljenje su primjenjive sve one krivulje čije okomice na tangente svih trenutnih točaka dodira prolaze kinematskim polom, odnosno za ozubljenje se mogu koristiti sve one krivulje čije okomice na bok sijeka odgovarajuću kinematsku kružnicu u točkama koje slijede jedna iza druge u istom smjeru.

3. VRSTE OZUBLJENJA

- **Cikloidno ozubljenje**

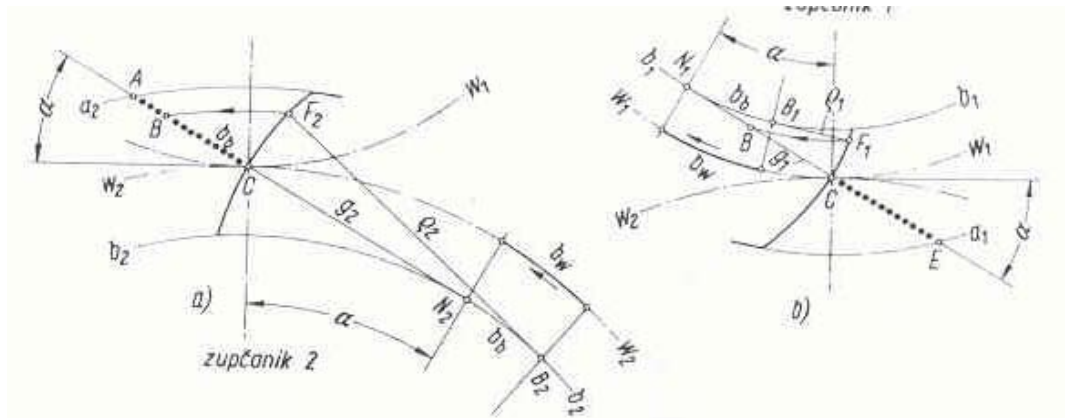
Cikloidno ozubljenje nastaje u slučaju kada se zahvatna crta sastoji od dva kružna luka. Bokovi zuba su cikloidno zakrivljeni. Cikloida je krivulja koju opisuje čvrsta točka kružnice kada se kružnica valja po pravcu.

Zbog poteškoća u izradi, osjetljivosti na promjenu osnog razmaka i još nekih nedostataka, ovo je ozubljenje rijetko u primjeni.

- **Evolventno ozubljenje**

Evolventno ozubljenje nastaje kada je zahvatna crta pravac. Kut koji zahvatna crta zatvara s tangentom u kinematskoj točki C naziva se *kutom zahvatne crte* α .

Zbog toga što je zahvatna crta pravac, ona je ujedno i okomica na tangente svake trenutne točke dodira. Ako se zahvatna crta g_2 valja po temeljnoj kružnici b_2 , tada točka na zahvatnoj crti, koja se poklapa s kinematskim polom C, opisuje *evolventu*. Tako dobivena evolventa je bok zučanika i to njegov tjemeni i podnožni dio.



Evolventno ozubljenje

a) nastajanje boka na zupčaniku 2; b) nastajanje boka na zupčaniku 1

Valjanje zahvatne crte po temeljnoj kružnici ograničeno je prema gore tjemonom kružnicom a_2 , a prema dolje temeljnom kružnicom b_2 .

