

### Ejemplo

Sea un esquema relacional  $S(A, B, C, D)$  y  $F:\{A \rightarrow B; B \rightarrow C\}$  su conjunto de dependencias funcionales, utilizando los operadores del algebra relacional, escribir una expresión que devuelva como resultado todos los datos de las tuplas de la relación que violen el conjunto de dependencias funcionales  $F$

$$\begin{aligned} \text{RES} = & S \mid X \mid S \\ & (1.A=2.A \wedge 1.B \neq 2.B) \\ & \vee \\ & (1.B=2.B \wedge 1.C \neq 2.C) \end{aligned}$$

Las que cumplen la 1ra condición violan  $A \rightarrow B$  porque tienen igual  $A$  pero distinto  $B$ . lo mismo para la 2da pero con  $B$  y  $C$ .

### Búsqueda de dependencias funcionales

Ejemplo 1: Tenemos el siguiente esquema:

prestamos (ISBN, titulo, autor, genero, nro_ejemplar, codigo_socio, nombre, fecha_prestamo)							
IS	TI	AU	GE	NE	CS	NS	FP

En donde: cada libro se identifica con su ISBN, tiene un título, un autor y un género (en caso de tener varios autores o géneros se registra solamente uno). De cada libro se pueden tener varios ejemplares, donde el primer ejemplar de un libro es el número 1, el siguiente 2, etc. Se registra, para cada ejemplar en préstamo, la fecha en que se prestó y el código y nombre de socio que tiene el libro. Por restricción de la biblioteca un socio no puede pedir prestado más de un libro por día.

Vamos a desmenuzarlo paso a paso para encontrar cada dependencia:

1. cada libro se identifica con su ISBN, tiene un título, un autor y un género (en caso de tener varios autores o géneros se registra solamente uno).

$IS \rightarrow (TI, AU, GE)$

2. De cada libro se pueden tener varios ejemplares, donde el primer ejemplar de un libro es el número 1, el siguiente 2, etc.

Acá no tengo una dependencia, pero sí puedo decir que tengo una identificación de algo. Esto acá me dice que cada elemento de la biblioteca se va a identificar por su ISBN + el Número de ejemplar.  $(IS, NE)$

3. Se registra, para cada ejemplar en préstamo, la fecha en que se prestó y el código y nombre de socio que tiene el libro. Por restricción de la biblioteca un socio no puede pedir prestado más de un libro por día.

$(CS, FP) \rightarrow (IS, NE)$

4. Otras dependencias triviales

$CS \rightarrow NS$

No estamos tomando el caso:  $(IS, NE) \rightarrow (CS, FP)$  porque eso significaría que todos los libros están prestados.

### Ejemplo 2:

**stock**(codigo\_producto, descripcion\_producto, categoria, numero\_almacen, cantidad, numero\_sector, cuit\_proveedor, razon\_social\_proveedor)

CP DP CT NA CN NS PR  
RS

En donde la empresa desea conocer la cantidad que posee en stock de cada uno de los productos que vende.

Los productos se encuentran codificados, tienen una descripción y pertenecen a una categoría. El almacenamiento de los productos se hace en un almacén de la empresa según su categoría (cada categoría en un único almacén).

En cada uno de los almacenes de la empresa hay distintos sectores, numerados desde el 1 en adelante para cada almacén. A la empresa le interesa conocer qué cantidad de cada producto tiene almacenado en cada sector para poder planificar los pedidos de compra que se harán a los proveedores de los mismos

Los proveedores se identifican por el CUIT y también por la razón social, y no se posee más de un proveedor para cada categoría de producto.

1. Los productos se encuentran codificados, tienen una descripción y pertenecen a una categoría.

CP -> DP, CT

2. El almacenamiento de los productos se hace en un almacén de la empresa según su categoría (cada categoría en un único almacén).

