

Wolfgang Farkas Bolyai y János Bolyai

Sánchez Maldonado, Miguel Solís Izquierdo, Antonio
Torres Aguilera, Alejandro Velasco Gómez, Juan Antonio

April 27, 2016

1 Introducción

Farkas Bolyai y **János Bolyai**, padre e hijo respectivamente, fueron unos matemáticos húngaros que destacaron por su trabajo en las geometrías no euclídeas.

Farkas intentó disuadir a János de su dedicación al problema de las paralelas, y le escribió para intentar que éste abandonara su estudio.

"Por el amor de Dios te lo ruego, olvídalos. Témelos como a las pasiones sensuales porque, lo mismo que ellas, puede llegar a absorber todo tu tiempo y privarte de tu salud, de la paz de espíritu y de la felicidad de la vida."

Ignorando las palabras de su padre, János continuó sus esfuerzos hasta que, hacia el año 1829, llegó a la misma conclusión a la que llega *Lobachewsky*¹ ese mismo año (Pese a que ambos trabajaron de forma independiente). János abandona los intentos de demostrar lo imposible y desarrolló la *Ciencia Absoluta del Espacio*; obra de János Bolyai donde partiendo de la hipótesis de que por un punto exterior a una recta se pueden trazar, en el plano que los contiene, infinitas rectas paralelas a la recta dada. János envió sus reflexiones a su padre, el cual las publicó como apéndice en su tratado *Tentamen*, fechado en 1829, mismo año que *Lobachewsky* publicó su artículo *Kazan Messenger*².

*Gauss*³, amigo de Farkas Bolyai, dio una calurosa y sincera aprobación ante las obras de Lobachewsky y János, pero no dio apoyo público en forma impresa a ambos.

Farkas Bolyai fue un matemático húngaro amigo de Gauss, el cual había pasado la mayor parte de su vida intentando demostrar el postulado de las paralelas. Cuando descubrió que su hijo János Bolyai estaba tratando el problema de las paralelas, le escribió para intentar que no continuara con su estudio.

¹**Nikolai Ivanovich Lobachevsky**: matemático ruso del siglo XIX. Uno de los primeros matemáticos que aplicó un tratamiento crítico a los postulados fundamentales de la geometría euclidiana.

²**Kazan Messenger**: paper de Lobachewsky dedicado a la geometría no euclídea que fué rechazado por la St. Petersburg Academy of Sciences.

³**Johann Carl Friedrich Gauss**: matemático, astrónomo, geodesta y físico alemán que contribuyó en muchos campos. Considerado ¡¡el príncipe de los matemáticos!! y ¡¡el matemático más grande desde la antigüedad!!.

2 La familia Bolyai

Los **Bolyai** son húngaros originarios de Transylvania. El padre de János nació el 9 de febrero de 1775 en Bolya, cerca de Bagyszeben. Descendiente de una familia húngara de antiguo linaje. El castillo fortificado de esa ciudad le fue entregado a sus antecesores. Algunos familiares fueron valientes soldados pero la fortuna de los Bolyai fue disminuyendo y Gaspar Bolyai, padre de Farkas, heredó solo una porción de tierra cerca de Bolya. Posteriormente con el matrimonio con Krisztina Pávai Vajna, esa tierra se extendió.

Farkas regresa a Kolozvár en 1799. Contrajo matrimonio con Susana Árkosi Benkö, hija de un enfermero y barbero. Se trasladaron a Domáld aunque regresaron a Kolozvár en espera del nacimiento de János.

Gaspar Bolyai fallece en 1804. Farkas ya había obtenido una plaza en el Colegio Calvinista Reformado de Marováshely.

Además de János, los Bolyai tuvieron una hija que falleció tempranamente. El matrimonio no fue feliz, según Farkas por culpa de su suegra. Susana era neurótica. Ella falleció en 1821, después de largos sufrimientos.

El barón Simón Kémeny, padre, pagó a Farkas los servicios educativos de su hijo creándose entre ambos jóvenes una buena amistad. Estudiaron juntos durante cinco años. Farkas prosiguió sus estudios en Alemania junto a su amigo. Sin embargo cayó enfermo y regresó a Hungría pero por poco tiempo, se unió después con Simón en Jena y más tarde en la universidad de Gotinga.

Farkas se casó por segunda vez en 1824 con Teresa Somorjai Nagy que era veintidós años menor. Tuvieron dos hijos, Gergely y Berta; ésta última falleció a los pocos años de su nacimiento. Su esposa, también de salud delicada, murió en 1833.