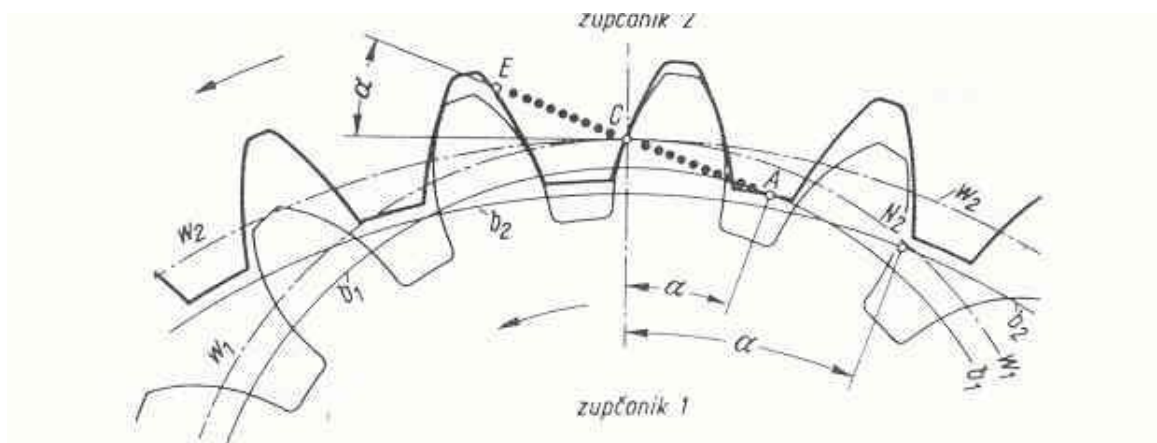
- **Ozubljenje s ravnim bokovima**

Zupčana letve ili ozubnica je vijenac čelnika s beskonačno velikom kinematskom kružnicom. Kinematska kružnica je prema tome pravac. Takva se ozubljenja nazivaju *ozubljenja s ravnim bokovima*.

Zubnu letvu treba shvatiti kao zupčanik s beskonačno mnogo zuba, premda se u stvarnosti ona izrađuje s ograničenim brojem zuba. Prijenosni omjer prijenosnika sa zubnom letvom iznosi $u = \infty$.

- **Unutarnje ozubljenje**

Ako se kinematska kružnica povećava dalje u negativno područje, zupčanik s vanjskim ozubljenjem prelazi preko zubne letve u *zupčanik s unutarnjim ozubljenjem*. Time bokovi dobivaju oblik uzubine vanjskog ozubljenja, a uzubine oblik zuba vanjskog ozubljenja.



Unutarnje evolventno ozubljenje

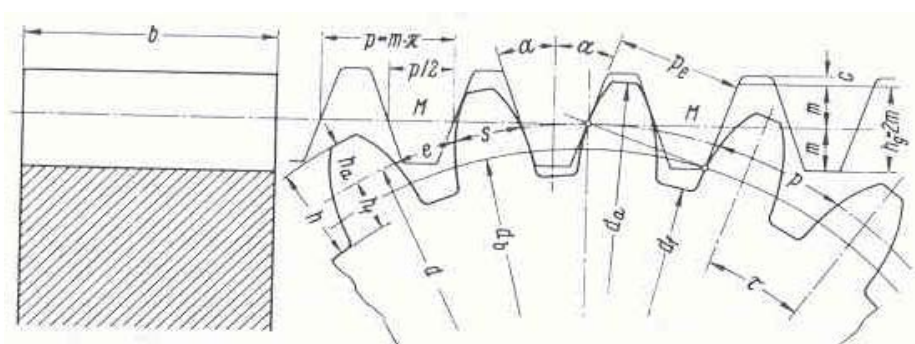
Zbog negativnog zakrivljenja u odnosu na vanjsko ozubljenje, broj zuba unutarnjeg ozubljenja dobiva negativan predznak. Tako prijenosnik s unutarnjim ozubljenjem dobiva negativan prijenosni omjer broja zubi u .

4. VRSTE ZUPČANIH PRIJENOSNIKA

- **Nulti čelnici i nulti prijenosnici s ravnim zubima**

NULTI zupčanici su oni zupčanici kod kojih srednja crta osnovnog (standardnog) profila tangira diobene kružnice (u kinematskom polu C). Prijenosnik s *NULTIM* zupčanicima naziva se *NULTI* prijenosnik.

Razmak od zuba do zuba mjeri se na diobenoj kružnici promjera d . Kinematske kružnice identične su diobenim kružnicama.