CT -> NA

3. En cada uno de los almacenes de la empresa hay distintos sectores, numerados desde el 1 en adelante para cada almacén. A la empresa le interesa conocer qué cantidad de cada producto tiene almacenado en cada sector para poder planificar los pedidos de compra que se harán a los proveedores de los mismos

Na, NS, CP -> CN

4. Los proveedores se identifican por el CUIT y también por la razón social, y no se posee más de un proveedor para cada categoría de producto.

CT -> PR

PR -> RS, RS -> PR

### Ejemplo 3

**goles**(codigo\_equipo, nombre\_equipo, numero\_camiseta, nombre\_jugador, posicion, id\_partido, fecha, cantidad\_goles)

CE NE NC NJ PO IP FE GO

En donde la liga quiere registrar las estadísticas de los distintos jugadores que participan en el torneo.

Antes de iniciar la liga se registran todos los equipos asignándoles un código identificador abreviado de 3 letras. No puede haber dos equipos distintos con el mismo nombre. Por ejemplo se registra el equipo de código "TIB" cuyo nombre es "Tiburones".

Cada equipo presenta su plantilla de jugadores, indicando para cada uno el número de camiseta que utilizará durante todo el torneo (que es único dentro de su equipo), el nombre del jugador y la posición que regularmente ocupa (arquero, defensor, etc...). Los números de camiseta van del 1 al 22 (máxima cantidad de jugadores que puede presentar un equipo).

Cada partido del torneo se identifica con un ID interno, y tiene una fecha en la que se juega. Se quiere además registrar la cantidad de goles que hizo cada jugador en cada partido para poder dar el premio al goleador del torneo.

1. Antes de iniciar la liga se registran todos los equipos asignándoles un código identificador abreviado de 3 letras. No puede haber dos equipos distintos con el mismo nombre. Por ejemplo, se registra el equipo de código "TIB" cuyo nombre es "Tiburones".

CE -> NE, NE -> CE

2. Cada equipo presenta su plantilla de jugadores, indicando para cada uno el número de camiseta que utilizará durante todo el torneo (que es único dentro de su equipo), el nombre del jugador y la posición que regularmente ocupa (arquero, defensor, etc...). Los números de camiseta van del 1 al 22 (máxima cantidad de jugadores que puede presentar un equipo).

NC, CE -> NJ, PO

NC, NE -> NJ, PO

3. Cada partido del torneo se identifica con un ID interno, y tiene una fecha en la que se juega. Se quiere además registrar la cantidad de goles que hizo cada jugador en cada partido para poder dar el premio al goleador del torneo.

IP -> FE

CE, IP, FE -> GO

### Axiomas de Armostron (RAT)

Reflexividad: Si $Y \subseteq X$ inferir $X \rightarrow Y$
Aumento: Para cualquier conjunto W, de $X \rightarrow Y$ inferir $XW \rightarrow YW$
Transitividad: De $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$ inferir $X \rightarrow Z$

Vamos a analizar el siguiente conjunto de dependencias funcionales:

Considere el siguiente esquema relacional y el conjunto de dependencias funcionales F:

$R(A,B,C,D,E)$ ,  $F = \{AC \rightarrow E, C \rightarrow D, D \rightarrow A, C \rightarrow A\}$

- Por transitividad  $C \rightarrow D \wedge D \rightarrow A \Rightarrow C \rightarrow A$
- Podemos decir que  $C \rightarrow A$  sobra, pues se deduce de otras dfs
- Por aumento  $C \rightarrow AC$  Por transitividad  $C \rightarrow AC$  y  $AC \rightarrow E$  entonces  $C \rightarrow E$
- Entonces puedo inferir que sobra A en la df  $AC \rightarrow E$

### Clausura del conjunto de dependencias funcionales

Dado un conjunto de df's F, sea la clausura  $F^+$ , el conjunto de todas las df's que pueden inferirse usando los Axiomas de Amstrong.