János, por otra parte, además de matemático, fue militar. A partir de 1834 cohabitó con Rosalía Kidébi Orbán aunque su matrimonio legal no era posible al no poder reunir el dinero de un depósito, que le fue requerido a János cuando era oficial del ejército. Su padre nunca aprobó esa unión porque consideraba que estaba manchando la buena reputación que él reunió en la comunidad. Tuvieron dos hijos; Dénes y Amalia.

János y Rosalía pudieron casarse el 18 de mayo de 1849 pero, en 1852 abandona a su familia para, de esta manera, reconciliarse con su padre, dejando la casa a su esposa y una considerable cantidad de dinero para el mantenimiento de sus hijos.

Farkas fallece el 20 de noviembre de 1856. Su voluntad fue que no se hiciera ceremonia alguna, solo el sonar de la campana de la escuela.

El 27 de enero de 1860, János muere de una neumonía. En su funeral solo estuvieron 3 personas civiles, además de la escolta militar.

3 Farkas Wolfgang Bolyai

Debido a que Farkas padecía una enfermedad en los ojos, desarrolló una memoria prodigiosa. Se convirtió en *preceptor*⁴ por su gran dominio de la aritmética y las lenguas. También mostró gran interés por la música, dibujo y teatro. A los 20 años, Farkas se trasladó a Gotinga para ampliar estudios en la Universidad, Gotinga era famosa por la libertad de pensamiento, allí conoce a Gauss. De regreso a su hogar, Farkas mantuvo una amplia correspondencia con Gauss que resultó ser con el tiempo enormemente valiosa para la historia de las matemáticas. Fue profesor de matemáticas, física y química en el *Colegio Calvinista de Marosvásárhely* toda su vida. Publicó varios manuales escolares, que culminó con la obra, redactada en latín, *Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae introducenci* (Intento de introducir a la juventud estudiosa en los elementos de la matemática pura). En esta obra recopila toda la matemática de su tiempo, estableciendo los fundamentos de la geometría, aritmética, álgebra y el análisis. Gauss, al conocer la obra, elogió el alto grado de rigor y precisión en ella.

Todas las obras de Farkas fueron escritas en latín, a excepción de *Los Elementos de la Aritmética*, redactada en húngaro. Que lo convirtió en miembro de la Academia de ciencias de Hungría, aunque en el departamento de Ciencias Naturales. Además de sus clases y la redacción de sus libros, Farkas dedicó buena parte de su vida al estudio de los fundamentos de la geometría, con un interés especial por el postulado de las paralelas. Pase a sus esfuerzos, solo consiguió sustituirlo por otro equivalente:

Tres puntos no alineados pertenecen a una misma circunferencia.

4 János Bolyai

Hijo del primer matrimonio de Farkas, János nació en Kolozsvár, en casa de sus abuelos maternos, el 15 de diciembre de 1802. Su padre se encargó desde la infancia temprana de su formación matemática. Ya de pequeño dio muestras de un gran talento. En realidad, era un verdadero niño prodigio. Sobre su infancia así se expresa Szénássy⁵:

A la edad de cuatro años podía distinguir ciertas figuras geométricas, conocía la función seno y era capaz de identificar las principales constelaciones. A los cinco años aprendió a leer por sí solo. Estuvo muy por encima de la media a la hora de aprender lenguas, principalmente el alemán, y música, de forma que a los siete años era capaz de tocar el violín haciendo tales progresos en este instrumento que muy pronto interpretó obras de concierto (de violín).

János no tuvo una enseñanza normalizada, a través de la escuela, hasta los nueve años. Según sabemos por una de las cartas que su padre dirigió a Gauss

⁴**Preceptor:** estudiante voluntario que asiste con regularidad a profesores titulares y auxiliares.

⁵**Szénássy Barna:** matemático, historiador y profesor húngaro. Gran parte de la vida de los Bolyai se conoce gracias a él.

en 1816, a los catorce años ya dominaba la matemática superior, incluidos el cálculo diferencial y el cálculo integral, y hablaba nueve idiomas extranjeros (el chino y el tibetano, entre ellos). En 1817 hizo su examen final, con lo que Farkas hubo de plantearse el problema de donde enviar a su hijo para realizar la enseñanza superior.

Habría querido que fuese a la Universidad de Gotinga y se alojase en casa de Gauss, y en este sentido le escribió la oportuna carta. Pero, a éste no pareció gustarle las exigencias que Farkas le imponía. Así que nunca contestó a la carta.