Karakteristične veličine čelnika s ravnim zubima

Modul zupčanika je

$$m = p/\pi = d/z \quad (\text{mm}).$$

Iz toga slijedi

$$\text{korak } p = m \cdot \pi \quad (\text{mm}).$$

$$\text{promjer diobene kružnice } d = z \cdot m \quad (\text{mm}).$$

Karakteristične kotirane veličine na prethodnoj slici su sljedeće:

- d promjer diobene kružnice;
- d_a promjer tjemene kružnice;
- d_f promjer podnožne kružnice;
- d_b promjer temeljne kružnice;
- h ukupna visina zuba;
- $h_a = m$ tjemena visina zuba;
- $h_f = 1,2m$ podnožna visina zuba;
- h_g zajednička visina zuba zupčanog para;
- $c = 0,2m$ tjemena zračnost;
- p korak;
- p_e korak zahvata = $p \cdot \cos \alpha$;
- s debljina zuba;
- e širina uzubine;
- α standardni kut zahvatne crte = 20° ;
- τ diobeni korak;
- b širina zuba.

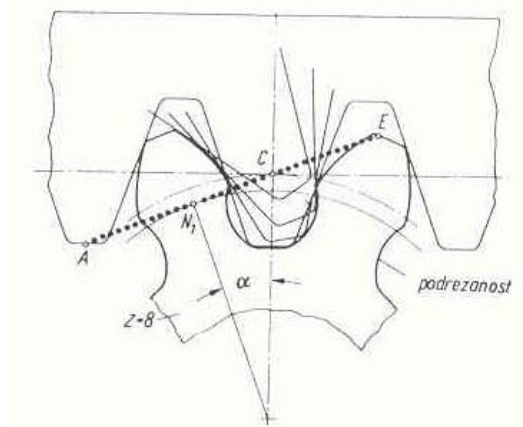
$$\text{promjer tjemene kružnice} \quad d_a = d + 2h_a ;$$

$$\text{promjer podnožne kružnice} \quad d_f = d - 2h_f ;$$

$$\text{promjer temeljne kružnice} \quad d_b = d \cdot \cos \alpha ;$$

$$\text{NULTI razmak osi} \quad a = r_1 + r_2 = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) .$$

Mali zupčanik ne smije imati premali broj zubi, jer bi to dovelo do pojave **podrezivanja** podnožja boka njegovih zubi tjemenom zubi velikog zupčanika. Podrezanost se može smanjiti povećanjem broja zubi malog zupčanika.



Nastajanje podrezanosti kod evolventnog ozubljenja

Zbog toga je definiran **granični broj zubi** malog zupčanika:

$$\text{teorijski granični broj zubi} \quad z_g = 2/\sin^2 \alpha.$$

Praktički se dozvoljava mala podrezanost, pa je

$$\text{praktički granični broj zubi} \quad z_g' \cong 5/6 z_g = 14.$$

- **V- čelnici i V-prijenosnici s ravnim zubima**

Ova vrsta ozubljenja nastaje povećanjem osnovog razmaka zupčanika. Time se mijenja kut zahvatne crte. On postaje veći i naziva se *pogonski kut zahvatne crte*, $\alpha_w > \alpha$.

Također se povećavaju i kinematske kružnice na promjere d_{w1} i d_{w2} .

Kinematske i diobene kružnice više se ne poklapaju, a tjemene i bočne zračnosti se povećavaju zbog razmicanja zupčanika. Da bi se tjemena zračnost dovela na prvobitnu mjeru, mora se povećati tjemena kružnica zupčanika 1.

Ovo pomicanje zupčanika naziva se **pomak profila**.

Prednosti ovakvog **pozitivnog pomaka profila** su sljedeće:

- povećanjem kuta zahvatne crte smanjuje se opasnost od podrezivanja;
- povećanjem debljine zuba u korijenu moguće je prenositi veće opterećenje;
- poboljšanje uvjeta klizanja bokova;
- mogućnost prilagođavanja razmaka osi na određene ugradbene zahtjeve.

Moguć je i **negativan pomak profila**, kojim se smanjuje pogonski kut zahvatne crte, $\alpha_w < \alpha$. Ovakvim pomakom se povećava opasnost od podrezivanja, a zubi postaju tanji.

NULTI, V-PLUS i V-MINUS zupčanici mogu se proizvoljno međusobno sparivati. Dobiveni razmak osi a odgovarat će vrsti i veličini pomaka profila.