*Ejemplo I*

Considere el siguiente esquema relacional y el conjunto de dependencias funcionales  $F$ :  
 $R(A,B,C,D,E)$ ,  $F = \{C \rightarrow E, C \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow D\}$

$F^+ = \{C \rightarrow E, C \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow D\} \cup$

- $\{C \rightarrow A\}$  por  $C \rightarrow B$  y  $B \rightarrow A$
- $\{C \rightarrow D\}$  por  $C \rightarrow A$  y  $A \rightarrow D$
- $\{B \rightarrow D\}$  por  $B \rightarrow A$  y  $A \rightarrow D$

Luego:  $F^+ = \{C \rightarrow E, C \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow D, C \rightarrow A, C \rightarrow D, B \rightarrow D\}$

### Clausura de un conjunto de atributos

NO es lo mismo que la clausura de una dependencia funcional.

Dado un esquema de relación  $R$ , un conjunto de df's  $F$  y un conjunto de atributos  $X \subseteq R$ , se define como clausura de  $X$  con respecto a  $F$ , indicada como  $X_F^+$ , como el conjunto de todos los atributos  $A \subseteq R$  tal que  $X \rightarrow A$  puede ser derivado desde  $F$  utilizando los axiomas (y las reglas adicionales) de todas las formas posibles.

$$X_F^+ = \{ A, A \subseteq R \text{ y } F \models X \rightarrow A \}$$

*Ejemplo:*

Considere el siguiente esquema relacional y el conjunto de dependencias funcionales  $F$ :  
 $R(A,B,C,D,E)$ ,  $F = \{C \rightarrow E, C \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow D\}$ . Obtener:  $B_F^+$

1. Los atributos seguros pertenecen, así que agrego  $B$  a  $B_F^+$   
 $B_F^+ = \{B\}$
2. Miro las dependencias de  $F$  y busco si alguno de los elementos de  $B_F^+$  está completo del lado izquierdo
  - Como  $B \rightarrow A$ ,  $B_F^+ = \{B, A\}$
  - Como  $A \rightarrow D$  y  $A$  está en  $B_F^+$ ,  $B_F^+ = \{B, A, D\}$
- Finalmente, obtuve la clausura del conjunto de atributos:  $B_F^+ = \{B, A, D\}$

### Equivalencia de conjuntos de dependencias funcionales

Para esto estas clausuras son útiles: dos conjuntos son equivalentes si tienen los mismos conjuntos de dependencias funcionales

$F$  y  $G$  son equivalentes si y sólo si  $F^+ = G^+$

### Cubrimiento Minimal

Vamos a tener un conjunto de dependencias funcionales que cumplen con 3 características particulares

1. Todo implicado (lado derecho), tenga un único atributo. Osea es simple
2. Todo determinante (lado izquierdo) de una df en  $F_M$  es **reducido** en el sentido de no contener atributos redundantes (entendiendo que significa dobles)

3.  $F_M$  **no contiene df redundantes**. Ej: si tengo  $A \rightarrow B$  y  $B \rightarrow C$  y  $A \rightarrow C$ , elimino  $A \rightarrow C$  porque es redundante y se puede deducir de las otras dos por transitividad.

### Algoritmo para hallar $F_M$

Sea  $R(A, B, C, D, E, F)$ ,  $FD: \{A \rightarrow BD, B \rightarrow CD, AC \rightarrow E\}$

1. Dejar todos los lados derechos con un único atributo

- $A \rightarrow BD$  se transforma en  $A \rightarrow B$ ,
- $A \rightarrow D$   $B \rightarrow CD$  se transforma en  $B \rightarrow C$ ,  $B \rightarrow D$

Luego:  $FD1 = \{A \rightarrow B, A \rightarrow D, B \rightarrow C, B \rightarrow D, AC \rightarrow E\}$

2. Eliminar los atributos redundantes del lado izquierdo

Parto de  $FD1$ : veo si  $E$  pertenece a  $A^+$  con  $A^+ = \{A, B, C, D, E\}$ . Si! Pertenece. Pongo  $A \rightarrow E$  en lugar de  $AC \rightarrow E$