Tras un breve paso por la Facultad de Artes de la Escuela de Marosvásárhely, ingresó en la Imperial y Real Academia de Ingenieros Militares de Viena. Dada su buena formación sólo tuvo que cursar los cuatro últimos años de los ocho que componían todo el programa de la Escuela, no sin manifestar una cierta aversión por la disciplina militar. En 1821 murió su madre, en 1822 se graduó, y en 1823, nombrado subteniente, fue destinado a la fortificación de Temesvár. Desde 1820, estando aún en la Academia, no había dejado de investigar sobre el famoso postulado euclídeo de las paralelas, lo cual no podía por menos de enorgullecer a su padre, que comprobaba en su hijo el talento de un genio.

De 1826 a 1832, pasó por sucesivos destinos, en Arad, Lemberg y Olmüd, y sufrió diversas vicisitudes. En Arad padeció fiebres persistentes, probablemente de la malaria, luego, cogió el cólera, y por si fuera poco, en el traslado a Lemberg, el carruaje en que viajaba tuvo un accidente, a consecuencia del cual se produjo heridas de consideración en la cabeza. Poco a poco fue perdiendo el escaso interés que le inspiraba la carrera militar, al mismo tiempo que aumentaba su dedicación e interés por las matemáticas. Sus investigaciones en este sentido empezaban a absorberle de tal manera que llegó a pedir una baja temporal de tres años para dedicarse por entero a ellas. Tal petición le fue denegada, pero en 1833 fue separado del servicio, quizá debido a su deteriorada salud, con una pensión de capitán de segunda clase. Ese mismo año, falleció Teresa, la segunda mujer de su padre.

Poco tiempo después, el 27 de enero de 1860, la sirvienta de János, Julia Szöts, escribió a Gergely comunicándole la gravedad de la enfermedad que padecía János, y que debía acudir urgentemente. La carta tenía una posdata:

Mientras escribía esta carta, ha muerto, por lo que no hay más que decir: el capitán se ha ido.

5 Los antecedentes de las geometrías no euclidianas

La obra de János fue de una gran magnitud, para ello tenemos que tener el cuenta el problema de partida y la razón por la que tantos matemáticos lo abordaron durante más de veinte siglos a lo largo de la historia. Se planteó la cuestión de si el V postulado de Euclides era independiente de los otros cuatro postulados o por el contrario se podía deducir de los anteriores, es decir si era realmente un postulado. En caso de no ser postulado no sería necesario para

la construcción geométrica de Euclides. Vamos los postulados de Euclides para entender el porqué fue el V postulado el que estudiaron los matemáticos.

- **Postulado I** Que de cualquier punto se pueda conducir una recta todo otro punto
- **Postulado II** Toda recta limitada, se pueda prolongar indefinidamente por derecho.
- **Postulado III** Con cualquier centro y cualquier distancia, se pueda describir un círculo.
- **Postulado IV** Todos los ángulos rectos sean iguales entre sí.
- **Postulado V** Si una recta, cortando a otras dos, forma los ángulos internos a una misma parte, menores de dos rectos, las dos rectas prolongadas al infinito se encontrarán de la parte en que son los dos ángulos menores de dos rectos.

Como podemos ver los Cuatro primeros resultan ser enunciados sencillo e intuitivos, por tanto el *postulado V* llamó la atención a matemáticos de todas las épocas. Posidonio (s. I), Proclo, Saccheri, Legendre, Lagrange, y el mismo Farkas, padre de János fueron algunos de ellos.

El propio Euclides lo sospechaba, ya que lo evitaba siempre que podía en sus demostraciones, aunque tuviese que optar por otros caminos más largos para acabar la demostración. Todos los matemáticos que se enfrentaban al *postulado V* pensaban que no era postulado, por tanto se podía demostrar a partir de los otros cuatro, de ser así, debería existir una contradicción.

Finalmente, la forma equivalente a este postulado que más se extendió, y que por tanto recogían los libros matemáticos fue: *Por un punto exterior a una recta pasa una sola paralela a ella.*

Esta definición del postulado fue atribuida al matemático *John Playfair* ⁶, aunque no consigue su objetivo de demostrar la independencia del postulado, sirve para sugerir la solución al problema ya que lo traslada directamente al terreno del paralelismo. Ya que Euclides da una definición un tanto abierta del concepto de rectas paralelas; *Paralelas son las rectas de un plano que prolongadas por su dos partes en ninguna de ella se encuentran* (Euclides), como por ejemplo señaló Santaló ⁷;

Queda así abierta la posibilidad de que existan rectas asintóticas, es decir, rectas que, como ocurre con la hipérbola y sus asíntotas, nunca se encuentren, pero que sin embargo no se conserven equidistantes, sino que su distancia llegue a hacerse tan pequeña como se quiera, sin reducirse nunca a cero.