Prema sparivanju, dobivaju se sljedeće vrste parova (prijenosnika):

1. NULTI parovi, ako se sparuju dva NULTA zupčanika;
2. V-NULTI parovi, ako se sparuje jedan V-PLUS i jedan V-MINUS zupčanik, a njihov razmak osi ostane nepromijenjen;
3. V-PLUS parovi, ako se sparuju V-zupčanici ili jedan V-PLUS i jedan NULTI zupčanik, ali tako da razmak osi postane veći od razmaka koji odgovara NULTIM parovima;
4. V-MINUS parovi, ako se sparuju V-zupčanici ili jedan V-MINUS i jedan NULTI zupčanik, ali tako da razmak osi postane manji od razmaka koji odgovara NULTIM parovima.

Pomak profila na zupčaniku modula $m=1$ označava se prema DIN3992 kao *faktor pomaka profila* x . Stvarni pomak profila iznosi $x \cdot m$.

Dimenzije V-zupčanika izračunavaju se ovako:

<i>promjer diobene kružnice</i>	$d = z \cdot m;$
<i>promjer tjemene kružnice</i>	$d_a = d + 2x \cdot m + 2h_a;$
<i>promjer podnožne kružnice</i>	$d_f = d + 2x \cdot m - 2h_f;$
<i>promjer temeljne kružnice</i>	$d_b = d \cdot \cos \alpha.$

- **Nulti čelnici s kosim (helikoidnim) zubima**

Zubi čelnika s kosim (helikoidnim) zubima zakošeni su prema osi vrtnje za kut koji zatvara crta boka zuba na diobenom cilindru s osi vrtnje, a naziva se **kut nagiba boka zuba β** .

Ako se sparuju dva čelnika s kosim zubima, moraju se nagibi bokova zuba poklapati u kinematskom polu. To znači da oba zupčanika moraju imati kutove nagiba bokova zuba po veličini jednake, a po smjeru suprotne. Zbog toga se razlikuju zupčanici s *desnim* i s *lijevim usponom*.

- **V-čelnici s kosim zubima**

To su zupčanici s pomakom profila. Izbor i podjela faktora pomaka profila x_1 i x_2 obavlja se kao i kod V-čelnika s ravnim zubima. Umjesto stvarnog broja zubi mjerodavni su fiktivni brojevi zubi z_{n1} i z_{n2} .

5. OBLIKOVANJE ČELNIKA

Temelj za izbor materijala zupčanika su pogonski faktori, vijek trajanja, brzina vrtnje i prenošena snaga.

Za obodne brzine do $v=1\text{m/s}$, u posebnim slučajevima i do 2m/s , u obzir dolaze zupčanici od *sivog* i *čeličnog lijeva* s neobrađenim zubima. Na zupčanike s visokom brzinom vrtnje postavljaju se veći zahtjevi:

1. visoka otpornost na trošenje;
2. ravnomjeren, tihi rad;
3. visoka dinamička izdržljivost zubi.

Za ovakve zahtjeve zupčanici moraju imati obrađene zube. U pogledu otpornosti na trošenje, materijali se mogu navesti ovim redoslijedom:

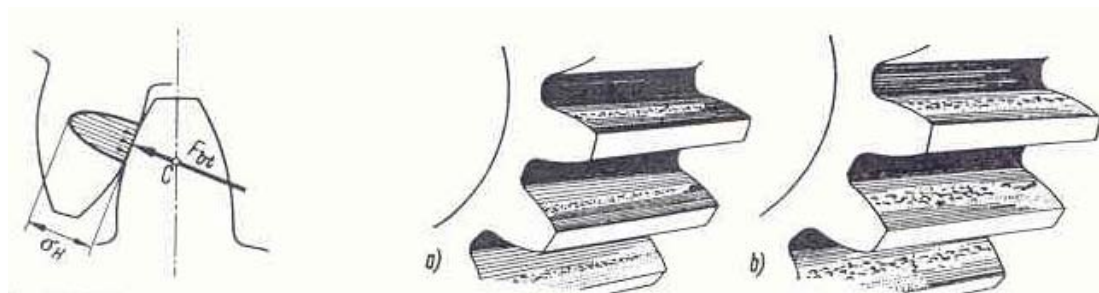
1. prešane umjetne smole;
2. sivi lijev;
3. nodularni lijev;

4. temper lijev,
5. čelični lijev;
6. konstrukcijski čelici;
7. čelici za poboljšavanje;
8. čelici za cementiranje.