$FD2 = \{A \rightarrow B, A \rightarrow D, B \rightarrow C, B \rightarrow D, A \rightarrow E\}$

3. Elimino las df's redundantes

Analizo para cada df  $X \rightarrow Y$  si  $Y \subset X^+_{FD2 - \{X \rightarrow Y\}}$

Voy a tomar una dependencia cualquiera y me fijo si esa está en la clausura del atributo del conjunto  $FD2$ . Tomo  $FD2$  con todas las dfs menos la que estoy analizando.

#### Analizo $A \rightarrow B$

$A^+_{FD2 - \{A \rightarrow B\}} = \{A, D, E\}$  no incluye a  $B$   $\therefore$  no es redundante

Agarro  $FD2$ , le saco  $A \rightarrow B$  y busco el conjunto de atributos del que tengo a la derecha, osea en este caso, el conjunto  $A^+$ , y me voy a fijar si contiene a lo que tengo a la derecha de la dependencia o no (en este caso seria  $B$ )

#### Analizo $A \rightarrow D$

$A^+_{FD2 - \{A \rightarrow D\}} = \{A, B, C, E\}$  incluye a  $D$   $\therefore$  **es redundante!**

**\*\*\* El análisis lo continúo sin  $\{A \rightarrow D\}$  \*\*\***

Como es redundante, continuo con  $FD2$  sacandole la redundancia también, además de sacarle lo que voy a analizar

#### Analizo $B \rightarrow C$

$B^+_{FD2 - \{A \rightarrow D\} - \{B \rightarrow C\}} = \{B, D\}$  no incluye a  $C$   $\therefore$  no es redundante

Acá le saco lo que voy a analizar ( $B \rightarrow C$ ), pero también le saco  $A \rightarrow D$  porque es redundante

#### Analizo $B \rightarrow D$

$B^+_{FD2 - \{A \rightarrow D\} - \{B \rightarrow D\}} = \{B, C\}$  no incluye a  $D$   $\therefore$  no es redundante

#### Analizo $A \rightarrow E$

$A^+_{FD2 - \{A \rightarrow D\} - \{A \rightarrow E\}} = \{A, B, C, D\}$  no incluye a  $E$   $\therefore$  no es redundante

Luego:  $FD2 = \{A \rightarrow B, A \rightarrow D, B \rightarrow C, B \rightarrow D, A \rightarrow E\}$

**Finalmente:  $F_{MIN} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, B \rightarrow D, A \rightarrow E\}$**

### Ejemplo: calcular el conjunto minimal

Sea un esquema relacional  $R(A,B,C,D)$  y  $F: \{BC \rightarrow A, AD \rightarrow CB, CD \rightarrow AB, A \rightarrow D\}$ , Es  $F$  minimal? Sino hallar un conjunto minimal equivalente  $G$  ( $G^+ = F^+$ ).

#### 1. Dejo todos los lados derechos con un único atributo

- $AD \rightarrow C$  y  $AD \rightarrow B$
- $CD \rightarrow A$  y  $CD \rightarrow B$

Luego  $FD1 = \{BC \rightarrow A, AD \rightarrow C, AD \rightarrow B, CD \rightarrow A, CD \rightarrow B, A \rightarrow D\}$