⁶**John Playfair:** científico y matemático escocés. Fue el primer presidente de la Atronomical Institution of Edinburgh.

⁷**Luis Antonio Santaló Lers:** matemático español que se exilió a Argentina en 1939. Publicó más de cien trabajos de investigación fundamental y divulgación; y varios libros, en especial sobre Geometría integral. Considerado también uno de los fundadores de ésta

6 La obra de János Bolyai

En el año 1820 János estudiaba en Viena la cuestión de las paralelas al igual que hizo su padre sin ningún éxito. En este año, su padre le advierte en una carta de los peligros que encierra dedicarse a ese tema, invitándole a abandonar la investigación.

No debes intentar ese camino hacia las paralelas, yo lo conozco hasta su final. He atravesado esa noche sin fondo que extinguió toda la luz y toda la alegría de mi vida. ¡Por Dios! Te suplico que abandones las paralelas, aborrécelas como si fuera una pasión indecente, te pueden privar (como me ha ocurrido a mí) de tu tiempo, de tu salud, de la tranquilidad de espíritu y de la felicidad de tu vida... Yo ya me convertí en un mártir que deseaba suprimir la imperfección de la geometría y retorné purificado al mundo... Volví a ellas, sin embargo, cuando me di cuenta de que ningún hombre ha sido capaz de encontrar el fondo de esa noche. Lo hice desconsolado y lleno de una gran pena. He viajado por todos los escollos de este infernal mar Muerto y siempre he vuelto con el mástil roto y las velas rasgadas... Arriesqué atolondradamente mi vida y mi felicidad. Aut Caesar aut nihil (O Cesar o nada, divisa de Cesar Borgia)

Parece ser que János había hecho amistad con Szász, durante su estancia en Viena, y que ambos amigos mantenían largas conversaciones sobre la cuestión de las paralelas, incluso, según indica *Roberto Bonola*⁸, fue el propio Szász quien le dio la idea de sustituir el V postulado por otro que considerase la paralela a una recta por un punto exterior a ella como la posición límite de la secante a la recta dada, que gira alrededor del punto exterior, es decir, una recta, esta posición límite, asintótica a la dada.

La genialidad de János consistió en sustituir el V postulado por un contrario, y no como habían hecho los matemáticos anteriores, que lo sustituían por otros enunciados equivalentes y por tanto no conseguían nada. El V postulado fue sustituido por : *Por un punto exterior a una recta pasan infinitas paralelas.*

En 1821 con la muerte de la madre de Szász, éste abandona Viena , por lo que János queda solo trabajando en la nueva dirección que habían tomado. Dos años después de sustituir el V postulado, desarrolla nuevamente una geometría, en abstracto, y cree haber conseguido su objetivo.

En 1823 desde Temesvár escribe a su padre :

Mi querido y buen padre. Tengo tanto que escribirle acerca de mis nuevos hallazgos que, por el momento, no puedo discutirlos aquí en profundidad, así que se los voy a escribir en una cuartilla aparte... Estoy decidido a publicar ahora una obra sobre la teoría de las paralelas, apenas haya ordenado la materia y las circunstancias me lo permitan. Por el momento no he encontrado aún el camino definitivo, pero he descubierto cosas tan hermosas que yo mismo me he quedado sorprendido de ellas... Ahora no puedo añadir nada más; solo esto: he creado un mundo nuevo y diferente a partir de la nada... Estoy tan persuadido de que esto me dará gloria, como si eso ya hubiera sucedido.

⁸**Roberto Bonola:** historiador de las matemáticas italiano. Especialmente conocido por sus trabajos sobre las geometrías no euclidianas.

Ese mundo nuevo a que alude János en su carta, es lo que conocemos hoy como la geometría hiperbólica. Cuando Farkas leyó la carta de su hijo pensó de entrada en publicarla. En 1825 János visitó a su padre en Marosvásárhely, pero al comprobar el poco interés de su padre por la teoría, János se marchó decepcionado. Parece que el padre no entendió bien la teoría.

En 1831 János volvió a visitar a su padre. Ahora sí, Farkas le recomendó redactar su trabajo lo antes posible para su publicación, pero eso sí, como Appendix a su Tentamen. El volumen del Tentamen salió en 1832 en latín, y el apéndice ocupaba 24 páginas.