Mali zupčanik izrađuje se obično od materijala boljih mehaničkih svojstava nego veliki. Mali zupčanik, zbog veće brzine vrtnje ulazi češće u zahvat, pa je tim jače opterećen. Ako mali zupčanik ima mali promjer diobene kružnice u odnosu na promjer vratila, zupčanik i vrtilo se izrađuju u jednom komadu. Veliki zupčanici izrađuju se s rebrima i paocima između glavine i vijenca. Mogu biti u lijevanoj ili zavarenoj izvedbi.

6. NOSIVOST BOKOVA ZUBA

Budući da su materijali zupčanika elastični, na mjestima dodira dolazi djelovanjem normalne sile do elastičnih deformacija dodirnih površina bokova. Zbog toga se dodir bokova ne ostvaruje po crti, nego na elastično deformiranoj površini bokova.



Kontaktna naprezanja
bokova zubi

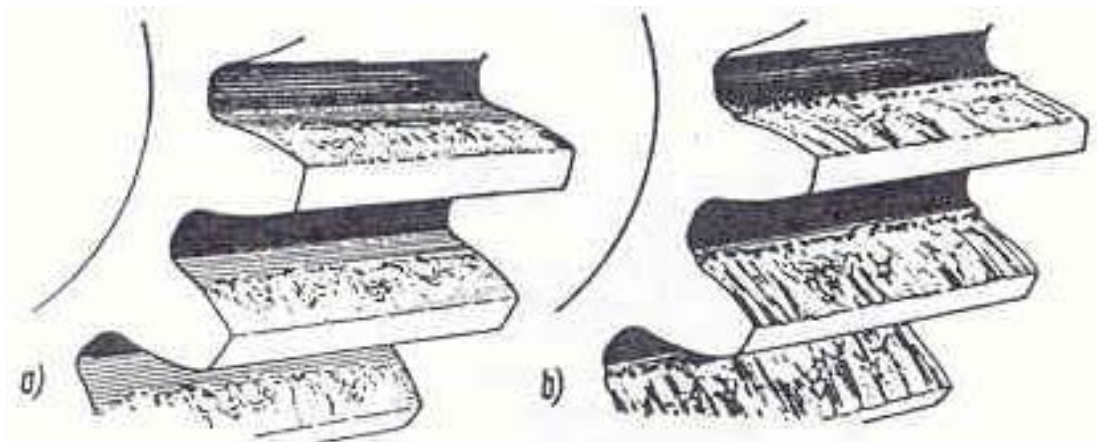
Pojava rupičavosti (pittinga) na bokovima
a) početni stadij, b) kasniji stadij

Tlačna naprezanja (kontaktne naprezanja) raspoređuju se približno proporcionalno veličini deformacije bokova. Prekoračenjem dopuštenih vrijednosti kontaktnih naprezanja, nastaje tzv. rupičavost bokova ili pitting.

Nosivost određena kontaktnim naprezanjima naziva se **nosivost bokova**.

Kod nepovoljnih uvjeta opterećenja, može doći do prekida uljnog filma, a time do metalnog dodira bokova. Povećanim trenjem metalnih površina dolazi do pojačanog zagrijavanja i do hrapavljenja. Nadvišenja nastala hrapavljenjem se zavaruju, a odmah

nakon toga se otkidaju. Prvi znakovi ovoga vidljivi su na tjemenu bokova, jer su tamo brzine klizanja najveće.



Zaribavanje bokova

a) početni stadij, b) kasniji stadij

Zaribavanje je najizraženije na tjemenu gonjenih zupčanika i podnožju pogonskih zupčanika.

Nosivost uvjetovana opterećenjem na zaribavanje naziva se **nosivost u odnosu na zaribavanje**.