#### 2. Eliminar los atributos redundantes del lado izquierdo

- $BC \rightarrow A$** : Parto de  $FD1$ : veo si  $A$  pertenece a  $B^+$  con  $B^+ = \{B\}$  o  $C^+$  con  $C^+ = \{C\}$ . No, no lo hace así que no puedo eliminar  $B$  o  $C$  de  $BC$
- Parto de  $FD1$ : veo si  $C$  pertenece a  $A^+$  con  $A^+ = \{A, D, C, B\}$  o  $D^+$  con  $D^+ = \{D\}$ . Como  $C$  pertenece a  $A^+$  eliminar  $D$  de  $AD \rightarrow C$  porque  $A \rightarrow C$
- $AD \rightarrow B$** : Parto de  $FD1$ : veo si  $B$  pertenece a  $A^+$  con  $A^+ = \{A, D, C, B\}$  o  $D^+$  con  $D^+ = \{D\}$ . Como  $B$  pertenece a  $A^+$  puedo eliminar  $D$  de  $AD \rightarrow B$  porque  $A \rightarrow B$
- $CD \rightarrow A$** : Parto de  $FD1$ : veo si  $A$  pertenece a  $C^+$  con  $C^+ = \{C\}$  o  $D^+$  con  $D^+ = \{D\}$ . No, no lo hace así que no puedo eliminar  $C$  o  $D$  de  $CD$
- $CD \rightarrow B$** : Parto de  $FD1$ : veo si  $B$  pertenece a  $C^+$  con  $C^+ = \{C\}$  o  $D^+$  con  $D^+ = \{D\}$ . No, no lo hace así que no puedo eliminar  $C$  o  $D$  de  $CD$

Finalmente, obtuve  $FD2 = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow C, A \rightarrow B, CD \rightarrow A, CD \rightarrow B, A \rightarrow D\}$

#### 3. Elimino las $df$ 's redundantes

Voy a tomar una dependencia cualquiera y me fijo si esa está en la clausura del atributo del conjunto  $FD2$  – la que estoy analizando.

##### a. Para **$BC \rightarrow A$**

Analizo  $BC^+_{FD2 - \{BC \rightarrow A\}}$  y me fijo que NO contenga  $A$

- $FD2 - \{BC \rightarrow A\} = \{A \rightarrow C, A \rightarrow B, CD \rightarrow A, CD \rightarrow B, A \rightarrow D\}$

$BC^+_{FD2 - \{BC \rightarrow A\}} = \{B, C\}$ . No incluye  $A$  así que no es redundante

##### b. Para **$A \rightarrow C$**

$FD2 - \{A \rightarrow C\} = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow B, CD \rightarrow A, CD \rightarrow B, A \rightarrow D\}$

Analizo  $A^+_{FD2 - \{A \rightarrow C\}} = \{A, B, D\}$  no contiene  $C$  así que no es redundante

##### c. Para **$A \rightarrow B$**

$FD2 - \{A \rightarrow B\} = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow C, CD \rightarrow A, CD \rightarrow B, A \rightarrow D\}$

Analizo  $A^+_{FD2 - \{A \rightarrow B\}} = \{A, C, D\}$  no contiene  $B$  así que no es redundante

##### d. Para **$CD \rightarrow A$**

$FD2 - \{CD \rightarrow A\} = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow C, A \rightarrow B, CD \rightarrow B, A \rightarrow D\}$



Analizo  $CD^+_{FD2 - \{CD \rightarrow A\}} = \{C, D, B, A\}$  contiene A así que es redundante

e. Para  $CD \rightarrow B$

Como en el paso anterior tenía una redundancia, la saco también.

$$FD2 - \{CD \rightarrow B\} - \{CD \rightarrow A\} = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow C, A \rightarrow B, A \rightarrow D\}$$

Analizo  $CD^+_{FD2 - \{CD \rightarrow B\} - \{CD \rightarrow A\}} = \{C, D\}$  no contiene B así que no es redundante

f. Para  $A \rightarrow D$

$$FD2 - \{A \rightarrow D\} = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow C, A \rightarrow B, CD \rightarrow A, CD \rightarrow B\}$$

Analizo  $A^+_{FD2 - \{A \rightarrow D\}} = \{A, C, B\}$  no contiene D así que no es redundante

Finalmente, las redundancias que obtuve que tengo que eliminar son únicamente CD.

$$F_{MIN} = \{BC \rightarrow A, A \rightarrow C, A \rightarrow B, A \rightarrow D\}$$

Algoritmo de cálculo de claves