7 La intervención de Gauss

Farkas envió una copia del Appendix a Gauss para pedirle opinión sobre el escrito de su hijo János. Al no recibir respuesta, Farkas hizo un segundo envío recibiendo una respuesta de Gauss nada halagadora. En algunas de las partes decía:

Respecto al trabajo de tu hijo comienzo por decirte, aunque te sorprenderás por un momento, que si yo lo alabara, ello comportaría alabarme a mi mismo, porque el contenido completo del trabajo, el camino seguido por tu hijo y las conclusiones a las que llega, coinciden casi exactamente con mis propias ideas, que han ocupado mi pensamiento durante los pasados treinta o treinta y cinco años. Esto me ha dejado, en efecto, estupefacto.

Al leer esto, padre e hijo sintieran decepción, a ver que Gauss ya conocía las ideas de János. Y se preguntaban por qué no las había desarrollado y publicado. En algunas cartas a sus amigos, Gauss, confiesa que lo hizo por miedo a los beocios, a que se burlaran de él. Además en la carta a Farkas añade otro párrafo :

Me sorprende en exceso que me despojen de ese trabajo pero, al mismo tiempo, me siento particularmente dichoso de saber que la fatiga de una redacción me ha sido evitada por el hijo de mi viejo amigo, que me ha adelantado de tan excelente manera.

En algunas cartas de Gauss a sus amigos, éste se expresa en términos elogiosos para János, en un carta dirigida a C.L. Gerling, reconoce que sus ideas de 1798 (sobre la geometría no euclídea) estaban muy lejos de la madurez que se aprecia en la de János.

Considero a este joven geómetra Bolyai como un genio de primera clase.

8 Las decepciones continuaron

En 1837, János había escrito un trabajo, basado en los mismos principios en los que Hamilton basaba su teoría de los números complejos, que titulaba Responsio. Lo presentó a un concurso organizado por la Sociedad Científica de Leipzig, aunque no lo ganó, lo más notable es que se trataba de un trabajo terminado en 1831, es decir, bastante antes de que Hamilton hubiese presentado

sus investigaciones sobre el tema a la Academia de Dublín.

En 1848, János recibió el escrito de Lobachevski, aparecido en 1829, sobre el tema de las paralelas, el cual coincidía en buena parte con el Appendix. La primera pregunta que se hizo era si había sido víctima de un plagio, pero posteriormente reflexionó sobre el asunto y escribió unos comentarios científicos al trabajo de Lobachevki. Lo cierto es que éste se le había adelantado. Hoy sabemos que ambos construyeron sus geometrías independientemente el uno del otro y aproximadamente por las mismas fechas. Es por eso que la geometría no euclídeana hiperbólica se le conoce como *Bolyai-Lobachevki*.

János no tuvo éxito entre la comunidad científica húngara, y de este hecho se lamentaba su padre en una carta dirigida a Gauss en el año 1836:

Aquí nadie necesita las matemáticas; aparte de mis alumnos, solo algunas personas sienten algo hacia esa ciencia.

János aislado de otros científicos no dejó de trabajar por su cuenta y de realizar descubrimientos matemáticos, pero no volvió a publicar ninguna de sus investigaciones, aunque algunas de ellas se han descubierto entre sus papeles. Se cuenta que dejó más de 20000 páginas sobre matemáticas. En su honor a un cráter de la Luna se le dio el nombre de Bolyai.

References

- [1] DivulgaMat: Janos Bolyai,
http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3
- [2] Farkas y Janos ,
<http://www.um.es/docencia/plucas/miscelanea/bolyai.pdf>
- [3] Wikipedia: Janos ,
https://es.wikipedia.org/wiki/János_Bolyai
- [4] Wikipedia: Farkas ,
https://en.wikipedia.org/wiki/Farkas_Bolyai
- [5] Biografía Janos ,
<http://www.buscabiografias.com/biografia/verDetalle/5865/Janos%20Bolyai>
- [6] Revista SUMAT: Revolución de la geometría no Euclídea ,
<http://revistasuma.es/IMG/pdf/63/107-112.pdf>
- [7] Wikipedia: Geometría no Euclídea ,
https://en.wikipedia.org/wiki/Non-Euclidean_geometry
- [8] Geometría no Euclídea ,
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/HistTopics/Non-Euclidean_geometry.html
- [9] BOLYAI AND LOBACHEVSKY ,
http://www.storyofmathematics.com/19th_bolyai.html